

**К ИНЖЕНЕРНОМУ РАСЧЕТУ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ НА НОРМАЛИЗОВАННЫХ  
СТЕРЖНЕВЫХ СЕРДЕЧНИКАХ С ЗАЗОРАМИ****Л. В. ТРАУТ, Е. И. ГОЛЬДШТЕЙН**

(Представлена научным семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

При проектировании линейных дросселей, а также трансреакторов, индуктивных датчиков и некоторых других электромагнитных устройств с воздушными (немагнитными) зазорами в магнитной цепи приходится иметь дело с двумя типами расчетных задач. В так называемых прямых задачах целью расчета является определение индуктивности  $L$  системы известной конфигурации при определенном числе витков  $\omega$ :

$$L = \omega^2 G_{\text{п}}. \quad (1)$$

Строгое определение полной проводимости системы представляет большую трудность, поэтому часто пренебрегают магнитным сопротивлением ферромагнитных участков магнитопровода по сравнению с сопротивлением зазоров. Однако и в этом случае только основная проводимость воздушных зазоров  $G_0$  определяется сравнительно просто:

$$G_0 = \mu_0 \frac{ab}{\delta}, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  — поперечные размеры воздушного зазора длиной  $\delta$ .

Остальные проводимости — проводимость выпучивания и проводимость рассеяния — могут быть определены одним из широко известных методов Ротерса, Шмиделя и других. Наиболее точные результаты могут быть получены при использовании графоаналитического метода Б. К. Буля для определения отдельных составляющих проводимостей рассеяния и выпучивания [1]. Общим недостатком всех упомянутых методов является трудоемкость вычислений и, самое главное, трудность выяснения влияния отдельных размеров системы на ее полную проводимость.

Еще большие трудности возникают при решении так называемых обратных задач, когда требуется подобрать величину воздушного зазора, обеспечивающую заданную индуктивность системы при определенном числе витков. Практически обратная задача решается методом последовательных приближений, то есть требуется неоднократное повторение весьма трудоемких вычислений.

В статье, применительно к электромагнитным устройствам на нормализованных сердечниках показана возможность использования графических зависимостей, значительно упрощающих решение сформулированных выше задач (при учете только сопротивления воздушных зазоров).

Проведенные авторами исследования показали, что наиболее универсальной является зависимость

$$K_{\Phi} = f(\delta'),$$

где  $K_{\Phi}$  — коэффициент фиктивного зазора;  
 $\delta'$  — относительный зазор.

$$K_{\Phi} = \frac{G_{\Pi}}{G_0}, \quad (3)$$

$$\delta' = \frac{\delta}{l_c}. \quad (4)$$

В выражении (4)  $l_c$  — длина средней силовой линии. При расчете зависимостей  $K_{\Phi} = f(\delta')$  используем безразмерные коэффициенты геометрии  $x$ ,  $y$  и  $z$  и базовый размер  $a$

$$x = \frac{b}{a}, \quad y = \frac{c}{a}; \quad z = \frac{h}{a}. \quad (5)$$

Основные размеры сердечников  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $h$  показаны на рис. 1.

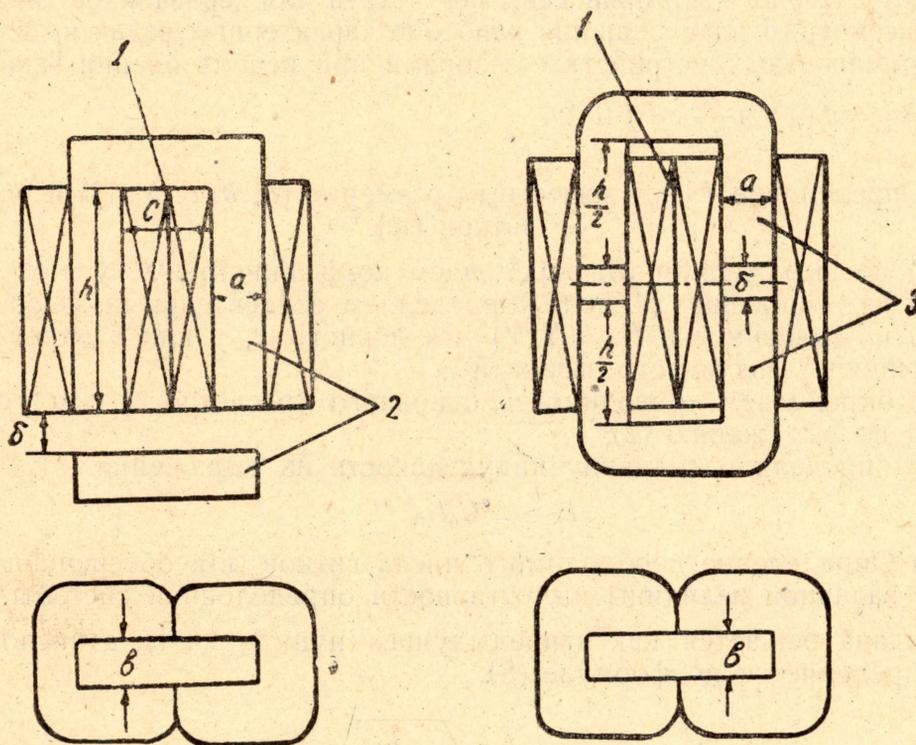


Рис. 1. Основные размеры П-образных сердечников. 1 — обмотка; 2 — сердечник типа П; 3 — сердечник типа ПЛ.

Для всех нормализованных сердечников длина средней силовой линии зависит только от базового размера  $a$ , оставаясь неизменной для сердечников определенной группы ряда:

$$l_c = a(2y + 2z + 3,14). \quad (6)$$

Аналогично через коэффициенты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и размер  $a$  можно выразить и все остальные расчетные величины, характеризующие определенную магнитную систему.

Так как проводимости зависят от геометрических размеров системы, то все сердечники данного ряда можно характеризовать одним семейством графиков  $K_\Phi = f(\delta')$  при определенных значениях коэффициента  $x$ ,  $y$  или  $z$ .

Принципиально для получения указанных зависимостей могут быть использованы как графоаналитические, так и аналитические методы определения полной проводимости системы.

Учитывая большую трудоемкость расчетов, целесообразно использовать электронную цифровую вычислительную машину (ЭЦВМ), что и предопределило выбор, в качестве исходных, аналитических выражений для полной проводимости, полученных И. И. Пеккером [2—3].

В приложении приведены окончательные расчетные выражения для определения  $K_\Phi$ , полученные из соответствующих формул [2—3] с учетом обозначений настоящей статьи и выражений (3) ÷ (6).

На ЭЦВМ были проведены расчеты  $K_\Phi$  по выражениям (11) ÷ (19). В работе принимали участие программисты вычислительного центра Томского политехнического института Е. И. Садовская и В. П. Тимошенко, а также студенты С. К. Сазанбаев и А. К. Советов. Полученные результаты приведены на рис. 2 и 3 для сердечников типа П, соответственно при  $y=1$ ,  $z=3$  и  $y=1,5$ ,  $z=4$  (рис. 2) и  $y=2$ ,  $z=3$  и  $y=2$ ,  $z=5$  (рис. 3). На рис. 4 и 5 приведены результаты для сердечников типа ПЛ.

Рассмотрим план решения наиболее характерных задач по расчету электромагнитных устройств с зазорами при использовании зависимостей  $K_\Phi = f(\delta')$  и  $\frac{\delta'}{K_\Phi} = f(\delta')$ .

а) Определение  $L$  при известных размерах ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$  и  $\delta$ ) и числе витков ( $w$ ).

- 1) по выражениям (5) определяем коэффициенты  $x$ ,  $y$  и  $z$ ;
- 2) из выражений (4) и (6) определяем относительный зазор  $\delta'$ ;
- 3) по зависимости  $K_\Phi = f(\delta')$  для данного  $x$ ,  $y$  или  $z$  определяем коэффициент фиктивного зазора  $K_\Phi$ ;
- 4) определяем проводимость основного (расчетного) воздушного зазора по выражению (2);
- 5) определяем величину индуктивности из выражения (7):

$$L = w^2 G_0 K_\Phi. \quad (7)$$

б) Определение необходимого числа витков для обеспечения заданной величины индуктивности определенной системы.

Задача решается как и предыдущая (пункты 1 ÷ 4), а число витков определяется по формуле (8):

$$w = \sqrt{\frac{L}{G_0 K_\Phi}}. \quad (8)$$

в) Определение величины зазора, при которой обеспечивается заданная индуктивность системы с известными размерами сердечника при определенном числе витков.

Для решения поставленной задачи используем соотношения:

$$G_n = \frac{L}{w^2} = G_0 K_\Phi = K_\Phi \mu_0 \frac{ab}{\delta}, \quad (9)$$

$$\frac{\delta'}{K_\Phi} = \frac{w^2 \mu_0 ab}{L \cdot l_c}. \quad (10)$$

- 1) определяем соотношение  $\frac{\delta'}{K_{\Phi}}$  по выражению (10);
- 2) по зависимости  $\frac{\delta'}{K_{\Phi}} = f(\delta')$  для данного  $x$ ,  $y$  или  $z$  определяем относительный зазор  $\delta'$ ;
- 3) определяем необходимый зазор  $\delta$  по выражению (4).

### Проверка предложенной методики

Для проверки были изготовлены образцы, основные данные которых приведены в табл. 1.

В табл. 2 и 3 отражены основные этапы расчета и проверки указанных выше образцов по предложенной методике.

Во всех рассматриваемых случаях погрешность расчета по приведенной методике не превышает 18%.

Для сопоставления в табл. 4 приведен ряд значений  $K_{\Phi}$ , полученных по рассмотренной выше методике ( $K_{\Phi 3}$ ), экспериментально ( $K_{\Phi 2}$ ) и при использовании графоаналитического метода проф. Буля ( $K_{\Phi 1}$ ) по [4].

### Приложение

$$K_{\Phi \text{п}} = \delta' \kappa' \sqrt{\frac{AB}{x}} \cdot \text{cth} 2\delta' \kappa' \sqrt{\frac{B}{x \cdot A}} + \frac{\delta' \kappa'}{2x} \left\{ \left[ \frac{x+2}{\pi} + \frac{\delta' \kappa'}{2} + 1 \right] \times \right. \\ \left. \times \ln \left( \frac{2}{\delta' \kappa'} + 1 \right) - 1 \right\} \left( 1 + \frac{1}{2zy} \right) + \\ + \frac{2}{3} \frac{B \cdot \kappa' \cdot \delta'}{x}; \quad (11)$$

$$A = 1 + \frac{2\delta' \kappa'}{\pi} \left( 1 + \frac{1}{x} \right) + \\ + \frac{(\delta' \kappa')^2}{2x}; \quad (12)$$

$$B = \frac{1}{\ln \left( \frac{2y}{x} + 1 \right)} +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{2}{y} \right); \quad (13)$$

$$\kappa' = 2z + 2y + \pi; \quad (14)$$

$$K_{\Phi \text{пл}} = \frac{(x+2)}{8 \left( \frac{z}{\delta' \kappa'} + 1 \right) x} \left\{ (2\delta' \kappa' + y) \left[ \ln \left( 1 + \frac{y}{\delta' \kappa'} \right) - \frac{1}{2} \right] - \right. \\ \left. - \frac{\pi \left[ (\delta' \kappa')^2 + y\delta' \kappa' + \frac{y^2}{y} \right]}{4(z + \delta' \kappa')} \right\} + \frac{B \cdot \Gamma \cdot \delta' \kappa'}{4(z + \delta' \kappa')^2 (\text{sh} 2\delta' \kappa' m) \cdot x} + \\ + \frac{2 \cdot B \cdot E}{\left[ \frac{z^2}{(\delta' \kappa')^2} + \frac{2z}{\delta' \kappa'} + 1 \right] x \delta' \kappa'}; \quad (15)$$

Таблица 1

Данные	Образец типа	
	П	ПЛ
Число витков $w$	300	500
$a$ мм	20	8
$b$ мм	24	16
$c$ мм	30	16
$h$ мм	80	40
$x$	1,2	2
$y$	1,5	2
$z$	4	5
$l_c$	283	137



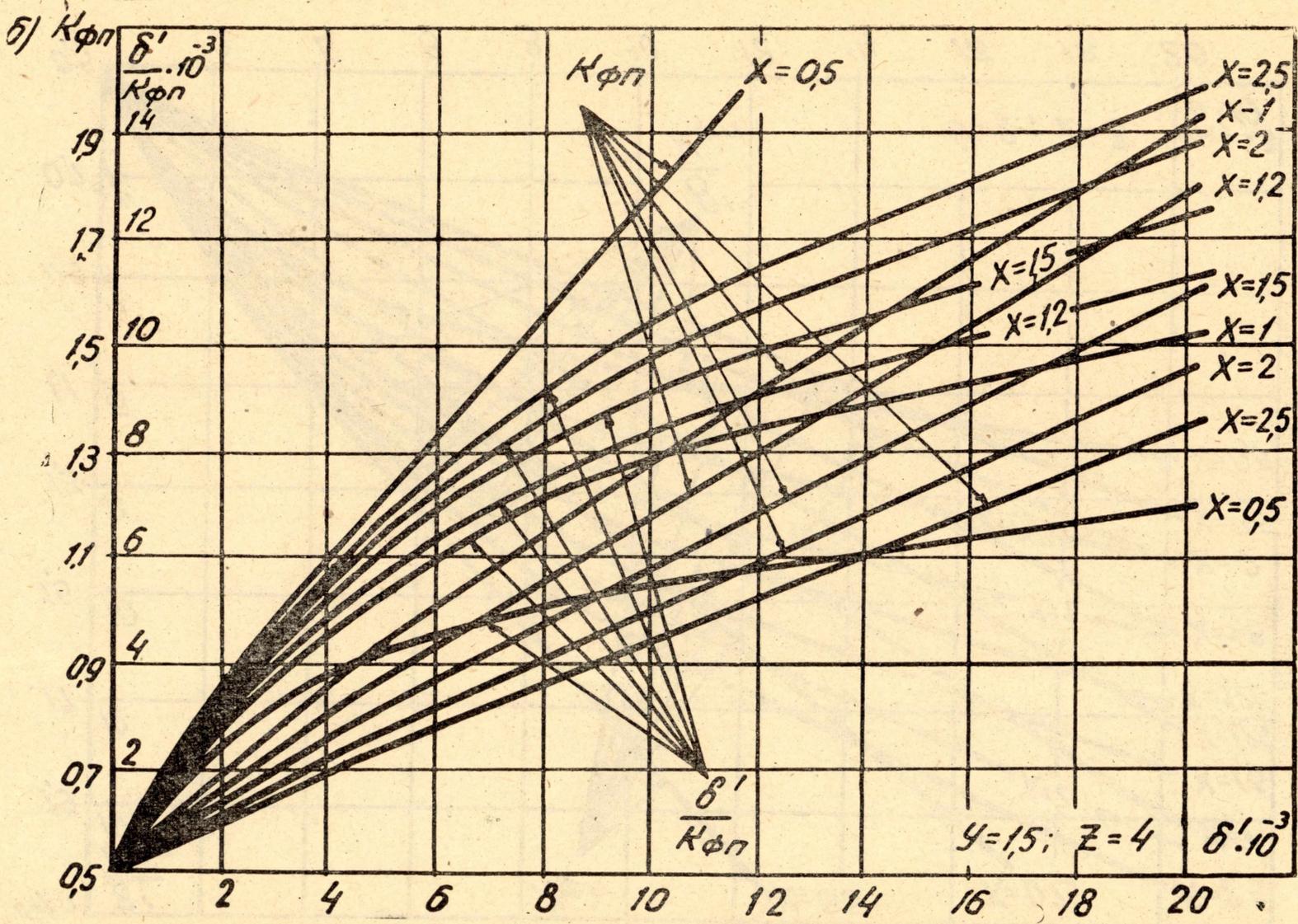
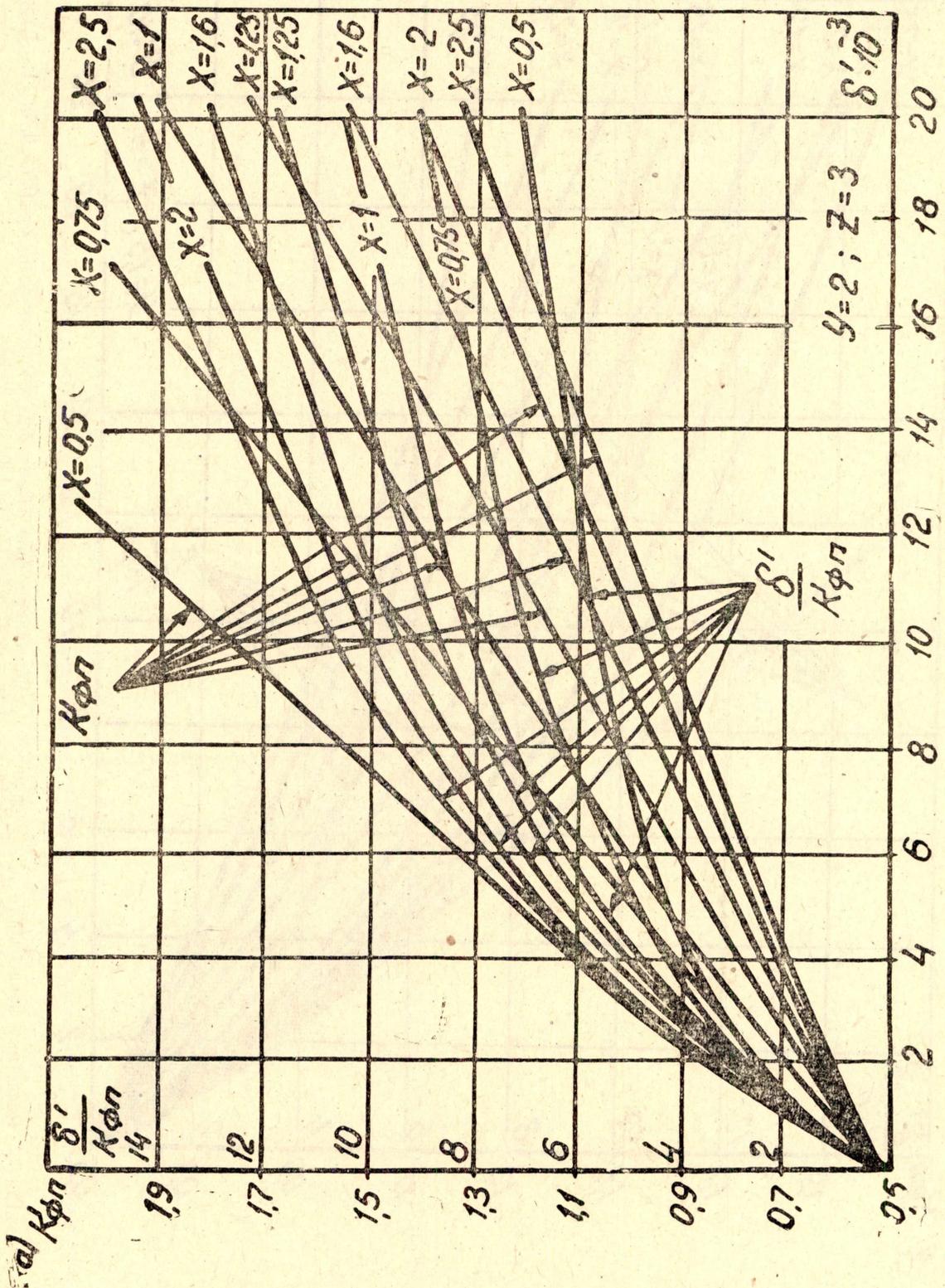


Рис. 2. Расчетные зависимости для стержневых сердечников типа П: а) при  $y=1$ ;  $z=3$ ;  $x=0,5$ ;  $0,75$ ;  $1$ ;  $1,25$ ;  $1,6$ ;  $2$ ;  $2,5$ ; б) при  $y=1,5$ ;  $z=4$ ;  $x=0,5$ ;  $1$ ;  $1,2$ ;  $1,5$ ;  $2$ ;  $2,5$ .



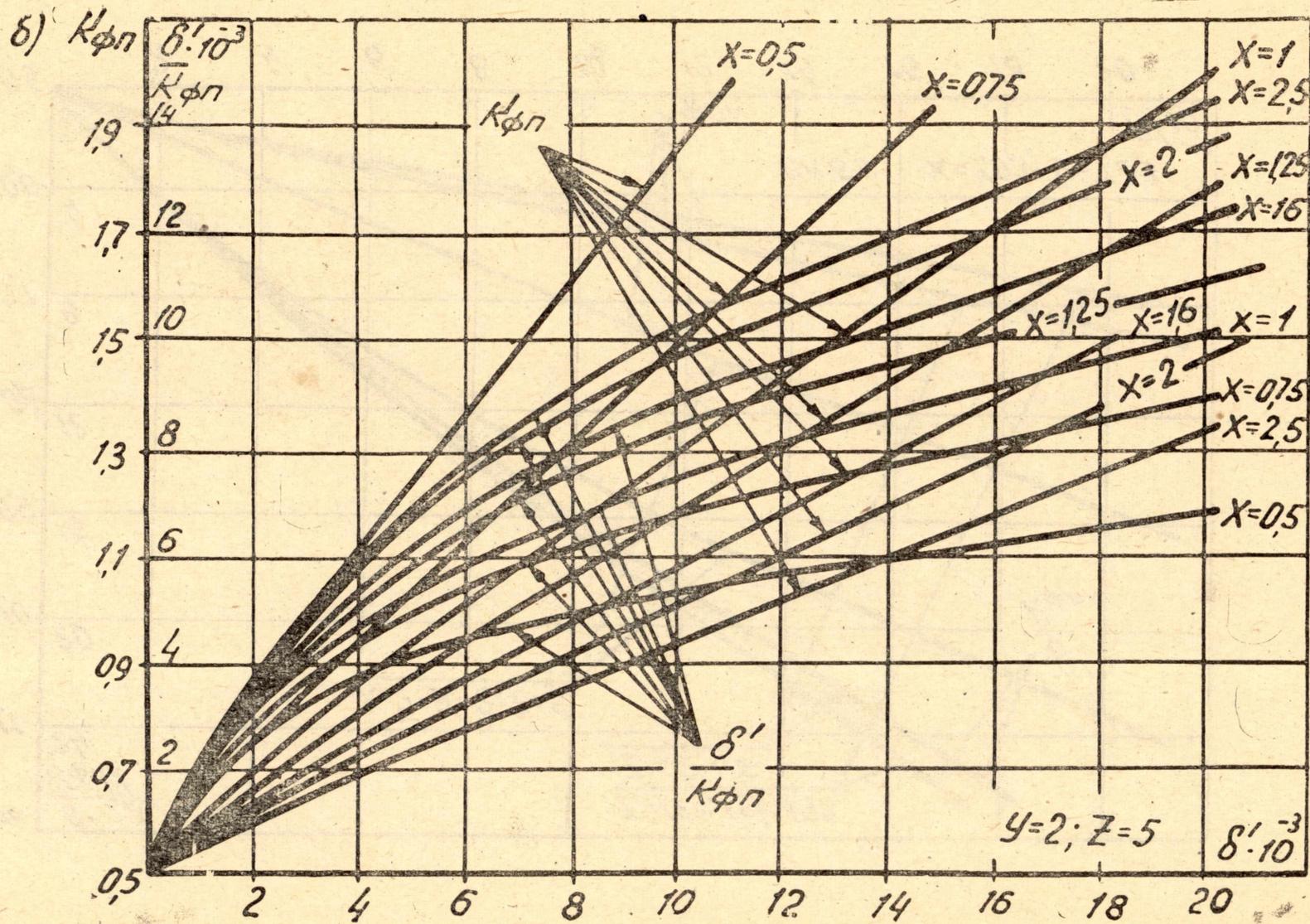
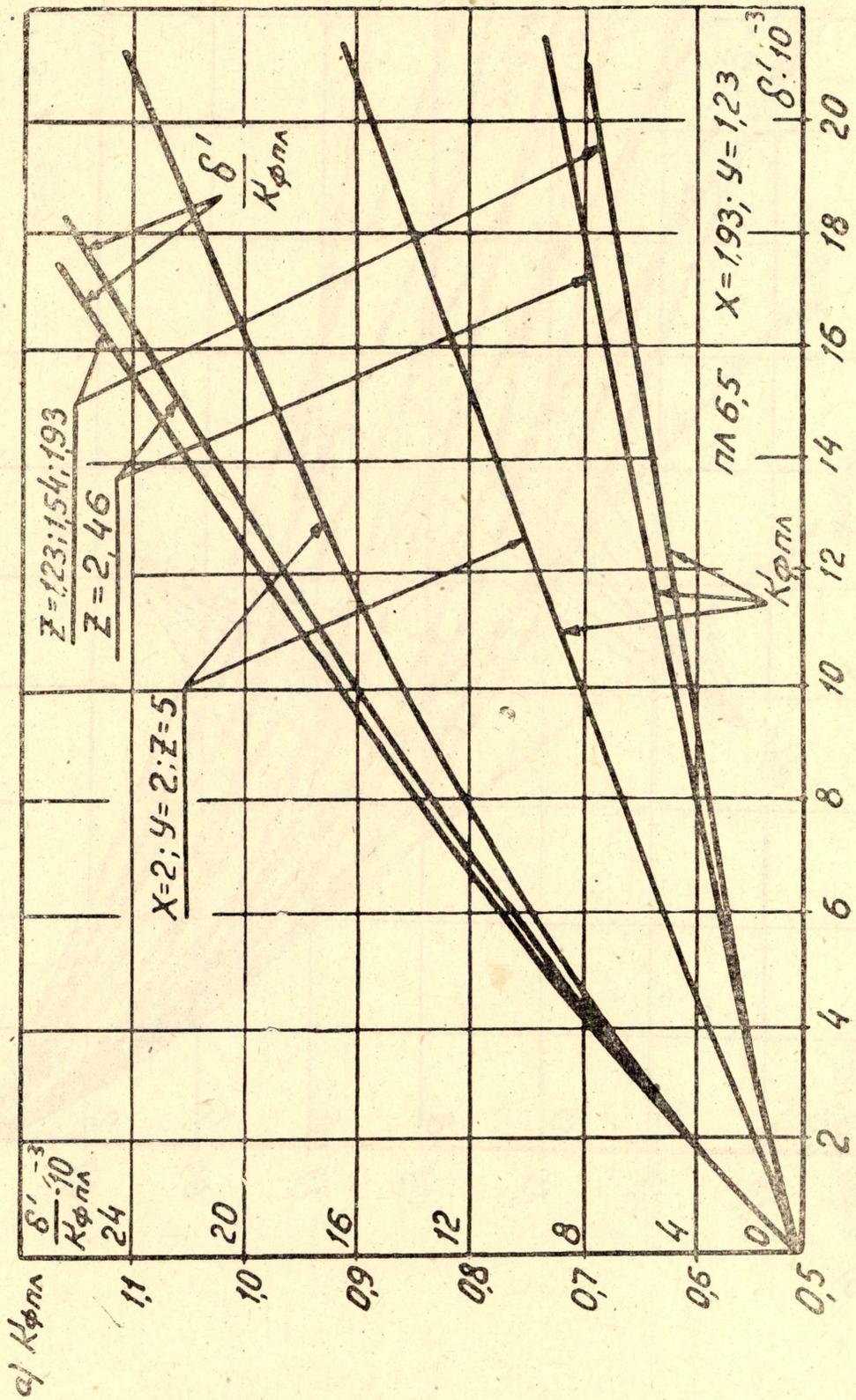


Рис. 3. Расчетные зависимости для стержневых сердечников типа П. а) при  $y=2$ ;  $z=3$ ;  $x=0,5$ ;  $0,75$ ;  $1$ ;  $1,25$ ;  $1,6$ ;  $2$ ;  $2,5$ ; б) при  $y=2$ ;  $z=5$ ;  $x=0,5$ ;  $0,75$ ;  $1$ ;  $1,25$ ;  $1,6$ ;  $2$ ;  $2,5$



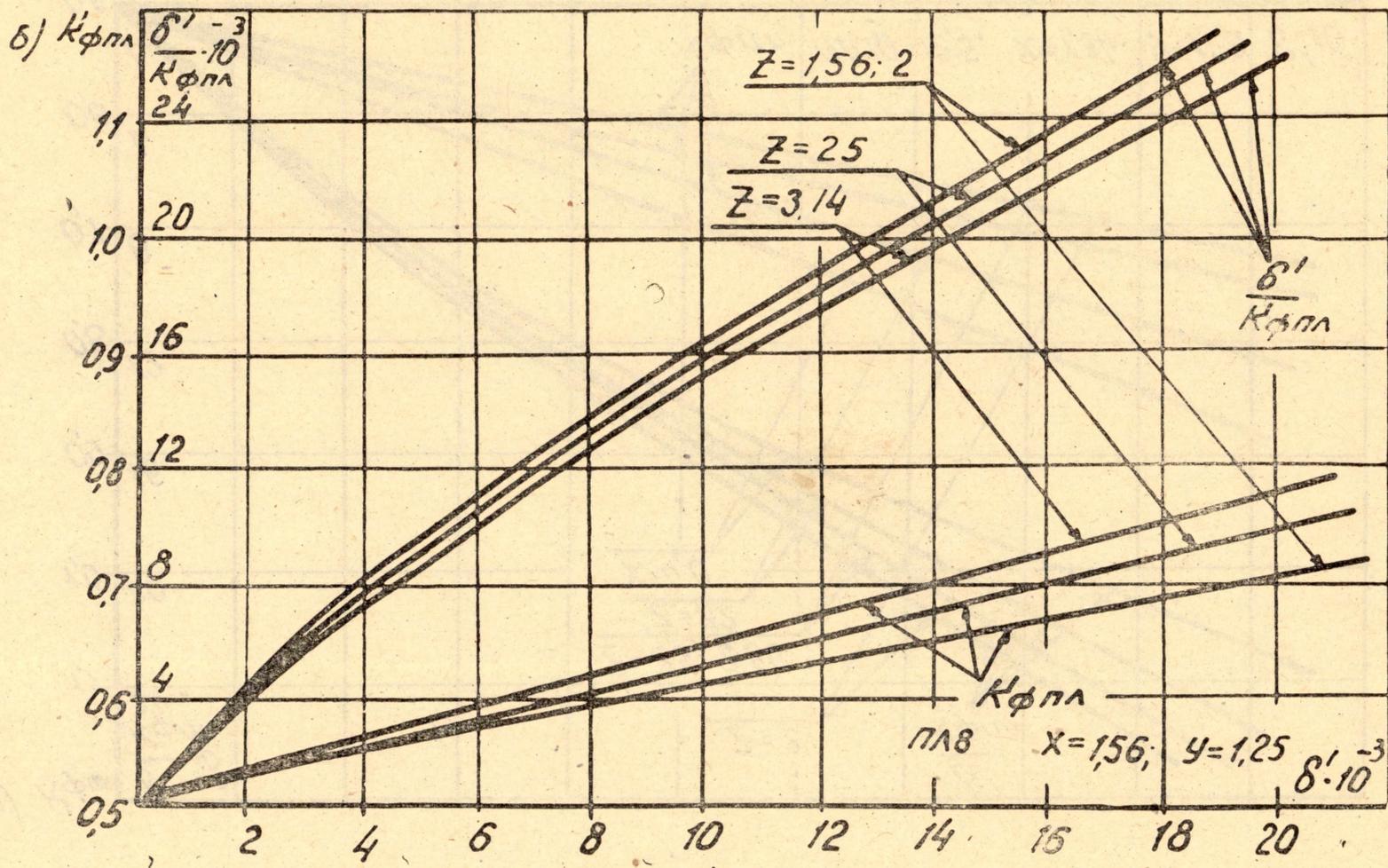
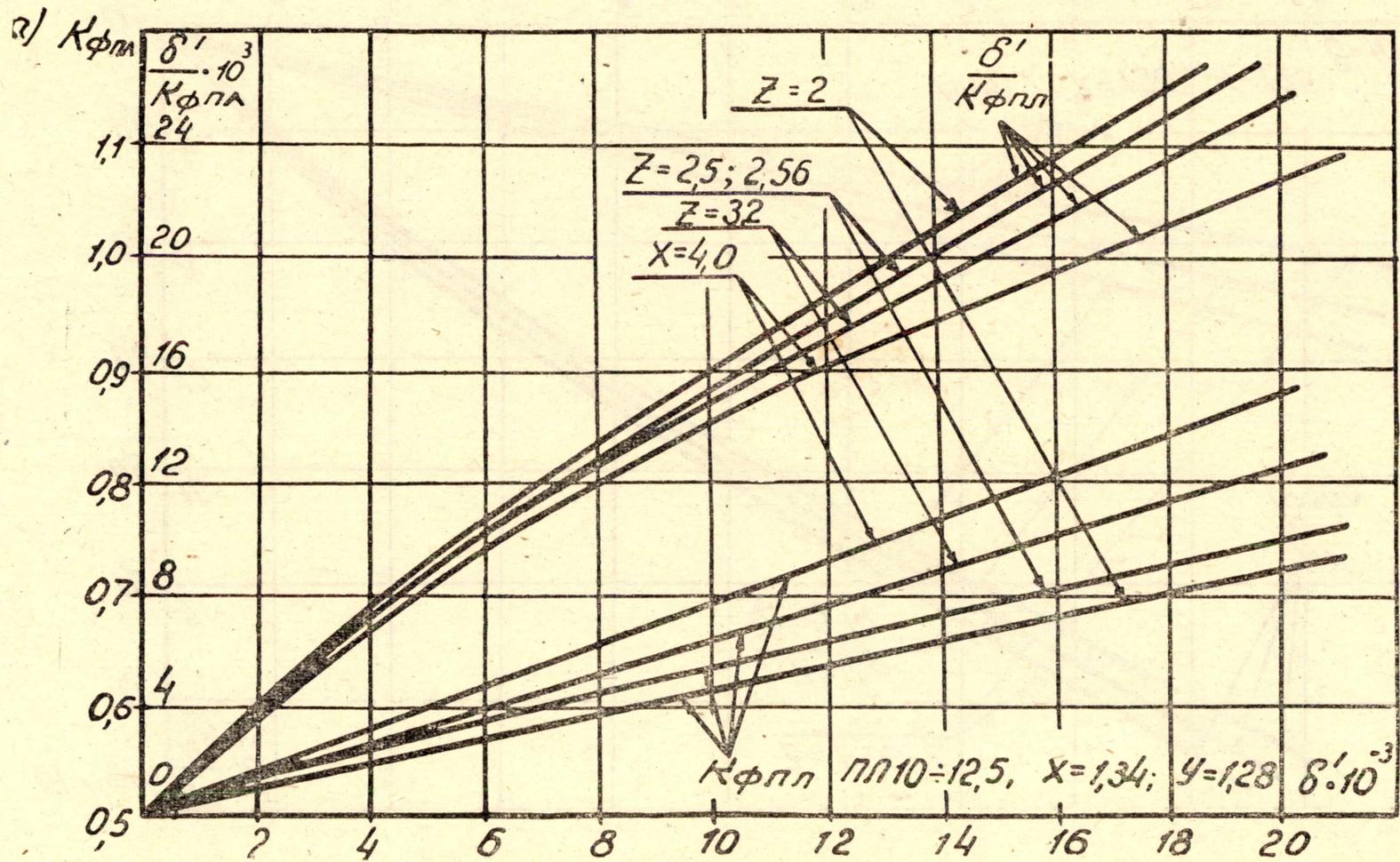


Рис. 4. Расчетные зависимости для стержневых сердечников типа ПЛ. а) ПЛ6,5;  $x = 1,93; y = 1,23; z = 1,23; 1,54; 1,93; 2; 46; x = 2; y = 2; z = 5$ . б) ПЛ8;  $x = 1,56; y = 1,25; z = 1,56; 2; 2,5; 3,14$



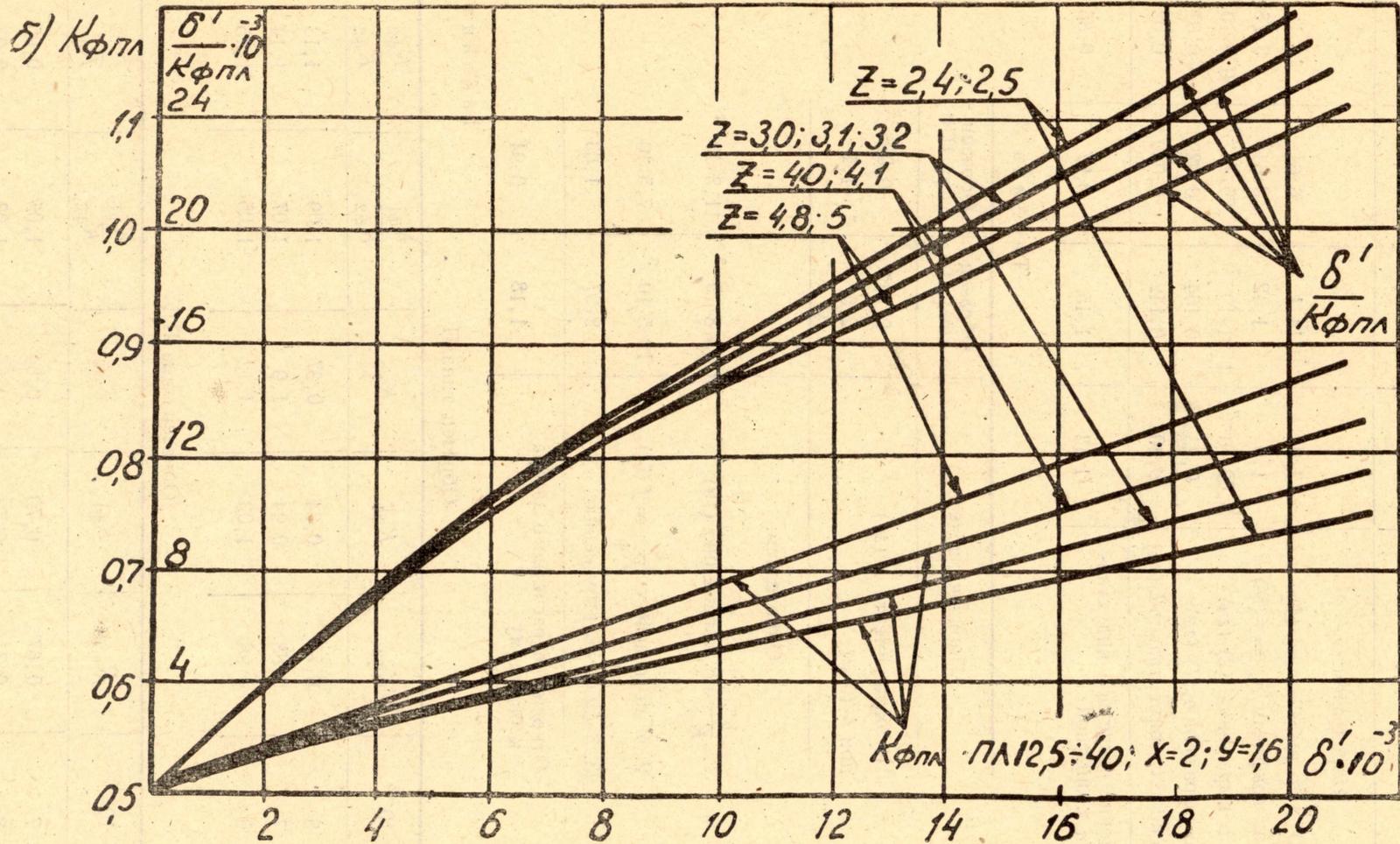


Рис. 5. Расчетные зависимости для стержневых сердечников типа ПЛ: а) ПЛ10÷12,5;  $x=1,34; y=1,28; z=2; 2,5; 2,56; 2,32$ ; б) ПЛ12,5÷40;  $x=2; y=1,6; z=2,4; 2,5; 3,0; 3,1; 3,2; 4,0; 4,8; 5$ .

Таблица 2

Порядок расчета	Образец типа П		Образец типа ПЛ	
	2,0	4,0	0,9	1,8
Дано				
Определяем:				
1. $\delta' \cdot 10^{-3}$ по выражению (4)	7,0	14,1	6,6	13,1
2. $K_{\phi}$ по графикам $K_{\phi} = f(\delta')$	1,0	1,42	0,64	0,76
3. $G_0$ по выражению (2) (гн)	$3,62 \cdot 10^{-7}$	$1,81 \cdot 10^{-7}$	$1,79 \cdot 10^{-7}$	$0,9 \cdot 10^{-7}$
4. $L$ по выражению (7) (гн)	0,232	0,164	0,029	0,017
Получено экспериментально $L$ (гн)	0,204	0,142	0,030	0,02
Отношение расчетной индуктивности к опытной	1,13	1,15	0,97	0,85

Таблица 3

Порядок расчета	Образец типа П	Образец типа ПЛ
Из эксперимента $L$ (гн) при $\delta$ (мм)	0,182 2,5	0,026 1,1
Определяем:		
1. $\frac{\delta'}{K_{\phi}}$ по выражению (10)	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$11,3 \cdot 10^{-3}$
2. $\delta'$ по графику $\frac{\delta'}{K_{\phi}} = f(\delta')$	$10,5 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$
3. $\delta$ (мм) по выражению	2,97	1,03
Отношение расчетного зазора к опытному	1,18	0,94

Таблица 4

Образец типа П

$\delta' \cdot 10^{-3}$	$K_{\phi 2}$	$K_{\phi 1}$	$K_{\phi 3}$	$\frac{K_{\phi 1}}{K_{\phi 2}}$	$\frac{K_{\phi 3}}{K_{\phi 2}}$
5	0,77	0,84	0,87	1,09	1,13
7	0,88	0,94	1,0	1,07	1,14
9	0,98	1,03	1,12	1,05	1,15

Образец типа ПЛ

$\delta' \cdot 10^{-3}$	$K_{\phi 2}$	$K_{\phi 1}$	$K_{\phi 3}$	$\frac{K_{\phi 1}}{K_{\phi 2}}$	$\frac{K_{\phi 3}}{K_{\phi 2}}$
7	0,67	0,70	0,64	1,05	0,95
8	0,71	0,73	0,66	1,03	0,93
13	0,89	0,84	0,76	0,94	0,85

$$M = \sqrt{\frac{B}{x + \left[ \frac{2}{\pi} \delta' \kappa' (x + 1) + \frac{(\delta' \kappa')^2}{2} \right] \left[ 1 - \frac{\pi}{\frac{2zy}{(\delta' \kappa')^2} + \frac{2y}{\delta' \kappa'}} \right]}}; \quad (16)$$

$$B = \left[ z + \frac{(\text{sh } 2\delta' \kappa' M)}{M} + z (\text{ch } 2\delta' \kappa' M) \right]; \quad (17)$$

$$\Gamma = \left\{ x + \left[ \frac{2}{\pi} \delta' \kappa' (x + 1) + \frac{(\delta' \kappa')^2}{2} \right] \left[ 1 - \frac{\pi}{\frac{2zy}{(\delta' \kappa')^2} + \frac{2y}{\delta' \kappa'}} \right] \right\} \times \\ \times \{ (\text{sh } 2\delta' \kappa' M) + Mz [1 + (\text{ch } 2\delta' \kappa' M)] \}; \quad (18)$$

$$E = \left[ \frac{z^3}{12} + \frac{\delta' \kappa' + z}{4M^2} - \left( \frac{1}{M^2} + z^2 \right) \frac{(\text{sh } 2\delta' \kappa' M)}{8M} - \frac{z}{4M^2} (\text{ch } 2\delta' \kappa' M) \right]. \quad (19)$$

Коэффициенты  $B$  и  $\kappa'$  те же, что и для системы П.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. К. Буль. Определение погрешностей и пределов применимости формул удельной магнитной проводимости. *Электричество*, № 4, 1960.
2. И. И. Пеккер. Расчет индуктивности Ш и П-образных электромагнитов с плоским ярком. *ИВУЗ, Электромеханика*, № 8, 1963.
3. И. И. Пеккер. Расчет индуктивности электромагнитов с ярком и ярком III- и II-образной формы. *ИВУЗ, Электромеханика*, № 10, 1964.
4. Е. И. Гольдштейн. Некоторые вопросы расчета и проектирования сглаживающих дросселей. Диссертационная работа на соискание ученой степени кандидата технических наук, 1964.