ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 172 1967

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОБИВНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ВИТКОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ ОБМОТОК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Э. К. СТРЕЛЬБИЦКИЙ

(Работа представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

При анализе изменения качества провода на различных участках технологического процесса изготовления обмотки возникает задача определения дефектности, т. е. доли слабых мест, по форме кривой распределения пробивного напряжения. Поскольку даже при сравнительно небольшой надежности обмоток порядка 0,9 доля дефектных отрезков провода стандартной длины составляет $10^{-4} \div 10^{-5}$, а разумное число образцов при испытании не должно превышать несколько сотен штук, то формальное применение в качестве согласующих кривых теоретических распределений типа Пирсона и экстраполяция их в область малых значений пробивных напряжений может привести к большим ошибкам.

В подобных случаях возможности формального подхода исчерпываются, поэтому следует рассмотреть механизм, лежащий в основе формирования случайных значений пробивного напряжения.

Выбор подходящего распределения может оказаться сложной задачей, поскольку аналитический вид распределения зависит от механизма отказов конкретного устройства. В результате большой экспериментальной работы показано, что существует небольшое количество распределений вероятностей, возможность применения которых почти универсальна. Вывод основывается прежде всего на принципе нахождения простейших функциональных видов распределения. Основанием такого подхода служит то обычное обстоятельство, что простые предположения позволяют получить широко применимые результаты [1].

Действительно, образование пленки эмалевого покрытия производится путем простой операции — пропусканием провода через калибр, а нанесение повреждений — в результате удара молотком по лобовым частям и припрессовки провода в пазу с помощью укладочной пластины и встречного клина.

Рассмотрим математические алгоритмы, моделирующие эти операции.

Технологический процесс нанесения эмалевой изоляции состоит в многократном пропускании провода через калибры увеличивающегося диаметра. Поскольку размах колебаний провода до калибра значительно больше зазора между внутренней поверхностью калибра и проводом, то толщина односторонней изоляции при одном проходе колеблется в интервале $[0; 2\,\delta]$, где δ — средняя толщина слоя. Приведенные сведения дают основание принять распределение односторонней толщины одного слоя равномерным в интервале $[0; 2\,\delta]$. При увеличении числа слоев распределение суммы пробивных напряжений слоев асимптотически нормально с параметрами

$$m_\Delta = r\overline{\delta} \text{ и } \sigma_\Delta^2 = \frac{r}{3} \cdot \overline{\delta^2},$$

где r — число слоев.

При испытании провода в дроби и в скрутках пробой происходит в точке, обладающей наименьшей толщиной. Поэтому распределение пробивного напряжения неповрежденного провода в этих случаях будет распределением экстремальных значений нормального распределения [2].

Для экспериментальной проверки были сняты распределения пробивных напряжений провода ПЭВА $\varnothing$ 0,87 в следующих случаях:

а. Два изолированных провода, положенные крест-накрест. Распределение нормальное с параметрами: $m_u = 16$ *кв*, $\sigma_u = 2{,}9$ *кв*.

б. Изолированный провод с голым, положенные крест-накрест. Распределение нормальное с параметрами: $m_u = 8$ *кв*, $\sigma_u = 2$ *кв*.

в. Изолированный провод длиной 125 *мм* в дроби диаметром 2,5 *мм*.

Распределение соответствует распределению экстремальных значений распределения δ при объеме выборки $N_{\text{др}} = 120$.

г. Скрутка длиной 125 *мм* из двух изолированных проводов. Распределение соответствует распределению экстремальных значений распределения *a* при объеме выборки $N_{\text{скр}} = 130$.

Характерно, что в последнем случае $\frac{l_{\text{пр}}}{d_{\text{пр}}} \approx N_{\text{скр}}$, т. е. можно считать, что пробивные напряжения соседних участков в скрутке не коррелированы между собой.

При укладке обмотки некоторые элементарные участки повреждаются — происходит уменьшение толщины. Долю поврежденных участков и закон распределения глубины повреждений чрезвычайно трудно установить путем прямого эксперимента. Поэтому мы пошли по пути априорного высказывания предположения о законе распределения с последующей проверкой на согласие, опять-таки имея в виду прежде всего простые распределения. Таким образом были проверены показательный и нормальный законы, а также детерминированная величина. Наиболее подходящим оказался вариант с глубиной повреждения, распределенной нормально.

Плотность распределения толщины элементарных участков поврежденного провода естественно искать в виде

$$\varphi(\Delta) = p\varphi_{\text{п}}(\Delta) + (1 - p)\,\varphi_{\text{н}}(\Delta), \tag{1}$$

где p — вероятность повреждения элементарного участка;

$\varphi_{\text{п}}(\Delta)$, $\varphi_{\text{н}}(\Delta)$ — плотности распределения толщины соответственно поврежденных и неповрежденных элементарных участков.

Параметры распределения $\varphi_{\text{н}}(\Delta)$ нам известны. Параметр p можно определить следующим образом. Плотность распределения пробивных напряжений отрезка неповрежденного провода в дроби в точке, лежащей в правой части кривой распределения:

$$f_{\text{н}}(\widetilde{U}_{\text{нп}}) = N\varphi_{\text{н}}(\widetilde{U}_{\text{нп}})\,[1 - \int_0^{\widetilde{U}_{\text{нп}}} \varphi_{\text{н}}(U_{\text{нп}})\,du]^{N-1}, \tag{2}$$

где $U_{\text{нп}}$ — мода.

Для поврежденного провода плотность в этой же точке

$$f_п(\tilde{U}_{нп}) = N\,[p\varphi_п(u) + (1-p)\varphi_н(u)] \times$$
$$\times\,[1-(1-p)\int\limits_0^{\tilde{u}_{пн}}\varphi_н(u)\,du - p\int\limits_0^{\tilde{u}_{пн}}\varphi_п(u)\,du]^{N-1}. \qquad (3)$$

Как будет показано ниже, p мало, а

$$\int\limits_0^{\tilde{u}_{нп}}\varphi_п(u)\;du \to 1.$$

Поделив (3) на (2), имеем с учетом сказанного

$$\frac{f_п(\tilde{u}_{пн})}{i_н(\tilde{u}_{нп})} \simeq \left[\frac{1-\int\limits_0^{\tilde{u}_{нп}}\varphi_н(u)\,du - p}{1-\int\limits_0^{\tilde{u}_{пн}}\varphi_н(u)\,du}\right]^{N-1}.$$

Отсюда

$$p = \left[1-\int\limits_0^{\tilde{u}_{пн}}\varphi(u)\;du\right]\left[1-\left(\frac{f_п(\tilde{u}_{пн})}{f_н(\tilde{u}_{пн})}\right)^{\frac{1}{N-1}}\right]. \qquad (4)$$

Проведенные расчеты показали, что, во-первых, $p=0{,}010\div0{,}015$, а во-вторых, распределение $\varphi_п(u_п)$ сильно сдвинуто влево по сравнению с распределением $\varphi_н(u_п)$. Поэтому в области малых значений u

$$\varphi_н(u) \approx 0;\; \int\limits_0^u \varphi_н(u)\,du \approx 0,$$

что дает основание заменить формулу (3) ее приближенным выражением

$$f_п(u_п) \approx Np\,\varphi_п(u)\;[1-p\int\limits_0^u\varphi_п(u)\;du]^{N-1}. \qquad (5)$$

Хотя выражение (5) имеет вид плотности распределения экстремальных значений, но вследствие малости p в области $[0, \tilde{u}_{пп}]$, где $\tilde{u}_{пп}$ — медиана распределения $\varphi_п(u_п)$

$$[1-p\int\limits_0^u\varphi_п(u)\,du]^{N-1} \leqslant (1-0{,}005)^{N-1}$$

и $f_п(u_п)$ с точностью до множителя N_p повторяет $\varphi_п(u)$.

Последнее обстоятельство очень важно. Оно дает нам основание рассматривать часть распределения $f_п(u_п)$, лежащую слева от моды $u_{пп}$, как неискаженное распределение $\varphi_п(u)$ и, таким образом, найти параметры распределения $\varphi_п(u)$.

Обработка экспериментального распределения пробивных напряжений провода, вынутого из машин и испытанного в дроби, позволило установить, что $\varphi_п(u)$ является плотностью нормального распределения с параметрами $m_п=2{,}25$ *кв*, $\sigma_п=1{,}00$ *кв*.

Уменьшение $\sigma_п$ по сравнению с $\sigma_н$ может быть объяснено тем, что размеры рабочей части укладочного инструмента значительно больше размеров элементарного участка. Поэтому при повреждении происходит подравнивание глубины повреждения.

Плотность распределения пробивных напряжений элементарных участков в скрутке будет смесью трех плотностей распределения.

1. Композиции распределений пробивных напряжений двух неповрежденных участков с весом $(1-p)^2$

$$\psi_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\Sigma_1} \exp\left[-\frac{(u-2m_н)^2}{2\Sigma_1^2}\right], \tag{6}$$

где $\Sigma_1^2 = 2\sigma_н^2$.

2. Композиции распределений пробивных напряжений поврежденного и неповрежденного участков с весом $2p(1-p)$

$$\psi_2(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\Sigma_2} \exp\left[-\frac{(u-m_н-m_п)^2}{2\Sigma_2^2}\right], \tag{7}$$

где $\Sigma_2^2 = \sigma_н^2 + \sigma_п^2$.

3. Композиции распределений пробивных напряжений двух поврежденных участков с весом p^2

$$\psi^3(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\Sigma_3} \exp\left[-\frac{(u-2m_н)^2}{2\Sigma_3^2}\right], \tag{8}$$

где $\Sigma_3^2 = 2\sigma_п^2$.

Нижний предел надежности обмотки, подсчитанной в предположении плотной укладки проводников:

$$R_н(u_{пр}) = \left[1-(1-p)^2 F\left(\frac{u_{пр}-2m_н}{\Sigma_1}\right) - \right. \tag{9}$$

$$\left. - 2p(1-p) F\left(\frac{u_{пр}-m_н-m_п}{\Sigma_2}\right) - p^2 F\left(\frac{u_{пр}-2m_п}{\Sigma_3}\right)\right]^{(N-1)n},$$

где $F(x)$ — функция Лапласа;

$u_{пр}$ — максимальное напряжение, приложенное к паре проводников в машине;

n — число пар проводников длиной 125 *мм* в машине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Ллойд, М. Липов. Надежность. Советское радио, 1964.
2. Э. Гумбель. Статистика экстремальных значений, Мир, 1965.