ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 171 1969

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОПЕРАТОРНЫХ МЕТОДОВ В БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЕ ПРИ СИНТЕЗЕ И АНАЛИЗЕ ПОТЕНЦИАЛЬНО-ИМПУЛЬСНЫХ РЕЛЕЙНЫХ УСТРОЙСТВ

Е. Л. СОБАКИН

(Представлена научным семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

Использование логических методов для формализации процессов синтеза и анализа релейных устройств является одним из перспективных направлений в развитии автоматики, телемеханики и вычислительной техники. Формализация научной мысли при проектировании и анализе в основном идет по пути использования формальных методов математической логики и особенно ее аппарата — булевой алгебры.

В настоящее время булева алгебра широко применяется для описания релейных устройств, работа которых не зависит от времени (такое описание производится с помощью комбинационных булевых функций). Однако подобные устройства составляют только часть общего класса релейных устройств. Остальная же часть относится к релейным устройствам, работа которых зависит от времени, к так называемым последовательностным автоматам. Последовательностные автоматы описываются временными, либо рекуррентными булевыми функциями, либо теми и другими вместе [3]. Но даже комбинационные, временные и рекуррентные булевы функции не могут отразить (или отражают в очень сложной, неявной форме) все особенности и все многообразие связей, имеющихся и возникающих между сигналами и элементами реальных релейных устройств. Поэтому-то и возникают новые формальные методы, позволяющие учесть эти особенности и устранить пробелы в данной области знаний. Некоторый пробел существует сейчас в разработке формальных методов синтеза и анализа потенциально-импульсных релейных устройств [1]. А именно: этот пробел выражается в том, что имеющиеся методы описания потенциально-импульсных релейных устройств [1, 5] не дают возможности по алгебраическим формулам судить о длительностях импульсных сигналов и использовать для их описания рекуррентные булевы функции. Однако при инженерном применении этих методов важно не только учитывать вид сигналов (импульсный или статический), но и знать, учитывать длительности импульсных сигналов и, кроме того, знать, результатом изменения каких сигналов являются импульсные сигналы.

Введение в булеву алгебру специального логического оператора перехода ([5]) позволило по алгебраической форме логических функций судить о наличии или отсутствии импульсных сигналов в синтезируемом устройстве и в ряде случаев получать наиболее простые принципиальные решения практических задач.

В указанной работе и в ряде других работ [1, 2, 3 и 4] под единичным значением импульсного сигнала понимается наличие, а под нулевым — отсутствие импульса, тогда как под единичным значением статического сигнала понимается один из его «разрешенных» уровней, а под нулевым — другой «разрешенный» уровень. Такое задание импульсного сигнала справедливо лишь в том случае, если длительность импульсного сигнала во много раз меньше длительности соответствующего статического сигнала, т. е. нужно пренебрегать длительностью импульсного сигнала. Это до сих пор и делается при анализе потенциально-импульсных релейных устройств. Кроме того, при таком задании импульсных сигналов понятие «инверсный импульсный сигнал» не имеет смысла, тогда как на практике этому понятию соответствует вполне определенный смысл.

Если значения импульсного сигнала определять так же, как и статического, то указанных недостатков можно избежать. Для этого следует воспользоваться специальными логическими операторами, с помощью которых можно было бы не только указать, какими изменениями порожден импульсный сигнал, но и длительности импульсных сигналов (импульсов).

Так как в булевой алгебре любые логические переменные могут принимать только два значения 0 и 1, то каждая переменная может претерпевать два вида изменений: с 0 на 1 (переход 0-1) и с 1 на 0 (переход 1-0). Поэтому импульсные сигналы могут возникать только в моменты изменения исходных сигналов с нулевого значения на единичное и с единичного на нулевое. Следует заметить, что для обозначения статических (потенциальных) сигналов в булевой алгебре и применяются булевы переменные. Другими словами, все импульсные сигналы можно разделить на два рода: импульсные сигналы первого рода, зависящие от перехода 0-1, импульсные сигналы второго рода, зависящие от перехода 1-0.

Введем в булеву алгебру для обозначения операций получения импульсных сигналов соответствующие операторы: оператор первого рода τ — для обозначения операции получения импульсных сигналов первого рода и оператор второго рода τ' — для обозначения операции получения импульсных сигналов второго рода. Кроме того, введем понятие «модуль» оператора. Под модулем оператора $|\tau|$ или $|\tau'|$ будем понимать длительность того импульсного сигнала (импульса), операцию получения которого обозначает данный оператор. Если необходимо указать, что применяются операторы разных модулей, то для этого к операторам следует приписать в виде индекса различные десятичные числа.

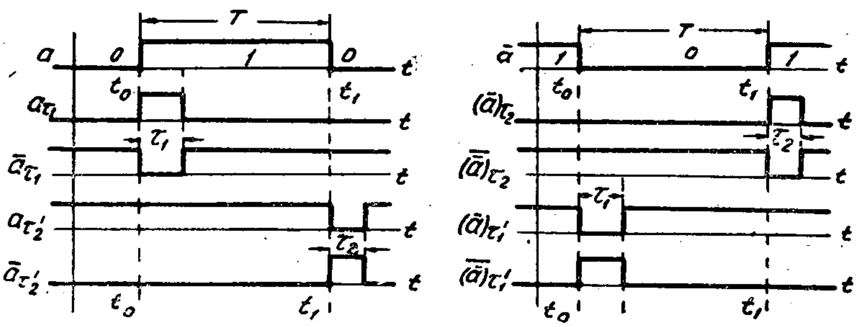
Например, запись τ_1 и τ_2 говорит о том, что это операторы первого рода разных модулей, а запись τ_1 и τ_1' представляет операторы разного рода, но равных модулей.

Путем применения введенных операторов к булевым переменным можно получить импульсные переменные, служащие для обозначения соответствующих импульсных сигналов. Чтобы получить обозначение импульсного сигнала, необходимо пользоваться следующим правилом. к обозначению исходного сигнала, от которого образуется данный импульсный сигнал, приписывается справа внизу в виде индекса соответствующий оператор. При этом исходное выражение берется в скобки.

Например, дано, что булева переменная a обозначает статический сигнал (рис. 1, a), который до момента t_0 имел значение 0, а в момент t_0 и до момента $t_1 = t_0 + T$, где T — длительность статического сигнала, принимает значение 1 и затем для всех моментов $t \geqslant t_1$ вновь принимает нулевое значение. Требуется получить обозначение импульсного сигнала первого рода, имеющего длительность $|\tau_1|$. Применяя выше приведенное правило, получим $(a)_{\tau_1}$ и $\overline{(a)}_{\tau_1}$. Оба полученные выражения являются импульсными переменными первого рода. Они обозначают импульсные сигналы первого рода, один из которых является инверсией другого (рис. 1, *а*).

Аналогично можно получить импульсные переменные второго рода, служащие для обозначения импульсных сигналов второго рода. Если принять, что длительности этих сигналов равны $|\tau_2'|$, то получим $(a)_{\tau_2'}$ и $\overline{(a)}_{\tau_2'}$ (см. там же).

Так как булевы переменные a и $\bar a$ каждая могут иметь только два вида переходов 0—1 и 1—0, причем переход 0—1 переменной a совпадает по времени с переходом 1—0 переменной $\bar a$, а переход 1—0 переменной a совпадает с переходом 0—1 переменной $\bar a$, то не-



а) б)

Рис. 1.

трудно установить взаимосвязь между импульсными переменными первого рода и импульсными переменными второго рода:

$$a_{\tau_1} = (a)_{\tau_1} = \overline{(\bar a)}_{\tau_1'}, \tag{1}$$

$$\bar a_{\tau_1} = \overline{(a)}_{\tau_1} = (\bar a)_{\tau_1'}, \tag{2}$$

$$(a)_{\tau_2'} = a_{\tau_2'} = \overline{(\bar a)}_{\tau_2}, \tag{3}$$

$$\bar a_{\tau_2'} = \overline{(a)}_{\tau_2'} = (\bar a)_{\tau_2}. \tag{4}$$

В справедливости этих тождеств легко убедиться, рассматривая временные диаграммы соответствующих сигналов (рис. 1, *а* и рис. 1, *б*). На рис. 1, *а* приведены диаграммы импульсных сигналов первого и второго рода при исходном статическом сигнале a, а на рис. 1 *б* — то же самое, но при исходном статическом сигнале $\bar a$. Другими словами можно сказать, что равенства с (1) по (4) иллюстрируют правила эквивалентной замены импульсных переменных или правила эквивалентной замены оператора одного рода, оператором другого рода.

Итак, введенная символика позволяет учесть в алгебраической форме не только вид сигналов, но и длительности импульсных сигналов.

Благодаря тому, что импульсные сигналы задаются теми же значениями, что и статические, для импульсных и статических переменных остаются справедливыми все законы булевой алгебры и, кроме того, возникает ряд новых следствий. Из этих следствий наиболее интересными являются следующие:

$$a \cdot \bar{a}_{\tau} = (a)^{\tau}, \qquad (5)$$

$$\bar{a}^{\tau} + a_{\tau} = \overline{(a)}^{\tau}, \qquad (6)$$

$$\bar{a} \cdot a_{\tau'} = \overline{(a)}^{\tau'}, \qquad (7)$$

$$a + \bar{a}_{\tau'} = (a)^{\tau'}, \qquad (8)$$

$$a^{\tau} + \bar{a}_{\tau'} = (a)^{\tau\tau'}, \qquad (9)$$

$$\bar{a}^{\tau} \cdot a_{\tau'} = \overline{(a)}^{\tau\tau'}. \qquad (10)$$

В этих выражениях операторы τ и τ' могут иметь одинаковые или разные модули. Причем в правых частях равенств операторы применяются для обозначения других операций, а именно: операций, записанных в левых частях равенств.

Смысловое значение этих операций нетрудно установить, если рассмотреть работу схем, реализующих зависимости, заданные левыми частями равенств. В результате можно прийти к следующим выводам: выражение $(a)^{\tau}$ означает задержку при включении сигнала a, выражение $\overline{(a)}^{\tau}$ — задержку при включении сигнала $\bar{a}$, выражение $(a)^{\tau'}$ — задержку при отключении сигнала a, выражение $\overline{(a)}^{\tau'}$ — задержку при отключении сигнала $\bar{a}$ и выражения $(a)^{\tau\tau'}$ и $\overline{(a)}^{\tau\tau'}$ — задержку при включении и отключении соответственно сигналов a и $\bar{a}$. В каждом случае величина задержки дается модулем соответствующего оператора.

Приведенными выражениями иллюстрируется второй способ использования операторов, второе правило их применения. Это правило говорит о том, что операторы могут приписываться к исходным выражениям в виде показателя степени. При этом оператор первого рода обозначает операцию задержки перехода 0-1, а оператор второго рода — операцию задержки перехода 1-0 исходного сигнала. Оба оператора, одновременно стоящие в виде показателя степени, обозначают соответственно операцию задержки переходов 1-0 и 0-1 на интервалы, заданные модулями соответствующих операторов. Для этого вида применения операторов также можно привести тождества, иллюстрирующие взаимосвязь задержек сигналов.

$$a^{\tau_1} = (a)^{\tau_1} = \overline{(\bar{a})}^{\tau_1'}, \qquad (11)$$

$$\bar{a}^{\tau_1} = \overline{(a)}^{\tau_1} = (\bar{a})^{\tau_1'}, \qquad (12)$$

$$a^{\tau_2'} = (a)^{\tau_2'} = \overline{(\bar{a})}^{\tau_2}, \qquad (13)$$

$$\bar{a}^{\tau_2'} = \overline{(a)}^{\tau_2'} = (\bar{a})^{\tau_2}. \qquad (14)$$

В справедливости этих равенств можно убедиться, сравнивая соответствующие сигналы (рис. 2, *а* и рис. 2, *б*).

На рис. 2, *а* приведены диаграммы сигналов при исходном сигнале a, на рис. 2, *б* — при исходном сигнале $\bar{a}$.

Так как переход 0-1 может являться передним фронтом сигнала a и задним фронтом сигнала $\bar{a}$, то элемент, реализующий операцию задержки этого перехода, будет осуществлять задержку при включении сигнала a и задержку при отключении сигнала $\bar{a}$. Однако одновременно эти два вида задержек одним элементом не могут быть реализованы, так как переходы 0-1 сигнала a и $\bar{a}$ никогда не могут совпасть во времени. Аналогично элемент, реализующий операцию задержки перехода 1-0, будет осуществлять задержку при отключении сигнала a и задержку при включении сигнала $\bar{a}$.

Таким образом, приходим к выводу, что одни и те же потенциально-импульсные релейные элементы могут выполнять разные функции: первый элемент — функцию задержки при включении a или функцию

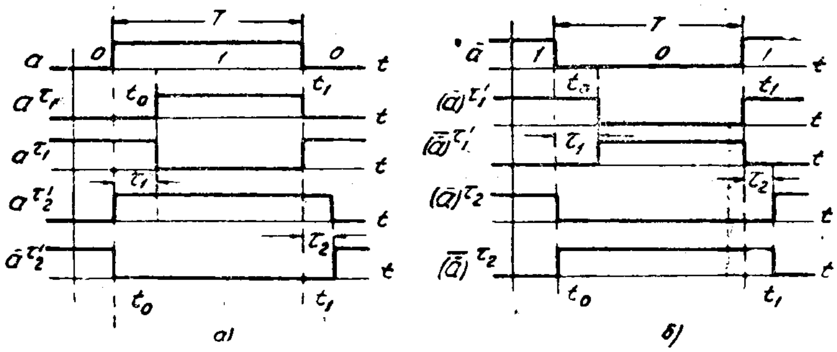


Рис. 2.

задержки при отключении $\bar{a}$, второй — функцию задержки при отключении a или функцию задержки при включении $\bar{a}$.

К такому же выводу можно прийти, рассматривая равенства (1)—(4). А именно: релейный элемент, реализующий операцию получения импульсного сигнала первого рода, может реализовать при определенных условиях операцию получения импульсного сигнала второго рода и наоборот. Этими условиями как в первом, так и во втором случае является тип входного сигнала (a или $\bar{a}$). Под типом сигнала будем понимать его принадлежность к группе сигналов, которые до рассматриваемого момента времени (например, момент t_0 на рис. 1 и 2) имеют одинаковое значение. При этом сигналами первого типа назовем сигналы, имеющие нулевое значение, а сигналы, имеющие единичное значение, — сигналами второго типа. Например, к сигналам первого типа будут относиться сигналы a, a_τ, $\bar{a}_{\tau'}$, a^τ, $a^{\tau'}$ и т. д., а к сигналам второго типа — сигналы $\bar{a}$, $\bar{a}_\tau$, $\bar{a}_{\tau'}$, $\bar{a}^\tau$ и т. д. Такое разделение сигналов отражает весьма важный момент в описании релейных устройств — начальное (исходное) состояние элементов, на которых строится релейное устройство.

Итак, в зависимости от типа исходного сигнала, рода операторов и правил их применения можно установить точную смысловую нагрузку конкретного операторного выражения. Так, например, выражение $a_{\tau_1'}^{\tau_2}$ обозначает задержку при отключении импульсного сигнала $a^{\tau_1'}$, который возникает в момент окончания сигнала a (в момент перехода 1-0) и имеет длительность $|\tau_1'|$, на интервал $|\tau_2|$, ибо сигнал $a_{\tau_1'}$ относится ко второму типу.

Следует отметить, что полученный вывод о неоднозначности функционирования конкретного простейшего потенциально-импульсного релейного устройства не противоречит выводам булевой алгебры, а только лишь говорит о том, что эти устройства описываются элементарными последовательностными функциями. Благодаря применению операторов эти функции могут рассматриваться как комбинационные логические функции, а это должно упростить анализ и синтез последовательностных схем, к каковым нужно отнести и потенциально-импульсные релейные схемы.

Функции, полученные в результате применения операторов τ и τ' к булевым переменным, можно назвать потенциально-импульсными логическими функциями, однако эти функции существенно отличаются от таковых же по названию функцийй, введенных А. Д. Таланцевым [5].

Анализируя выражения (9) и (10), можно установить связь между операторными выражениями и рекуррентными булевыми функциями. Так, выражение $a^{\tau_1\tau_2'}$ означает сигнал, передний фронт которого задержан на интервал $|\tau_1|$, а задний — на интервал $|\tau_2'|$ относительно таких же фронтов исходного сигнала a (рис. 3, a). Если эти интерва-

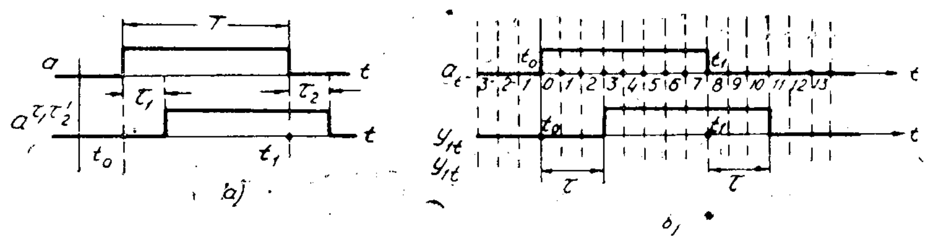


Рис. 3.

лы будут равны, т. е. $|\tau_1| = |\tau_2'| = |\tau|$, то зависимость между сигналом a и сигналом $a^{\tau\tau'}$ может быть выражена следующим рекуррентным соотношением:

$$a^{\tau\tau'} \doteqdot y_{1t} = a_{(t-|\tau|)}\,. \qquad (11)$$

Здесь вместо модуля операторов $|\tau|$ нужно поставить его конкретное значение, выраженное в каких-либо условных единицах, тогда выражение (11) ничем не будет отличаться от обычных рекуррентных выражений (см. [3]). Например, при модулях операторов $|\tau|=|\tau'|=3$ ед. получим

$$y_{1t} = a_{(t-3)}.$$

Этому рекуррентному выражению соответствуют диаграммы сигналов, приведенные на рис. 3, $б$, при следующем задании исходного сигнала:

$$\{a_t\} = 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0 \ldots, \text{ для } t = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

$$\text{и для } t < 0 \;\; a_t = 0.$$

На этом рисунке переходы статического сигнала a_t происходят в момент $t_0 = 0$ и $t_1 = 8$ условным единицам, а переходы сигнала y_{1t} задержаны на три условные единицы времени.

Можно доказать, что любое операторное выражение, полученное от одной булевой переменной, может быть выражено через рекуррентные булевы функции (РБФ). Например,

$$a_\tau \doteqdot y_{2t} = a_t \cdot \overline{a}_{(t-|\tau|)}, \qquad (12)$$

$$a_{\tau'} \doteqdot y_{3t} = a_t + \overline{a}_{(t-|\tau'|)}, \qquad (13)$$

$$a^{\tau} \doteqdot y_{4t} = a_t \cdot a_{(t-|\tau|)}\,, \qquad (14)$$

$$a^{\tau'} \doteqdot y_{5t} = a_t + a_{(t-|\tau'|)}, \qquad (15)$$

$$a^{\tau_1\tau_2'} \doteqdot y_{6t} = a_t \cdot a_{(t-|\tau_1|)} + \overline{a}_t\, a_{(t-|\tau_2'|)}. \qquad (16)$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что предлагаемый метод описания потенциально-импульсных релейных устройств базируется в основном на использовании РБФ в операторной форме и может быть особенно эффективен при описании потенциально-импульсных схем, работа которых в принципе может быть обусловлена одним внешним (начальным) воздействием.

В заключение следует сказать, что полученные операторные соотношения можно реализовать не только на контактных или бесконтактных элементах, но и на тех и других одновременно. В последнем случае следует учитывать, что любое электромагнитное реле по сравнению с бесконтактными элементами реализует функцию $a^{\tau_1 \tau_2}$.

При реализации выражений на контактных элементах временные соотношения, конечно, будут значительно отличаться от предполагаемых, так как ни у какого электромагнитного реле время срабатывания и время отпускания не равны нулю. Однако и на контактных элементах основные функциональные зависимости между импульсными и статическими сигналами реализовать можно. Вследствие этого можно сделать вывод, что предлагаемый метод более удобен для описания электронных и полупроводниковых схем.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Н. Иванова, В. Г. Лазарев, Е. И. Пийль. Синтез электронных схем дискретного действия. Изд-во Связь, 1964.
2. С. Колдуэлл. Логический синтез релейных устройств. Изд-во ИЛ., 1962.
3. Д. А. Поспелов. Логические методы анализа и синтеза схем, Изд-во Энергия, 1964.
4. В. Н. Рогинский. Построение релейных схем управления. Изд-во Энергия, 1964.
5. А. Д. Таланцев. Об анализе и синтезе некоторых электрических схем при помощи специальных логических операторов, А и Т, № 7, 1959.