

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРОСТЫХ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

А. Н. АЙФЕРТ, Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

При расчетах синхронных реактивных двигателей (СРД) простой явнополюсной конструкции для определения коэффициентов формы поля k_d и k_q обычно пользуются упрощенными формулами или кривыми, заимствованными из теории синхронных явнополюсных машин [1, 2]. Поэтому в последнее время появился ряд работ, в которых делается попытка уточнить расчет магнитного поля в воздушном зазоре СРД.

В статье [3] коэффициенты формы поля получены моделированием магнитного поля на электропроводной бумаге, и произведено исследование влияния высоты полюса на поле в зазоре. При моделировании поля потенциал статора принимался постоянным, и коэффициенты определялись, исходя из проводимости воздушного зазора, что, естественно, снизило точность полученных результатов.

Аналитический метод расчета дан в статье [4] для синусоидального распределения намагничивающей силы вдоль поверхности рашотки статора решением уравнения Лапласа (1) для векторного потенциала

$$\frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x,y)}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Однако при этом сделано упрощающее допущение, что вдоль линий $x=a$ и $x=\tau-a$ (рис. 1) в воздушном зазоре нормальная составляющая напряженности магнитного поля (H_y) постоянна. Это существенно повлияло на точность полученных результатов.

В [5] расчет производится для упрощенной конфигурации воздушного зазора, рассматривая поле отдельно под полюсом и в междуполюсном пространстве.

Во всех этих работах определяются лишь коэффициенты формы поля. Однако знания этих коэффициентов недостаточно для расчета СРД, так как, кроме первой гармоники индукции, необходимо знать полный магнитный поток и максимальное значение индукции в воздушном зазоре. Исходя из этого, нами была предложена система коэффициентов, полностью характеризующих магнитное поле в воздушном зазоре СРД, и эти коэффициенты определены на основании упрощенной картины поля [6] и моделированием магнитного поля на электроинтеграторе [7].

Все эти методы имеют существенные недостатки: приближенное построение картины поля, большая работа по обработке полученной кривой поля и т. д. Кроме этого, необходимо отметить, что во всех перечисленных работах коэффициенты k_d , k_q определялись только для

первой гармонической кривой поля. Поэтому окончательно нами выбран аналитический метод решения уравнения Лапласа для скалярного магнитного потенциала (2) в заданной области распределения магнитного поля при известных граничных условиях.

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

Суть метода состоит в том, что область воздушного зазора СРД (рис. 1) разбивается на две прямоугольные части, для каждой из которых решение уравнения (2) находится методом Г. А. Гринберга [8], а затем, используя условия непрерывности функции на общей границе,

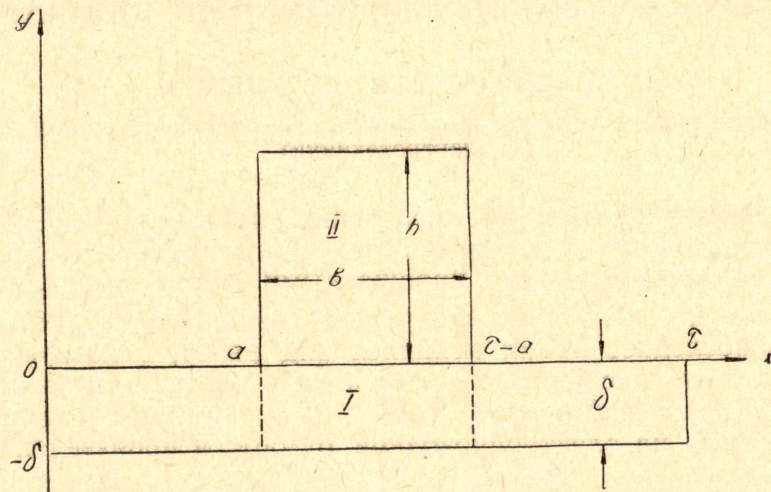


Рис. 1. Область воздушного зазора простого синхронного двигателя.

находится решение всей задачи. Такой метод используется в прикладной механике и применительно к электрическим машинам был использован Л. Э. Домбуром для исследования магнитного поля якоря индукторной машины [9]. Так как метод исследования является общим, мы изложим лишь некоторые особенности и окончательные результаты, не останавливаясь на промежуточных выкладках, изложенных в литературе [8, 9]. В работе сделаны общепринятые допущения [6].

1. Поперечное поле

Граничные условия для области рис. 1 в случае поперечного поля:
Прямоугольник I

$$U_1(x, -\delta) = U_{sm} \sin \frac{s\pi}{\tau} x.$$

$$U_1(0, y) = U_1(\tau, y) = 0, \quad (3)$$

$$U_1(x, 0) = f_1(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ f_2(x) & a < x < \tau - a \\ 0 & \tau - a < x < \tau, \end{cases}$$

где s — порядковый номер гармоник м. д. с. статора.

Прямоугольник II

$$U_2(a, y) = U_2(\tau - a, y) = U_2(x, h) = 0,$$

$$U_2(x, 0) = f_2(x). \quad (4)$$

Условия сопряжения на общей границе

$$U_1(x, 0) = U_2(x, 0),$$

$$\frac{\partial U_1(x,y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial U_2(x,y)}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad (5)$$

где

$$a < x < \tau - a.$$

Решение первой краевой задачи для уравнения (2) при граничных условиях (3) и (4) методом Гринберга дает следующие выражения для функции в прямоугольниках I и II:

$$U_1(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (y + \delta)}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + d_{ns} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} \right) \sin \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (6)$$

$$U_2(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} (y - h)}{\operatorname{ch} \frac{k\pi}{b} h} \sin \frac{k\pi}{b} (x - a), \quad (7)$$

где

$$d_{ns} = \begin{cases} U_{sm} & \text{при } n = s \\ 0 & \text{при } n \neq s \end{cases}. \quad (8)$$

Из условий сопряжения (5) получим два уравнения:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \operatorname{th} \frac{n\pi}{\tau} \delta + \frac{d_{ns}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} \right) \sin \frac{n\pi}{\tau} x = - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot \sin \frac{k\pi}{b} (x - a), \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n\pi}{\tau} \sin \frac{n\pi}{\tau} x = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{k\pi}{b} \sin \frac{k\pi}{b} (x - a), \quad (10)$$

где

$$a < x < \tau - a.$$

После преобразований [9], эти уравнения можно привести к виду

$$A_n \operatorname{th} \frac{n\pi}{\tau} \delta + \frac{d_{ns}}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} = - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot d_{kn}, \quad (11)$$

$$A_k \frac{k\pi}{b} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n\pi}{\tau} \cdot \frac{\tau}{b} d_{kn}, \quad (12)$$

где

$$d_{kn} = \frac{2b \sin \frac{\pi}{2} \left(k - n \frac{b}{\tau} \right) \cos \frac{\pi}{2} (k - n)}{\pi (k\tau - nb)} -$$

$$- \frac{2b \sin \frac{\pi}{2} \left(k + n \frac{b}{\tau} \right) \cos \frac{\pi}{2} (k + n)}{\pi (k\tau + nb)} \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} \neq \frac{k\pi}{b}, \quad (13)$$

$$d_{kn} = \frac{b}{\tau} \cos \frac{\pi}{2} (k - n) \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} = \frac{k\pi}{b}.$$

Подставляя уравнение (12) в (11), получим бесконечную систему уравнений для определения коэффициентов

$$A_n = - \sum_{m=1}^{\infty} m A_m \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot d_{kn} \cdot d_{km} - \frac{d_{ns}}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta}. \quad (14)$$

Нормальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности расточки статора определится из уравнения

$$H_{yn} = - \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} \Big|_{y=-\delta} = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} - d_{ns} \operatorname{th} \frac{n\pi}{\tau} \delta \right) \frac{n\pi}{\tau} \sin \frac{n\pi}{\tau} x. \quad (15)$$

Уравнение (15) дает окончательное решение задачи в виде гармоник (n — порядок гармоники) напряженности, причем, как показали исследования, решение имеет место только для нечетных значений n и k .

2. Продольное поле

В случае продольного поля условия сопряжения и граничные условия для прямоугольника II останутся прежними (4) и (5), а граничные условия для прямоугольника I имеют вид

$$U_1(x_1 - \delta) = U_{sm} \cos \frac{s\pi}{\tau} x, \\ \frac{\partial U_1(x,y)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial U_1(x,y)}{\partial x} \Big|_{x=\tau} = 0 \quad (16) \\ U_1(x_1, 0) = f_1(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ f_2(x) & a < x < \tau - a \\ 0 & \tau - a < x < \tau \end{cases}$$

Таким образом, в этом случае для прямоугольника I решается вторая краевая задача. Выражение для функции в прямоугольнике II останется без изменения, то есть дается уравнением (7), а решение уравнения (2) при граничных условиях (16) дает следующее уравнение для прямоугольника I:

$$U_1(x_1, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (y + \delta)}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + d_{ns} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x. \quad (17)$$

Проведя те же преобразования, что и в случае поперечного поля, получим бесконечную систему уравнений для определения коэффициентов A_n , отличающуюся от (14) только значениями коэффициентов d_{kn} , которые в этом случае будут иметь вид:

$$d_{kn} = \frac{2b \sin \frac{\pi}{2} \left(k - n \frac{b}{\tau} \right) \sin \frac{\pi}{2} (k - n)}{\pi (k\tau - nb)} + \\ + \frac{2b \sin \frac{\pi}{2} \left(k + n \frac{b}{\tau} \right) \sin \frac{\pi}{2} (k + n)}{\pi (k\tau + nb)} \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} \neq \frac{k\pi}{b}, \quad (18) \\ d_{kn} = \frac{b}{\tau} \sin \frac{\pi}{2} (k - n) \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} = \frac{k\pi}{b}.$$

Нормальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности расточки статора определится уравнением

$$H_{yn} = \frac{\partial I_1(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=-\delta} = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n}{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \delta} - d_{ns} \operatorname{th} \frac{n\pi}{\tau} \delta \right) \frac{n\pi}{\tau} \cos \frac{n\pi}{\tau} x. \quad (19)$$

Как показали исследования, решение имеет место только при нечетных значениях n и четных значениях k .

Расчет коэффициентов, характеризующих магнитное поле в воздушном зазоре

Для того, чтобы рассчитать параметры и учесть влияние высших гармонических поля на работу СРД, коэффициенты формы поля определяются как для основной, так и для высших гармонических поля следующим образом.

Коэффициенты формы поля

$$K_{dn} = \frac{B_{adn}}{B_{ad}} = \frac{H_{yn}^{(d)}}{H_{y\max}}, \quad (20)$$

где $H_{yn}^{(d)}$ определяется уравнением (19);

$$K_{qn} = \frac{B_{aqn}}{B_{aq}} = \frac{H_{yn}^{(q)}}{H_{y\max}}, \quad (21)$$

где $H_{yn}^{(q)}$ определяется уравнением (15).

Полагая в уравнениях (14) и (15) $h=0$, то есть, считая воздушный зазор равным, найдем максимальное значение напряженности магнитного поля

$$H_{y\max} = \frac{s\pi}{\tau} \operatorname{cth} \frac{s\pi}{\tau} \delta. \quad (22)$$

Для определения коэффициентов $\alpha_d, \alpha_q, k_{\phi d}, k_{\phi q}$ [6] необходимо определить потоки первых гармонических (Φ_{d1}, Φ_{q1}), полные магнитные потоки (Φ_d, Φ_q), а также максимальные значения индукции (B_{md}, B_{mq}), которые определяются из соотношений [10].

$$\Phi_{d1} = \frac{2}{\pi} \tau l B_{ad1} = \frac{2}{\pi} \tau l \mu_0 H_{y1}^{(d)}, \quad (23)$$

$$\Phi_{q1} = \frac{2}{\pi} \tau l B_{aq1} = \frac{2}{\pi} \tau l \mu_0 H_{y1}^{(q)}, \quad (24)$$

$$\Phi_d = \Phi_{d1} \pm \Phi_{d3} \pm \dots \pm \Phi_{dn} = \frac{2}{\pi} \tau l \mu_0 \left(H_{y1}^{(d)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(d)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(d)} \right), \quad (25)$$

$$\Phi_q = \Phi_{q1} \pm \Phi_{q3} \pm \dots \pm \Phi_{qn} = \frac{2}{\pi} \tau l \mu_0 \left(H_{y1}^{(q)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(q)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(q)} \right), \quad (26)$$

где l — расчетная длина пакета статора.

$$B_{md} = \mu_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_{yn}^{(d)} \quad \text{при } x = 0, \quad (27)$$

$$B_{mq} = \mu_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_{yn}^{(q)} \quad \text{при } x = a. \quad (28)$$

Получим следующие выражения для расчета коэффициентов магнитного поля.

Расчетные коэффициенты полюсной дуги:

$$\alpha_d = \frac{\Phi_d}{\tau l B_{md}} = \frac{2}{\pi} \frac{\left(H_{y1}^{(d)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(d)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(d)} \right)}{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_{yn}^{(d)} \text{ (при } x=0)}, \quad (29)$$

$$\alpha_q = \frac{\Phi_q}{\tau l B_{mq}} = \frac{2}{\pi} \frac{\left(H_{y1}^{(q)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(q)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(q)} \right)}{\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} H_{yn}^{(q)} \text{ (при } x=a)}, \quad (30)$$

Коэффициенты, характеризующие первые гармонические потоков,

$$K_{\Phi d} = \frac{\Phi_d}{\Phi_{d1}} = \frac{\left(H_{y1}^{(d)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(d)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(d)} \right)}{H_{y1}^{(d)}}, \quad (31)$$

$$K_{\Phi q} = \frac{\Phi_q}{\Phi_{q1}} = \frac{\left(H_{y1}^{(q)} \pm \frac{1}{3} H_{y3}^{(q)} \pm \dots \pm \frac{1}{n} H_{yn}^{(q)} \right)}{H_{y1}^{(q)}}. \quad (32)$$

Расчеты вышеперечисленных коэффициентов были произведены на электронной цифровой вычислительной машине М-20 при $s=1$ для следующих значений параметров,

$$\alpha = 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8,$$

$$\delta = 0,001 \tau; 0,003 \tau; 0,005 \tau; 0,01 \tau; 0,02 \tau,$$

$$h = 0,02 \tau; 0,04 \tau; 0,07 \tau; 0,1 \tau; 0,2 \tau; 0,3 \tau; 0,4 \tau; 0,5 \tau.$$

Исследования показали, что при решении бесконечных систем уравнений (14) достаточно ограничиться числом уравнений $n=15$, так как при дальнейшем увеличении n значение гармоник напряженности практически не изменяются.

Как показали расчеты, коэффициенты формы поля по продольной оси (k_d) при значениях $h > 0,04 \tau$ изменяются весьма незначительно, в то время как аналогичные коэффициенты по поперечной оси (k_a) при $h < 0,2 \tau$ принимают различные значения с изменением h . Как видно из рис. 2, коэффициенты k_a изменяются более резко при уменьшении α и увеличении воздушного зазора. Таким образом, для значений $h < 0,2 \tau$ коэффициенты k_a необходимо рассчитывать для каждого значения высоты полюса. При значениях $h > 0,2 \tau$ эти коэффициенты практически остаются постоянными, и при расчетах можно пользоваться кривыми, рассчитанными для значения $h = 0,2 \tau$.

Значения коэффициентов k_d , k_a , α_d , α_a , k_{hd} , k_{ha} при $h = 0,2 \tau$ представлены на рис. 3, 4 и 5 в зависимости от полюсного перекрытия и для различных значений воздушного зазора.

Анализ гармонического состава напряженности магнитного поля в воздушном зазоре СРД показывает, что наиболее резко выражена гретья, а при некоторых соотношениях параметров пятая и седьмая гармонические составляющие. На рис. 6 представлен гармонический состав для случая $\alpha = 0,5$; $\delta = 0,01 \tau$; $h = 0,2 \tau$. Такой резко выраженный состав гармоник говорит о необходимости учитывать их влияние на работу СРД, поэтому на рис. 7, 8 показаны зависимости коэффициентов формы поля k_{dn} , k_{qn} для высших гармонических кривой поля от полюсного перекрытия при $\delta = 0,01 \tau$ и $h = 0,2 \tau$. При определении этих коэффициентов расчет проводился для значений α через каждые $0,05 \tau$.

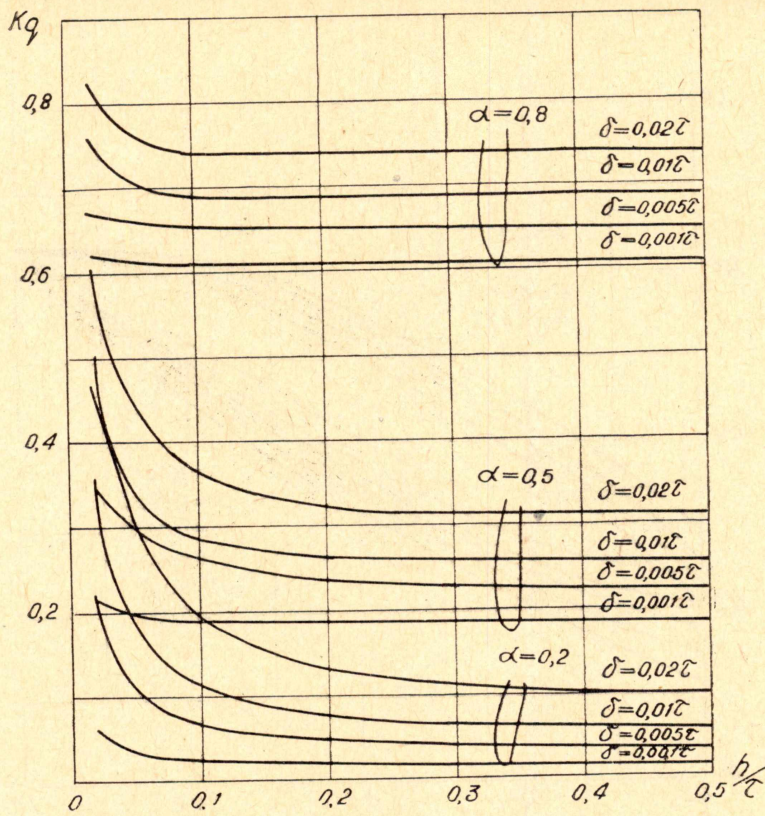


Рис. 2. Зависимость коэффициентов K_q от высоты полюса.

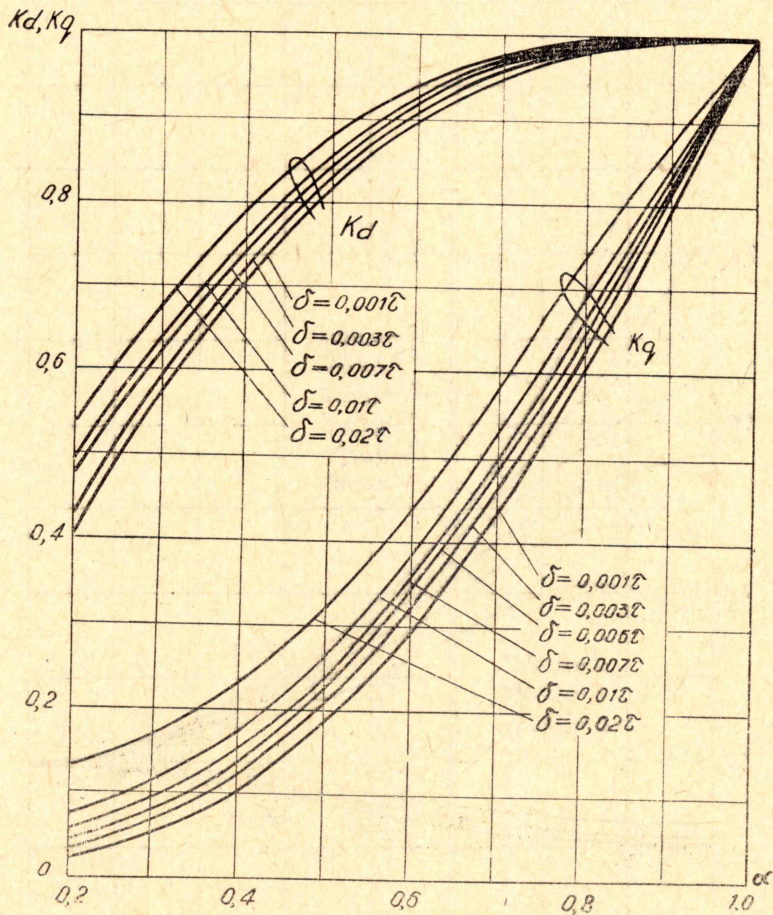


Рис. 3. Зависимость коэффициентов K_d , K_q от полюсного перекрытия при $h=0,2\tau$.

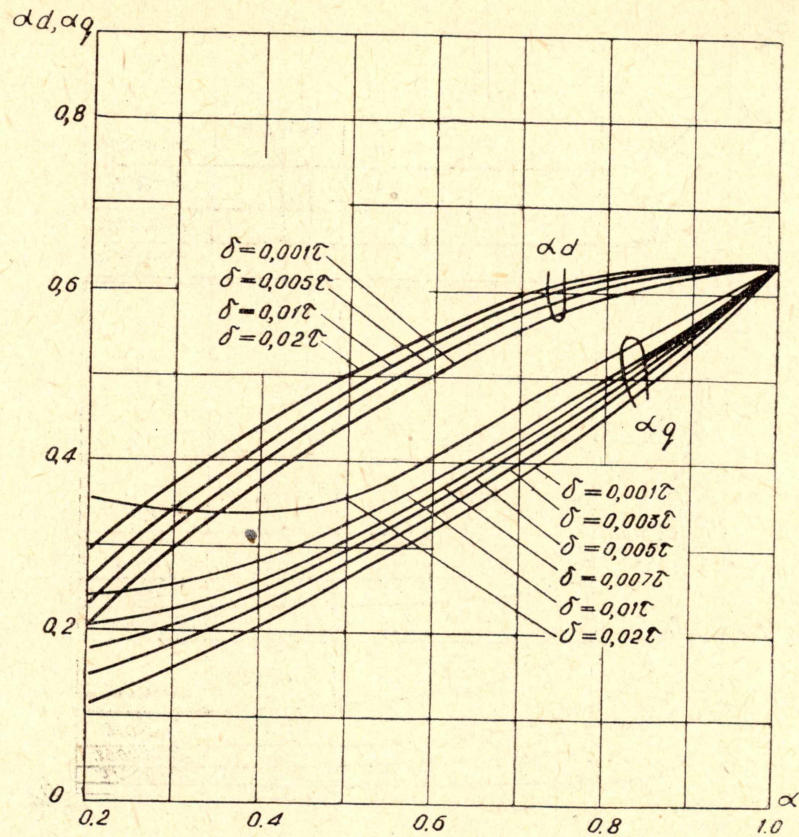


Рис. 4. Зависимость коэффициентов α_d , α_q от полюсного перекрытия при $h=0,2\tau$

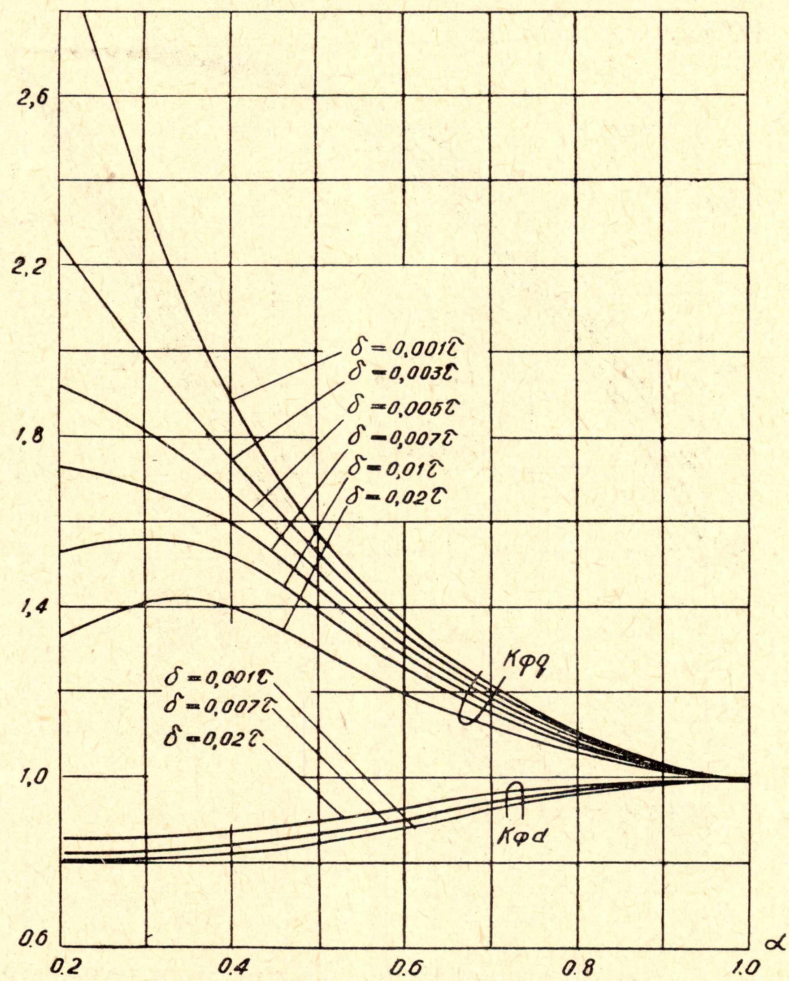


Рис. 5. Зависимость коэффициентов $K_{\phi d}$, $K_{\phi q}$ от полюсного перекрытия при $h=0,2\tau$.

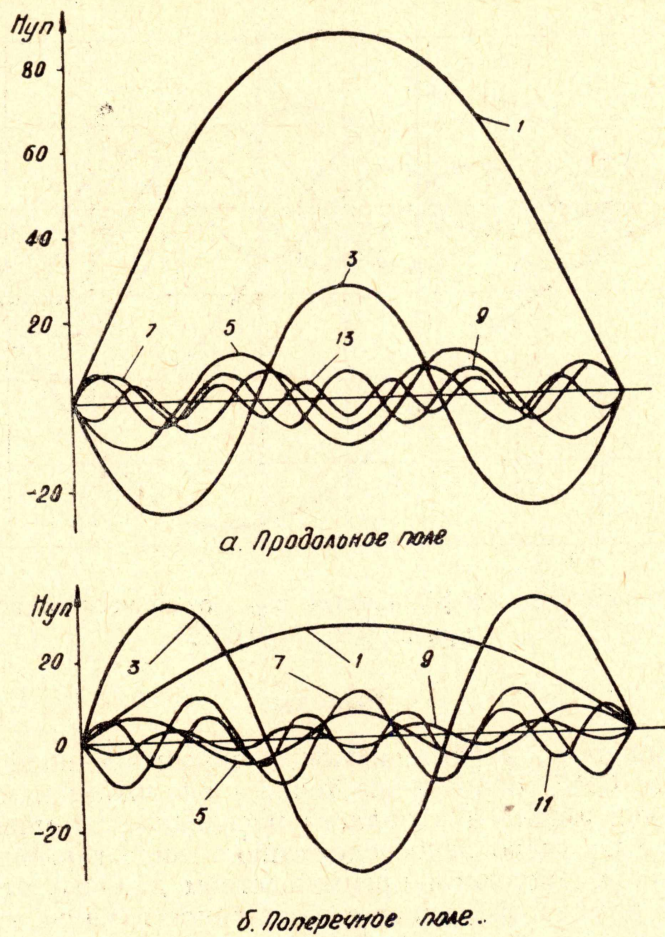


Рис. 6. Гармонический состав кривой поля по продольной и поперечной осям при $\alpha=0,5$; $\delta=0,01\tau$; $h=0,2\tau$.

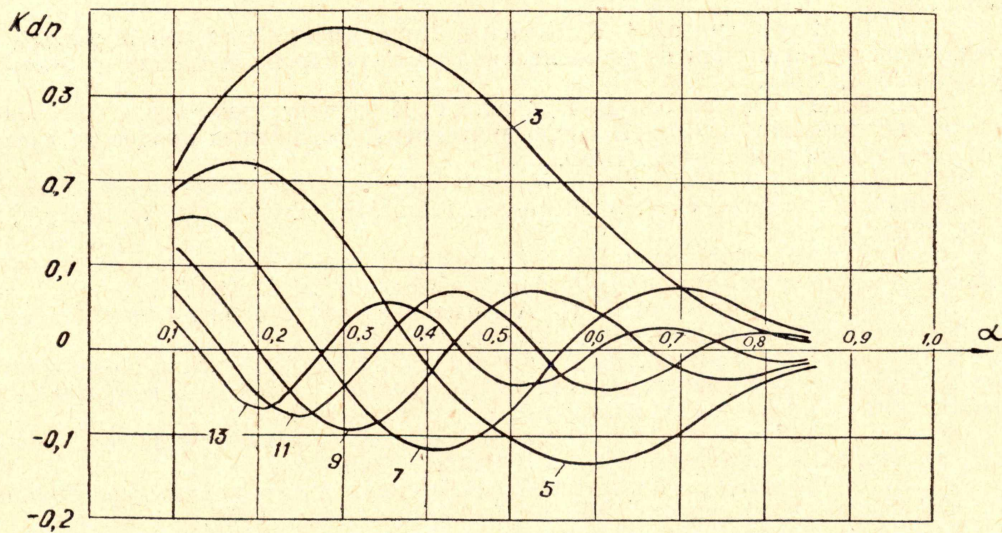


Рис. 7. Зависимость коэффициентов k_{dn} от полюсного перекрытия при $h=0,2\tau$; $\delta=0,01\tau$.

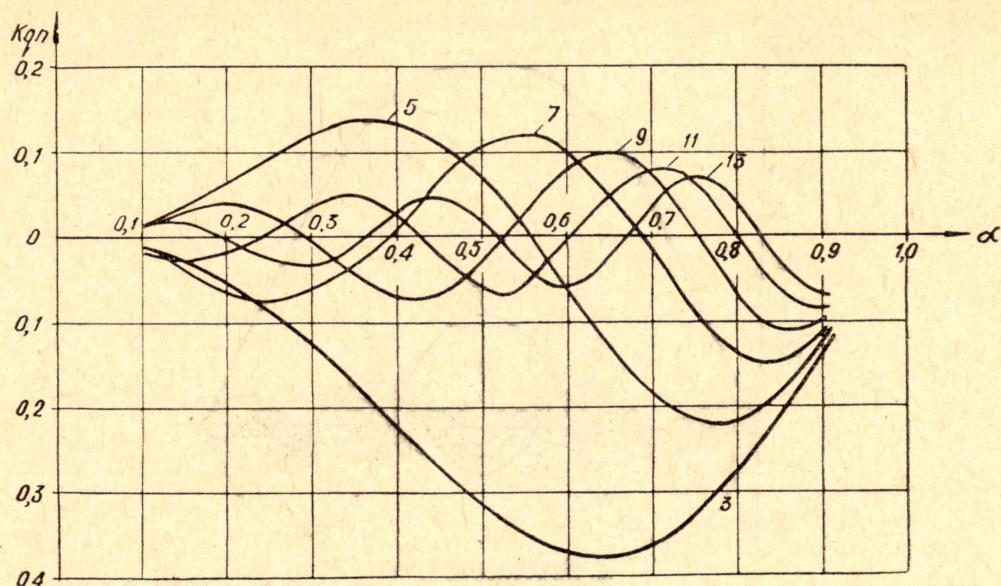


Рис. 8. Зависимость коэффициентов k_{qn} от полюсного перекрытия при $h=0,2\tau$; $\delta=0,01\tau$.

Выводы

1. Коэффициенты, характеризующие магнитное поле в воздушном зазоре простых СРД, определены точным аналитическим методом решения уравнения Лапласа в области распределения магнитного поля.
2. Решение получено непосредственно в виде гармоник напряженности, что является большим преимуществом данного метода.
3. Высота полюса оказывает существенное влияние на поле по поперечной оси при значениях $h < 0,2\tau$.
4. Резко выраженный гармонический состав кривой поля говорит о необходимости учета влияния высших гармонических при расчете рабочих характеристик СРД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Ермолин. Электрические машины малой мощности. Высшая школа, 1962.
2. М. П. Костенко, Б. Е. Коник. Определение основной и третьей гармоник поля якоря и поля полюсов явнополюсной синхронной машины. «Электричество», № 3, 1951.
3. И. М. Постников, В. В. Ралле. К расчету трехфазных синхронных реактивных двигателей. Сб. «Исследование электромагнитных процессов электро-механических систем», Киев, 1965.
4. A. Tugulea, C. Flueraşu. Magnetic field, reactances and torque of reluctance synchronous machines. «Rev. roumaine sci. t'chn. Ser. electrotechn. et energ.», 10, № 3, 1965.
5. L. Česnak. Nhradná magnetická vadivost synchroného stroja s kruhovými sbrysmi vzduchovej medzery. Electrotechnický obzor, 46, № 3, 1957.
6. Е. В. Кононенко, А. Н. Айферт. О расчете магнитных полей синхронных реактивных машин. Изв. ТПИ, т. 145, 1966.
7. Е. В. Кононенко, А. Н. Айферт. Магнитное поле в воздушном зазоре синхронных реактивных машин. Труды третьей Всесоюзной конференции по бесконтактным электрическим машинам, I, Рига, 1966.
8. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, 1948.
9. Л. Э. Домбур. Магнитное поле реакции якоря индукторной машины. Сб. «Магнитное поле в электрических машинах», Рига, 1965.
10. М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. Электрические машины, часть II, ГЭИ, 1965.