ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 169 1968

О СТАТИСТИКЕ ЧИСЛА КВАНТОВ ПУЧКА ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ БЕТАТРОНА, ПРОШЕДШЕГО ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЙ БАРЬЕР

В.А.ВОРОБЬЕВ, Г. П. ТАРАСОВ

(Рекомендована научным семинаром научно-исследовательского института электронной интроскопии)

Введение

Корректный расчет эксплуатационных параметров радиационных дефектоскопов (например, чувствительности), использующих пучок тормозного излучения бетатрона в качестве переносчика полезной информации, возможен лишь при знании статистических свойств пучка, прошедшего исследуемый барьер. Статистика пучка, прошедшего барьер, определяется, с одной стороны, статистическими свойствами первичного пучка (до барьера), с другой — процессами переноса. Микропроцессы, сопровождающие перенос излучения через барьеры, носят вероятностный характер [3], что должно сказываться на флуктуации пучка за барьером. В статье рассматривается влияние процессов переноса на изменение некоторых статистических характеристик пучка тормозного излучения за барьером.

Модель

Направленный пучок тормозного излучения облучает площадь F барьера и описывается случайным полем [4]

$$N_0(\mathbf{\Gamma}) = \langle N_0(\mathbf{\Gamma}) \rangle + N_1^0(\mathbf{\Gamma}) + N_2^0(\mathbf{\Gamma}), \tag{1}$$

задающим распределение чисел квантов в фазовом пространстве $\Gamma_0 = F \times E \times \Omega \times T$, причем $\mathbf{\Gamma} = (\boldsymbol{r}, E, \Omega, t)$ есть совокупность переменных $\in \Gamma$. $N_1^0(\mathbf{\Gamma})$ и $N_2^0(\mathbf{\Gamma})$ — статистически независимые компоненты с $M[N_i^0(\mathbf{\Gamma})] = 0$. Излучение, прошедшее барьер, также описывается полем: $N(\mathbf{\Gamma}) = \langle N(\mathbf{\Gamma}) \rangle + N'(\mathbf{\Gamma})$, где $M[N'(\mathbf{\Gamma})] = 0$. Процесс переноса излучения через барьер представляется стохастическим преобразованием T, отображающим случайное поле $N_0(\mathbf{\Gamma})$ в $N(\mathbf{\Gamma})$:

$$N(\mathbf{\Gamma}) = TN_0(\mathbf{\Gamma}). \tag{2}$$

Стохастический оператор T можно представить суммой детерминированного $\langle T \rangle$ и случайного ΔT преобразований:

$$T = \langle T \rangle + \Delta T. \tag{3}$$

Ясно, что $\langle N(\mathbf{\Gamma}) \rangle = \langle T \rangle \langle N_0(\mathbf{\Gamma}) \rangle$, так что $\langle T \rangle$ есть оператор решения кинетического уравнения переноса γ-квантов [3] в рассматриваемой геометрии. Поля $N_0(\mathbf{\Gamma})$ и $N(\mathbf{\Gamma})$ строго являются обобщенными случайными функциями, но мы будем считать возможным [1, 2] вести рассмотрение сначала для простого поля, для которого число фотонов ΔN_{ijkl}, находящихся в ячейке $\Delta\Gamma_{ijkl} = \Delta F_i \Delta E_j \Delta\Omega_k \Delta t_l$ фазового пространства, определяется

$$\Delta N_{ijkl} = N(\mathbf{\Gamma}_{ijkl})\,\Delta\Gamma;\quad \Gamma_{ijkl} \in \Delta\Gamma. \tag{4}$$

Допущения

1. Статистические свойства пучка тормозного излучения бетатрона, облучающего барьер, известны. Принимается [4], что $N_0(\vec{\Gamma})$ есть неоднородное стационарное во времени гауссовское обобщенное случайное поле; 2) микропроцессы, сопровождающие прохождение излучения через барьер, аддитивны, т. е. взаимодействие каждого кванта поля с барьером независимы; 3) оператор T, описывающий перенос излучения, от времени не зависит. $\langle T \rangle$ физически может быть трактован как вероятности $\tau_{ijk,pqr}$, с которыми квант ячейки $\Delta\Gamma_{ijkl}$ фазового пространства, описывающего первичный пучок N_0, переходит в ячейку $\Delta\Gamma_{pqrl}$ фазового пространства, описывающего излучение за барьером N; 4) флуктуации считаются малыми, т. е. отклонение полей от средних значений с заметной вероятностью по крайней мере на порядок меньше средних значений.

Ковариантная функция

Исходя из выражения (1, 2, 3, 4) отклонение от среднего в конкретной s реализации для числа квантов, находящихся в ячейке $\Delta\Gamma_{pqrl}$ фазового пространства, может быть представлено:

$$\Delta N^1_{pqrl} = <T> [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}] + \Delta T\, [<\Delta N_{0ijkl}> + \Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}]. \tag{5}$$

Написав аналогичное выражение для $\Delta\Gamma_{\varepsilon\mu\nu\eta}$ и умножив на (5), путем усреднения по всем реализациям s получим ковариацию $K^{\Delta}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\eta}$:

$$K^{\Delta}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\eta} = M\,\{\Delta T <\Delta N_{0ijkl}> \cdot \Delta T <\Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta}>\} +$$
$$+ M\,\{<T> [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}] \cdot <T> [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}]\}. \tag{7}$$

Из девяти членов мы пренебрегаем в (7) семью слагаемыми, так как

$$M\,\{<T> [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}] \cdot \Delta T <\Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta}>\} = 0,$$
$$M\,\{<T> [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] \cdot \Delta T <\Delta N_{0ijkl}>\} = 0,$$
$$M\,\{\Delta T <\Delta N_{0ijkl}> \cdot \Delta T\, [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}]\} = 0,$$
$$M\,\{\Delta T <\Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta}> \cdot \Delta T [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}]\} = 0$$

— в силу статистической независимости между флуктуациями квантов в первичном пучке N_0 и аддитивными микропроцессами взаимодействия излучения с веществом при переносе. Слагаемыми

$$M\,\{<T> [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}] \cdot \Delta T [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}]\},$$
$$M\,\{<T> [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] \cdot \Delta T\, [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}]\},$$
$$M\,\{\Delta T [\Delta N^0_{1ijkl} + \Delta N^0_{2ijkl}] \cdot \Delta T\, [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}]\}.$$

пренебрегаем, считая флуктуации малыми (эти члены имеют второй порядок малости). Таким образом, в (7) первое слагаемое определяется вероятностным характером переноса («флуктуациями» оператора, описывающего перенос излучения при детерминированном первичном пучке), а второе — флуктуациями в пучке первичного излучения, считая процессы переноса детерминированными. Теперь займемся раскрытием содержания формальной записи выражения (7).

В силу аддитивности физических процессов переноса оператор T линеен, следовательно, линейны его детерминированная $<T>$ и случайная ΔT части. В силу линейности ΔT может быть представлен матрицей $(\Delta\tau)$, элементами которой являются случайные величины $\Delta\tau_{ij\kappa, pqr}$, причем $M[\Delta\tau_{ij\kappa, pqr}] = 0$. Теперь первое слагаемое в (7) может быть представлено:

$$M\left\{\Delta T < \Delta N_{0ij\kappa l} > \cdot \Delta T < \Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta} > =\right.$$

$$= M\left\{\sum_{ij\kappa} \Delta\tau_{ij\kappa, pqr} < \Delta N_{0ij\kappa l} > \cdot \Delta\tau_{ij\kappa, \varepsilon\mu\nu} < \Delta N_{0ij\kappa\delta} >\right\} + \tag{8}$$

$$+ 2M\left\{\sum_{ij\kappa}\sum_{\alpha\beta\gamma} \Delta\tau_{ij\kappa, pqr} < \Delta N_{0ij\kappa l} > \cdot \Delta\tau_{\alpha\beta\gamma, \varepsilon\mu\nu} < \Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta} >\right\}$$

$$ij\kappa \neq \alpha\beta\gamma,$$

причем последний член в (8) равен нулю, так как

$$M\{\Delta\tau_{ij\kappa, pqr} \cdot \Delta\tau_{\alpha\beta\gamma, \varepsilon\mu\nu}\} = 0, \; ij\kappa \neq \alpha\beta\gamma$$

— в силу аддитивности микропроцессов взаимодействия квантов с веществом поглотителя, что обусловливает статистическую независимость переноса любого кванта из ячейки $\Delta\Gamma_{i\,kl}$ фазового пространства первичного пучка в ячейку $\Delta\Gamma_{pqrl}$ фазового пространства, описывающего излучение за поглотителем, от переноса кванта, например, из $\Delta\Gamma\alpha\beta\gamma\delta$ в $\Delta\Gamma\varepsilon\mu\nu\eta$. Выражение

$$M\{\Delta\tau_{ij\kappa, pqr} < \Delta N_{0ij\kappa l} > \cdot \Delta\tau_{ij\kappa, \varepsilon\mu\nu} < \Delta N_{0ij\kappa\delta} > \}$$

определяет ковариацию между числами квантов ΔN_{pqrl} и $\Delta N_{\varepsilon\mu\nu\delta}$ в ячейках Δ_{pqrl} и $\Delta\Gamma_{\varepsilon\mu\nu\delta}$, перенесенными из ячеек $\Delta\Gamma_{ij\kappa l}$ и $\Delta\Gamma_{ij\kappa\delta}$, в которых имеется соответственно $< \Delta N_{0ij\kappa l} >$ и $< \Delta N_{0ij\kappa\delta} >$ квантов, причем перенос осуществляется с вероятностями $\tau_{ij\kappa, pqr}$ и $\tau_{ij\kappa, \varepsilon\mu\nu}$ (оператор $<T>$ от времени не зависит). Но в этом случае случайный вектор

$$\begin{pmatrix} \Delta\tau_{ij\kappa, pqr} < \Delta N_{0ij\kappa l} > \\ \Delta\tau_{ij\kappa, \varepsilon\mu\nu} < \Delta N_{0ij\kappa\delta} > \end{pmatrix}$$

будет распределен по полиноминальному закону; ковариация (8) определится [5]:

$$M\{\Delta T < \Delta N_{0ij\kappa l} > \cdot \Delta T < \Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta} > \} =$$

$$\sum_{ij\kappa} [< \Delta N_{0ij\kappa l} > < \Delta N_{0ij\kappa\delta} >]^{\frac{1}{2}} \delta_{l\delta} [\tau_{ij\kappa, pqr} (\delta_{pqr, \varepsilon\mu\nu} - \tau_{ij\kappa, \varepsilon\mu\nu}]). \tag{9}$$

Записывая второе слагаемое в (7) в форме

$$M\{< T > [\Delta N^0_{1ij\kappa l} + \Delta N^0_{2ij\kappa l}] \cdot < T > [\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta} + \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}]\} = \tag{10}$$

$$= M[< T > \Delta N^0_{1ij\kappa l} \cdot < T > \Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta}] + M[< T > \Delta N^0_{2ij\kappa l} \cdot < T > \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] +$$

$$+ M[< T > \Delta N^0_{1ij\kappa l} \cdot < T > \Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] + M[< T > \Delta N^0_{2ij\kappa l} \cdot < T > \Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta}],$$

легко показать что последние два члена обращаются в нуль. В самом деле операторы M и $<T>$ перестановочны и, кроме того, во вторых сомножителях каждого слагаемого правой части (10) $<T>$ действует по штрихованным индексам; обозначая последний факт $<T>'$ и учитывая линейность $<T>$, получим

$$M[<T>\Delta N^0_{1ij\kappa l}\cdot<T>\Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] = <T><T>'M[\Delta N^0_{1ij\kappa l}\cdot\Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] = 0$$

$$M[<T>\Delta N^0_{2ij\kappa l}\cdot<T>\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta}] = <T><T>'M[\Delta N^0_{20ij\kappa l}\cdot\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta}] = 0,$$

так как ΔN^0_1 и ΔN^0_2 статистически независимы.

Из вышеупомянутых соображений очевидна запись выражения для первого слагаемого правой части выражения (10):

$$M[<T>\Delta N^0_{1ij\kappa l}\cdot<T>\Delta N^0_{1\alpha\beta\gamma\delta}] = <T><T>'K^{(1)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta} =$$

$$= \sum_{ij\kappa}\sum_{\alpha\beta\gamma}\tau_{ij\kappa,\,pqr}\cdot\tau_{\alpha\beta\gamma,\,\varepsilon\mu\nu}K^{(1)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta}, \qquad (11)$$

где $K^{(1)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta}$ — момент ковариации для ΔN^0_1 первичного пучка [4]; $\tau_{ij\kappa,\,pqr}$ — вероятность переноса квантов из ячейки $\Delta\Gamma_{ij\kappa l}$ в ячейку $\Delta\Gamma_{pqrl}$. Проанализируем оставшееся слагаемое в (10). Имеем:

$$M(<T>\Delta N^0_{2ij\kappa l}\cdot<T>\Delta N^0_{2\alpha\beta\gamma\delta}] = <T><T>'K^{(2)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta} =$$

$$= \sum_{ij\kappa}\tau_{ij\kappa,\,pqr}\cdot\tau_{ij\kappa,\,\varepsilon\mu\nu}\cdot\delta_{l\delta}\,[<\Delta N_{0ij\kappa l}><\Delta N_{0ij\kappa\delta}>]^{\frac{1}{2}}. \qquad (12)$$

Так как случайная величина $\Delta N^0_{2ij\kappa l}$ распределена по закону Пуассона [4] и для нее момент ковариации $K^{(2)}$ имеет вид [5]:

$$K^{(2)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta} = [<\Delta N_{0ij\kappa l}>\cdot<\Delta N_{0\alpha\beta\gamma\delta}]^{\frac{1}{2}}\,\delta_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta},$$

откуда после суммирования по $\alpha\beta\gamma\delta$ следует конечное выражение в (12). Здесь $<\Delta N_{0ij\kappa l}>$ — среднее число квантов в $\Delta\Gamma_{ij\kappa l}$. Объединяя вместе выражения (9, 11, 12), получим для (7) после упрощений следующее:

$$K^{\Delta}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = K^{\Delta_1}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} + K^{\Delta_2}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta}, \qquad (13)$$

где

$$K^{\Delta_1}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = \sum_{ij\kappa}\sum_{\alpha\beta\gamma}\tau_{ij\kappa,\,pqr}\cdot\tau_{\alpha\beta\gamma,\,\varepsilon\mu\nu}K^{(1)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta} \qquad (13а)$$

$$K^{\Delta_2}_{nqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = \sum_{ij\kappa}[\tau_{ij\kappa,\,pqr}<\Delta N_{0ij\kappa l}>\cdot\tau_{ij\kappa,\,\varepsilon\mu\nu}<\Delta N_{0ij\kappa\delta}>]^{\frac{1}{2}}\,\delta_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} \qquad (13б)$$

Здесь

$$\tau_{ij\kappa,\,pqr}<\Delta N_{0ij\kappa l}> = <\Delta N_{ij\kappa l,\,pqrl}>$$

среднее число квантов в ячейке $\Delta\Gamma_{pqrl}$, перенесенных из $\Delta\Gamma_{ij\kappa l}$. Суммирование по $ij\kappa$ в (13б) определит полные математические ожидания чисел квантов в ячейках $\Delta\Gamma_{pqrl}$, так что

$$K^{\Delta_2}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = [<\Delta N_{pqrl}><\Delta N_{\varepsilon\mu\nu\delta}>]^{\frac{1}{2}}\,\delta_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta}, \qquad (13в)$$

где

$$<\Delta N_{prql}> = \sum_{ij\kappa}\tau_{ij\kappa,\,pqr}<\Delta N_{0ij\kappa l}>.$$

Все рассуждения, проведенные выше, относились к простому полю, для которого $<\Delta N_0> = <N_0>\Delta\Gamma$ и $<\Delta N> = <N>\Delta\Gamma$. Обозначим: Γ_0 — фазовое пространство, на котором определено распределение чисел квантов для первичного пучка ($\vec{\Gamma}_0$ — вектор $\in\Gamma_0$); Γ — фазовое пространство для пучка за барьером ($\mathbf{\Gamma}$ — вектор $\in\Gamma$), тогда для простого поля будем иметь:

$$K^{(1)}_{ij\kappa l,\,\alpha\beta\gamma\delta} = \Delta\Gamma^2 K_1(\mathbf{\Gamma}_{0ij\kappa l};\ \mathbf{\Gamma}_{0\alpha\beta\gamma\delta},$$

$$K_1(\mathbf{\Gamma}_{0ij\kappa l};\ \mathbf{\Gamma}_{0\alpha\beta\gamma\delta}) = M[N^0_1(\mathbf{\Gamma}_{0ij\kappa l})\cdot N^0_1(\mathbf{\Gamma}_{0\alpha\beta\gamma\delta})],$$

$$K^{\Delta_2}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = \Delta\Gamma\,[< N(\mathbf{\Gamma}_{pqrl}) > \cdot < N(\mathbf{\Gamma}_{\varepsilon\mu\nu\delta}) >]^{\frac{1}{2}}\,\delta_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta},$$

т. е. выражение (13) примет вид:

$$K^{\Delta}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta} = \Delta\Gamma^2\Big[\sum_{ijk}\sum_{\alpha\beta\gamma}\tau_{ijk,\,pqr}\cdot\tau_{\alpha\beta\gamma,\,\varepsilon\mu\nu}K_1(\mathbf{\Gamma}_{0ijkl};\ \mathbf{\Gamma}_{0\alpha\beta\gamma\delta}) +$$

$$+ \frac{1}{\Delta\Gamma}\,[< N(\mathbf{\Gamma}_{pqrl}) > < N(\mathbf{\Gamma}_{\varepsilon\mu\nu\delta}) >]^{\frac{1}{2}}\,\delta_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta}. \qquad (14)$$

Так как $N_0(\mathbf{\Gamma})$ и $N(\mathbf{\Gamma})$, описывающие распределения чисел квантов в фазовых пространствах, являются обобщенными случайными функциями, которые представимы пределами последовательностей простых функций [2], и ковариантные функции K_{N_0} и K_N являются пределами соответствующих последовательностей ковариаций, то получим

$$K_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2) = \lim_{\Delta\Gamma\to 0}\left[\frac{1}{\Delta\Gamma^2}K^{\Delta}_{pqrl,\,\varepsilon\mu\nu\delta}\right] = K^{(1)}_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2) + K^{(2)}_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2), \qquad (15)$$

где

$$K^{(1)}_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2) = \int_{\Gamma^1_0}\int_{\Gamma^1_0} T(\mathbf{\Gamma}^1_{01};\ \mathbf{\Gamma}^1_{02})\,T(\mathbf{\Gamma}^1_{02};\ \mathbf{\Gamma}^1_2)\,K_1(\mathbf{\Gamma}_{01}\mathbf{\Gamma}_{02})\,d\Gamma^1_{01}d\Gamma^1_{02} \qquad (15а)$$

$$K^{(2)}_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2) = [< N(\mathbf{\Gamma}_1) > < N(\mathbf{\Gamma}_2) >]^{\frac{1}{2}}\,\delta(\mathbf{\Gamma}_1 - \mathbf{\Gamma}_2), \qquad (15б)$$

$$< N(\mathbf{\Gamma}) > = \int_{\Gamma^1_0} T(\mathbf{\Gamma}^1_0;\ \mathbf{\Gamma}') < N_0(\mathbf{\Gamma}_0) > d\Gamma^1_0. \qquad (15в)$$

Здесь

$$T(\mathbf{\Gamma}^1_0;\ \mathbf{\Gamma}') = \lim_{\Delta\Gamma\to 0}\left[\frac{1}{\Delta\Gamma}\tau_{ijk,\,pqr}\right] \qquad (15г)$$

есть функция Грина краевой задачи кинетического уравнения переноса квантов в рассматриваемой барьерной геометрии [3].

Интегрирование в (15а, 15в) производится по подпространству $\Gamma^1_0 = F \times E \times \Omega \subset \Gamma_0$, в котором действует оператор $< T >$. Согласно [4] составляющая K_1 ковариантной функции имеет вид:

$$K_1(\mathbf{\Gamma}_{01};\ \mathbf{\Gamma}_{02}) = \sum_{s=1}^{5} C_s(\mathbf{\Gamma}^1_{01};\ \mathbf{\Gamma}^1_{02})\,K_s(t_1t_2).$$

С учетом этого выражение (15а) может быть представлено:

$$K^{(1)}_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2) = \sum_{s=1}^{5} G_z(\mathbf{\Gamma}^1_1\mathbf{\Gamma}^1_2)\,K_s(t_1t_2), \qquad (15д)$$

где

$$G_s(\mathbf{\Gamma}^1_1\mathbf{\Gamma}^1_2) = \int_{\Gamma^1_0}\int_{\Gamma^1_0} T(\mathbf{\Gamma}^1_{01};\ \mathbf{\Gamma}^1_1)\,T(\mathbf{\Gamma}^1_{02};\ \mathbf{\Gamma}^1_2)\,C_s(\mathbf{\Gamma}^1_{01};\ \mathbf{\Gamma}^1_{02})\,d\Gamma^1_{01}d^1_{02}.$$

Из (15) следует, что случайная составляющая $N'(\vec{\Gamma})$ поля за барьером, как и в случае $N_0(\vec{\Gamma}_0)$ [4], может быть представлена суммой двух некоррелированных компонент, причем одна из них является δ-коррелированным процессом. Очевидно, расчет ковариантной функции пучка излучения за барьером связан с нахождением ядра $T(\vec{\Gamma}^1_0;\ \Gamma')$ переноса; эффективных методов для аналитического решения этой задачи пока что не существует; основные результаты в этом направлении получены методом Монте-Карло.

Среднеквадратичные флуктуации

В силу δ-коррелированности $N(\vec{\Gamma})$ может быть осмыслено физически лишь как случайная обобщенная функция, причем для $N(\Gamma)$ не существует распределения вероятностей в каждой $\vec{\Gamma}$ (конкретной точке $\vec{r}$, в любой момент времени t). Но так как в практическом опыте мы регистрируем поле $N(\Gamma)$ с помощью физического прибора, который при измерении неизбежно производит усреднение по некоторому объему $\Delta\vec{\Gamma}$ фазового пространства (из-за конечной величины энергетической и угловой разрешающей способности, конечности апертуры и инерционности), то мы всегда получим определенное значение для распределения вероятностей, но не для $N(\Gamma)$, а для некоторого линейного функционала:

$$\Phi(\varphi) = \int\limits_{\Gamma} \varphi(\Gamma) N(\mathbf{\Gamma})\, d\Gamma,$$

непрерывно зависящего от физических характеристик измерительного прибора $\varphi(\mathbf{\Gamma})$.

Дисперсия отсчетов на выходе измерительного прибора определится из очевидного выражения

$$D\Phi(\varphi) = \int\limits_{\Gamma}\int\limits_{\Gamma} \varphi(\mathbf{\Gamma}_1)\,\varphi(\mathbf{\Gamma}_2) K_N(\mathbf{\Gamma}_1\mathbf{\Gamma}_2)\, d\Gamma_1 d\Gamma_2$$

и будет конечной величиной.

Что касается распределения вероятностей отсчетов измерительного прибора, то при достаточной величине интервала усреднения $\Delta\Gamma$, оно будет близко к гауссовскому, как линейное преобразование от $N_0(\vec{\Gamma}_0)$ [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Гельфанд, Н. Я. Виленкин. Некоторые применения гармонического анализа. Вып. 4, ФМ, 1961.
2. Функциональный анализ. СМБ. Под редакцией С. Г. Крейна. Наука, 1964.
3. У. Фано, М. Бергер, Л. Спенсер. Перенос гамма-излучения. Атомиздат, 1963.
4. В. А. Воробьев, Г. П. Тарасов. О флуктуациях числа квантов в пучке тормозного излучения бетатрона. Известия ТПИ, т. 169.
5. В. М. Гольданский. Статистика отсчетов при регистрации ядерных излучений. Атомиздат, 1959.