

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сварка и свариваемые материалы: В 3-х т. Т. 1. Свариваемость материалов. Справ. изд. / Под ред. Э.Л. Макарова. — М.: Металлургия, 1991. — 528 с.
2. Лахтин Ю.М., Леонтьева В.П. Материаловедение. — М.: Машиностроение, 1990. — 528 с.
3. Сараев Ю.Н., Чинахов Д.А. Сварка в щелевую разделку стали 30ХГСА без подогрева // Сварочное производство. — 2002. — № 7. — С. 18–20.
4. Сараев Ю.Н., Чинахов Д.А. Регрессионные модели механических свойств многослойных сварных соединений стали 30ХГСА // Сварочное производство. — 2002. — № 5. — С. 3–5.
5. Федько В.Т., Брунов О.Г. Управление процессом сварки при импульсной подаче электродной проволоки // Технология металлов. — 2000. — № 8. — С. 27–30.

УДК 536.24:692.2:691.11:519.711.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВУМЕРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В НЕОДНОРОДНЫХ ДЕРЕВЯННЫХ НАРУЖНЫХ ОГРАЖДЕНИЯХ

А.Я. Кузин, А.Н. Хуторной, Н.А. Цветков, С.В. Хон, Т.А. Мирошниченко

Томский государственный архитектурно-строительный университет
E-mail: kaftgs@tsuab.ru

С помощью математического моделирования исследовано тепловое состояние фрагментов неоднородных наружных деревянных ограждений в форме утепленных бруса и бревна. Проведен сравнительный анализ их теплозащитной эффективности. Разработанная численная технология позволяет проводить тепловую экспресс-диагностику наружных утепленных деревянных стен с различными теплофизическими и геометрическими характеристиками древесины и утеплителя в реальных условиях эксплуатации.

Широкое использование древесины в домостроении в качестве наружных ограждений требует детального изучения теплозащитных свойств ее фрагментов в виде бруса и бревна. Особенно актуальна эта проблема для холодных климатических зон ввиду повышенных требований к теплотехническим характеристикам ограждений [1]. Одним из путей улучшения теплотехнических характеристик деревянных фрагментов служит заполнение их осевых отверстий эффективным утеплителем [2]. Знание механизма теплопереноса в таких неоднородных системах позволит целенаправленно влиять на улучшение их теплозащитных свойств. Оптимальным способом верификации новых способов утепления на конкретных конструкциях при минимальных материально-технических и временных затратах является математическое моделирование. Для повышения адекватности математических моделей ее параметры должны определяться из решения обратных задач с привлечением данных лабораторных либо натурных экспериментов.

Целью настоящей работы является математическое моделирование процессов нестационарного теплопереноса в неоднородных фрагментах деревянных наружных ограждений в виде утепленных бруса и бревна, параметрическое исследование теплозащитных свойств указанных фрагментов в зависимости от теплофизических и геометрических характеристик утеплителя и их сравнительный анализ.

Физико-математическая постановка задач. Исследуется теплоперенос через плоские неоднородные системы, состоящие из деревянных утеплен-

ных бруса и бревна, осевые отверстия которых заполнены утеплителем (рис. 1). Форма бруса и утеплителя — прямые параллелепипеды, поперечные сечения которых квадраты со сторонами a_1 и a_2 . Бревно и утеплитель представляют собой прямые соосные цилиндры с радиусами R_1 и R_2 . В нижней части бревна имеется технологический вырез, обусловленный условиями сборки бревенчатой стены. Вследствие этого выреза радиальная координата границы r_γ является переменной величиной, зависящей от угла φ . Угол φ_s , длина $r_M(\varphi)$ радиус-вектора OM произвольной точки M на линии AD с углом $\varphi \in [-\varphi_s, \varphi_s]$ и площадь поперечного сечения бревна S определяются из геометрических соображений на основании известных R_1 , R_{00_1} и φ по формулам:

$$\varphi_s = \arcsin \sqrt{R_1^2 - (R_{00_1}/2)^2} / R_1,$$

$$r_M(\varphi) = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}, S = R_1^2(\pi - 2\varphi_s + \sin 2\varphi_s),$$

где R_{00_1} — расстояние между центрами соседних бревен, м; φ_s — половинный угол адиабатной границы, рад; x_M , y_M — декартовы координаты точки M , определяемые по формуле:

$$x_M = -y_M \operatorname{tg} \varphi,$$

$$y_M = \frac{-R_{00_1} + \sqrt{R_{00_1}^2 - (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)(R_{00_1}^2 - R_1^2)}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}.$$

Тепловая нагрузка на границах бруса и бревна является переменной из-за наличия адиабатных участков на стыках соседних брусьев и бревен и открытых участков, граничащих с внутренним и наружным воздухом.

При записи математических постановок задач нестационарного теплопереноса в утепленных бруссе и бревне используется декартова и цилиндрическая системы координат.

Теплоперенос в поперечном сечении неоднородного бруса в областях 1 и 2 описывается двумя двумерными нелинейными нестационарными уравнениями теплопроводности для однородного бруса и утеплителя

$$(\rho c)_i \frac{\partial t_i}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{x,i} \frac{\partial t_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{y,i} \frac{\partial t_i}{\partial y} \right), \quad i=1,2, \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$t_i|_{\tau=0} = t_{in}(x, y), \quad i=1,2; \quad (2)$$

$$-\lambda_{x,1} \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_0 (t_{g,ins} - t_0); \quad (3)$$

$$\lambda_{x,1} \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=X_k} = \alpha_w (t_{g,e} - t_w); \quad (4)$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial y} \Big|_{y=Y_k} = 0; \quad (6)$$

$$t_1|_{x=X_1} = t_2|_{x=X_1}, \quad \lambda_{x,1} \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=X_1} = \lambda_{x,2} \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=X_1}, \quad Y_1 \leq y \leq Y_2; \quad (7)$$

$$t_1|_{x=X_2} = t_2|_{x=X_2}, \quad \lambda_{x,1} \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=X_2} = \lambda_{x,2} \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=X_2}, \quad Y_1 \leq y \leq Y_2; \quad (8)$$

$$t_1|_{y=Y_1} = t_2|_{y=Y_1}, \quad \lambda_{y,1} \frac{\partial t_1}{\partial y} \Big|_{y=Y_1} = \lambda_{y,2} \frac{\partial t_2}{\partial y} \Big|_{y=Y_1}, \quad X_1 \leq x \leq X_2; \quad (9)$$

$$t_1|_{y=Y_2} = t_2|_{y=Y_2}, \quad \lambda_{y,1} \frac{\partial t_1}{\partial y} \Big|_{y=Y_2} = \lambda_{y,2} \frac{\partial t_2}{\partial y} \Big|_{y=Y_2}, \quad X_1 \leq x \leq X_2, \quad (10)$$

где t_{in} – температура в начальный момент времени, °С; $t_{g,e}$, $t_{g,ins}$ – температура наружного и внутреннего воздуха, °С; t_0 , t_w – температура на внутренней и наружной поверхностях стены, °С; α_0 , α_w – коэффициент теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях стены, Вт/(м²·К); τ – время, с; x , y – координаты, м; c – коэффициент удельной теплоемкости, Дж/(кг·К); λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ρ – плотность, кг/м³; X_i ($i=1,2$), Y_i ($i=1,2$) – координаты внутренних границ расчетных подобластей по x и y , м; X_k , Y_k – координата верхней границы расчетной области по x и y , м.

На границах области $x=0$ и $x=X_k$ задаются условия конвективного теплообмена (3), (4); $y=0$ и $y=Y_k$ – адиабатные условия (5, 6); на внутренних границах системы – условия четвертого рода (7–10).

Теплоперенос в радиальном сечении утепленного бревна описывается двумя двумерными нели-

нейными нестационарными уравнениями теплопроводности для однородного бревна и утеплителя

$$(\rho c)_i \frac{\partial t_i}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_{r,i} r \frac{\partial t_i}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda_{\varphi,i} \frac{\partial t_i}{\partial \varphi} \right), \quad i=1,2, \quad (11)$$

с начальными и граничными условиями

$$t_i|_{\tau=0} = t_{in}(r, \varphi), \quad i=1,2; \quad (12)$$

$$\lambda_{r,1} \frac{\partial t_1}{\partial r} \Big|_{r=r_\gamma} = \alpha_w (t_{g,e} - t_w), \quad \varphi_s \leq \varphi \leq \pi - \varphi_s; \quad (13)$$

$$-\lambda_{r,1} \frac{\partial t_1}{\partial r} \Big|_{r=r_\gamma} = \alpha_0 (t_{g,ins} - t_0), \quad \pi + \varphi_s \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_s; \quad (14)$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial r} \Big|_{r=r_\gamma} = 0, \quad (2\pi - \varphi_s < \varphi < \varphi_s) \cup (\pi - \varphi_s < \varphi < \pi + \varphi_s); \quad (15)$$

$$t_i|_{\varphi=0} = t_i|_{\varphi=2\pi}, \quad i=1,2; \quad (16)$$

$$t_1|_{r=R_2} = t_2|_{r=R_2}, \quad \lambda_{r,1} \frac{\partial t_1}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \lambda_{r,2} \frac{\partial t_2}{\partial r} \Big|_{r=R_2}. \quad (17)$$

где r , φ – независимые переменные цилиндрической системы координат, r , м, φ , рад; r_γ – радиальная координата внешней границы бревна, зависящая от φ , м.

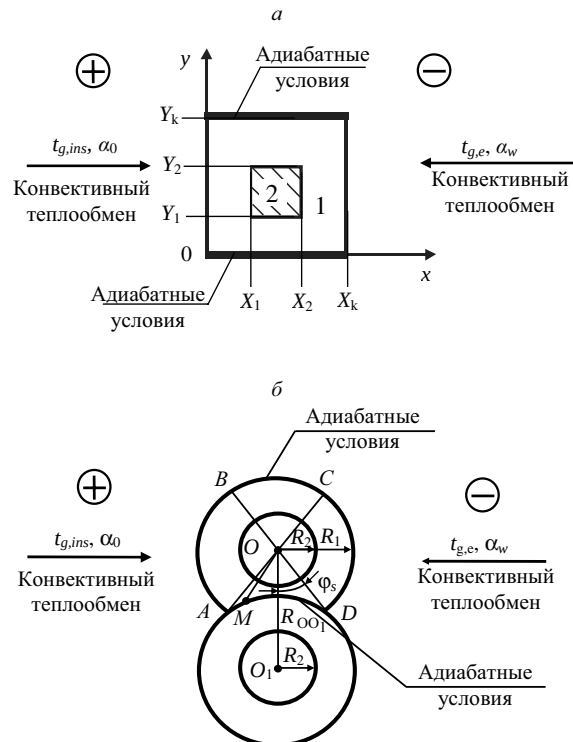


Рис. 1. Схемы неоднородных: а) бруса и б) бревна

На внешней CD и внутренней АВ границах радиального сечения выполняются условия конвективного теплообмена (13, 14), на линиях AD и BC – условия адиабатичности (15). На внутренней границе однородного бревна с утеплителем задается

граничное условие четвертого рода (17). На радиусе $\varphi=0$ — условие периодичности (16).

В математических моделях (1–10), (11–17) нижние индексы 1, 2 характеризуют древесину и утеплитель.

Метод решения задач и результаты численных расчетов. Для численного решения задач использовался метод расщепления [3]. Полученные в результате расщепления одномерные уравнения теплопроводности в однослойных и многослойных областях по соответствующим направлениям рассчитывались итерационно-интерполяционным методом [4–6] с итерациями по коэффициентам с заданной точностью. На внутренних границах областей использовались разностные уравнения, полученные на основе итерационно-интерполяционного метода и учитывающие различие в теплофизических характеристиках древесины и утеплителя.

Определенную трудность при численной реализации второй задачи вызвало нахождение температуры в центре поперечного сечения бревна. При задании в центре поперечного сечения условия симметрии неопределенность типа “0/0”, возникающая в точке $r=0$ при расчете температуры по r , легко раскрывается по правилу Лопиталя [7]. В рамках рассматриваемой постановки задачи ввиду переменности тепловой нагрузки по обводу условие симметрии в точке $r=0$ не выполняется. Замена этого условия граничным условием четвертого рода при расчете температуры насквозь через центр по всему диаметру также не достаточно корректна ввиду зависимостей получаемых в этой точке температур от радиального направления. Поэтому для определения температуры в центре был разработан итерационный алгоритм, основанный на решении на каждом временном слое уравнения теплового баланса для элементарного цилиндра с осью $r=0$ и радиусом поперечного сечения, значительно меньшим радиуса бревна. Поступающее (уходящее) через боковую поверхность элементарного цилиндра тепло идет на его нагревание (охлаждение). Полученная таким образом температура в центре использовалась в качестве граничного условия первого рода при расчете температуры в направлении r для разных φ .

Численное решение задач по вышеизложенному алгоритму осуществлялось с помощью программ, разработанных по модульному принципу на языке программирования ФОРТРАН. Тестирование отдельных программных модулей проводилось на основании известных из литературы либо полученных с помощью метода пробных функций аналитических решений [6, 8]. Тестирование задачи осуществлялось путем сравнения численного решения двумерной задачи теплообмена в однородном бруске с известным стационарным аналитическим решением из [9]. В результате численных расчетов было установлено, что независимо от задания начального условия, которое варьировалось от минус 40 °С до плюс 20 °С, численное решение дву-

мерной задачи стремится к единственному стационарному решению [9]. Число узлов разбиения разностной сетки по x и y бралось равным 101, по r и φ — 51 и 21; шаг по времени равнялся 60 с. Для облегчения анализа результатов расчетов предполагалось, что теплофизические характеристики древесины и утеплителя изотропны.

Исходные данные для расчетов: $a_1=0,2$ м, $a_2=0,1$ м, $R_1=0,1$ м, $R_2=0,05$ м, $R_{00}=0,18$ м, $\lambda_1=0,14$ Вт/(м·К), $\rho_1=500$ кг/м³, $c_1=2300$ Дж/(кг·К), $\lambda_2=0,04$ Вт/(м·К), $\rho_2=80$ кг/м³, $c_2=1470$ Дж/(кг·К), $t_{g,ins}=20$ °С, $t_{g,e}=-40$ °С, $t_{in}=20$ °С. Материал древесины — сосна, утеплителя — пенополиуретан.

Для оценки теплозащитной эффективности однородных и неоднородных деревянных сортиментов и проверки корректности расчетов определялись тепловые потоки через внутренние Q_0 и внешние Q_w открытые поверхности бруса и бревна длиной 1 погонный метр по формулам:

$$Q_0 = \int_0^{Y_k} q(0, y) dy, \quad Q_w = \int_0^{Y_k} q(X_k, y) dy \quad (\text{для бруса});$$

$$Q_0 = \int_{2\pi-\varphi_s}^{\pi+\varphi_s} q(R_1, \varphi) R_1 d\varphi,$$

$$Q_w = \int_{\varphi_s}^{\pi-\varphi_s} q(R_1, \varphi) R_1 d\varphi \quad (\text{для бревна}).$$

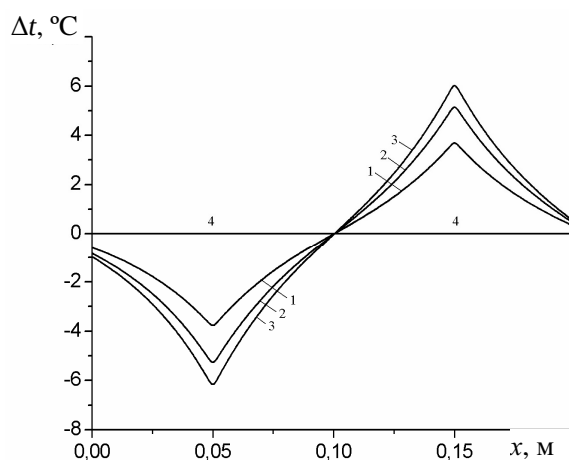


Рис. 2. Распределение перепада температур для утепленных (1–3) и однородных (4) брусков при $\tau_{fin}=168$ ч (1 — пенополистирол, 2, 3 — пенополиуретан)

Анализ рис. 2 показывает, что максимальные возмущения температурного поля в утепленном бруске наблюдаются в зонах контакта утеплителя с древесиной. В центре бруса при $x=0,1$ м располагается сечение с максимальным значением трансмиссионной теплоты, до которого теплота от оси бруса отводится на его периферию, а после которого, наоборот, подводится к оси бруса с периферии. Абсолютные значения перепадов температур $\Delta t(x)=t(x, Y_k)-t(x, Y_k/2)$ на периферии и оси бруса с ростом теплопроводности утеплителя уменьшаются. Теплофизические характеристики пенополи-

стирола: $\lambda_2=0,06$ Вт/(м·К), $\rho_2=150$ кг/м³, $c_2=1340$ Дж/(кг·К); $\lambda_2=0,04$ Вт/(м·К). Для однородного бруса ввиду одномерности температурного поля перепад температуры равен нулю (кривая 4).

Поведение температур по радиусам характерных направлений (рис. 3) в поперечном сечении утепленного бревна показывает, что максимальное возмущение температурного поля, как и в утепленном бруске, происходит на границе утеплителя с древесиной. Наибольший абсолютный перепад температур в однородном и утепленном бревнах достигается на границе древесины с утеплителем при $\varphi=\pi/2$ и $\varphi=3/2\pi$ и составляет 5,3 и 6,0 °С соответственно. Различия в температурах на симметричных относительно горизонтальной оси радиусах незначительны.

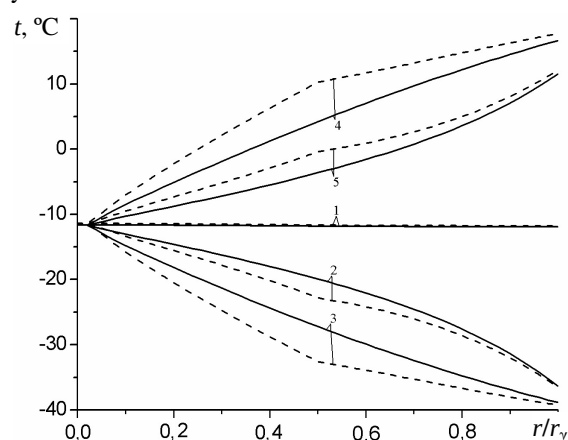


Рис. 3. Распределение температуры по радиусам в поперечных сечениях однородного (сплошные) и утепленного (штриховые кривые) бревен при $\tau_{fin}=168$ ч для разных φ : 1) 0; 2) φ_s ; 3) $\pi/2$; 4) $3/2\pi$; 5) $(2\pi-\varphi_s)$. $\varphi_s=0,451$ рад

Переменность тепловой нагрузки на поверхности бревна приводит к существенному изменению температуры по обводу неоднородного бревна и, как следствие этого, к значительному перетеканию теплоты в окружном направлении (рис. 4).

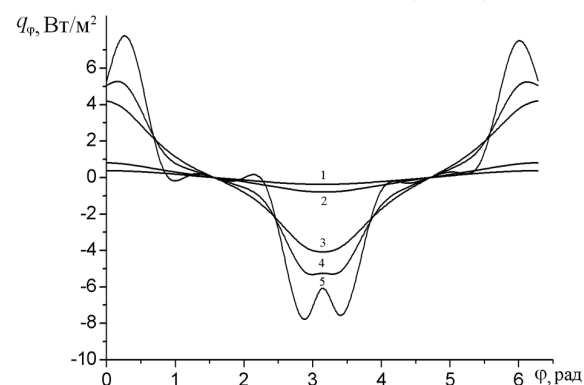


Рис. 4. Распределение плотности теплового потока по обводу утепленного бревна при $\tau_{fin}=168$ ч для разных r : 1) $1/5r_1$; 2) $2/5r_1$; 3) $3/5r_1$; 4) $4/5r_1$; 5) r_1 , м

Зависимость плотности теплового потока по обводу на поверхности утепленного бревна $q_\phi(r, \varphi)$ носит ярко выраженный немонотонный характер (кривая 5) и достигает максимального значения,

равного примерно 8 Вт/м². По мере удаления от теплообменной поверхности абсолютные значения минимумов и максимумов на температурных кривых, соответствующие углам $\pi/2$ и $3/2\pi$, уменьшаются, а температурные кривые $t(r, \varphi)$ спрямляются, что приводит к уменьшению перетекания теплоты в окружном направлении (кривые 1–4). При расчете плотности теплового потока $q_\phi(r, \varphi)$ использовались периодические кубические сплайны.

Представляет интерес сравнение теплозащитной эффективности утепленных бруса и бревна (рис. 5).

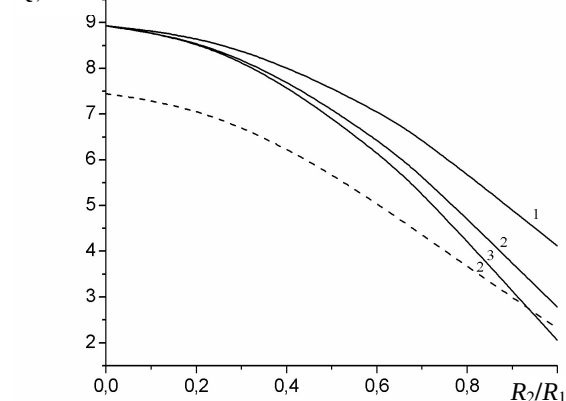


Рис. 5. Тепловые потоки через утепленные бревно (сплошные кривые 1–3) и брус (штриховая кривая 2) для различных значений отношения радиусов утеплителя и бревна (1 – пенополистирол, 2, 3 – пенополиуретан)

Штриховая кривая 2 соответствует утепленному бруску, площади поперечных сечений древесины и утеплителя которого равновелики соответствующим площадям утепленного бревна (сплошная кривая 2). Анализ рисунка показывает, что теплозащитная эффективность утепленного бруса примерно на 15...20 % выше, чем для утепленного бревна.

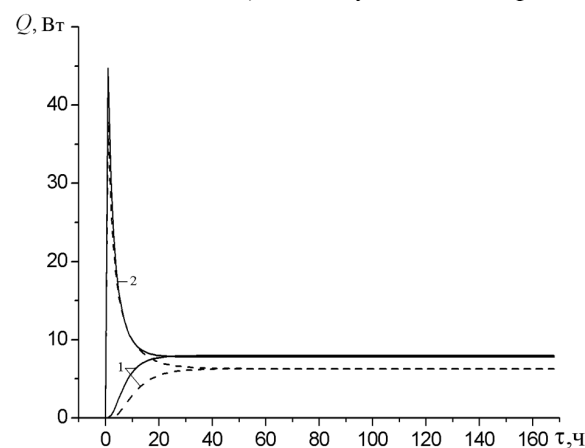


Рис. 6. Тепловые потери через 1) внутреннюю и 2) наружную поверхности утепленных бревна (сплошные) и бруса (штриховые кривые)

Рис. 6 показывает характер зависимости тепловых потерь через внутреннюю и наружную поверхности утепленных бруса и бревна от времени для базовых вариантов расчетов. При понижении температуры наружного воздуха с 20 до –40 °С тепловые

потери через наружные поверхности бруса и бревна (кривые 2) вначале резко растут, достигая при $\tau \approx 1$ ч максимальных значений, а затем уменьшаются, стремясь к своим стационарным значениям. Тепловые потери через внутренние поверхности бруса и бревна (кривые 1) с самого начала постоянно медленно растут, также асимптотически стремясь к своим стационарным значениям только снизу. После выхода процесса теплопереноса на стационарный режим тепловые потери через внутреннюю и наружную поверхности каждого из фрагментов уравниваются, что служит одним из подтверждений достоверности расчетов. При этом тепловые потери через утепленный брус ниже, чем через утепленное бревно: 6,3 Вт и 7,8 Вт соответственно.

Таким образом, на основании математического моделирования процессов нестационарного теплопереноса в неоднородных брус и бревне выявлены

закономерности распределения температур и плотностей тепловых потоков в их поперечных сечениях; проведен сравнительный анализ теплозащитной эффективности. Показано, что снижение теплопроводности утеплителя и использование деревянных фрагментов в форме утепленного бруса вместо утепленного бревна приводит к повышению теплозащитной эффективности деревянных наружных ограждений. Разработанная численная технология позволяет проводить тепловую экспресс-диагностику наружных утепленных деревянных стен с различными теплофизическими и геометрическими характеристиками древесины и утеплителя в реальных условиях эксплуатации.

Работа выполнена по программе Федерального агентства по образованию "Развитие научного потенциала высшей школы" (Подпрограмма 2. Прикладные исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники), код проекта 7756.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНиП II-3-79*. Строительная теплотехника / Госстрой России. — М.: ГУП ЦПП, 2000. — 29 с.
2. Пат. 38793 Россия. МПК E04C 3/292. Деревянный брус / А.Н. Хуторной, С.В. Хон, А.Г. Козырев, А.В. Колесникова, О.И. Недавий, А.Я. Кузин, Н.А. Цветков. Приоритет 22.03.2004. Зарегистрирован 10.07.2004. Бюл. № 19. — 2 с.: 1 ил.
3. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — Новосибирск: Наука, 1967. — 195 с.
4. Гришин А.М., Берцун В.Н. Итерационно-интерполяционный метод и теория сплайнов // Доклады АН СССР. — 1974. — Т. 214. — № 4. — С. 751–754.
5. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Субботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2004. — 318 с.
6. Гришин А.М., Кузин А.Я., Миков В.Л., Сеницын С.П., Трушников В.Н. Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1987. — 247 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1973. — 831 с.
8. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
9. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. — М.: Высшая школа, 1970. — 376 с.

УДК 621.923

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКЕ, ОСЛАБЛЕННОЙ ЦЕНТРАЛЬНЫМ КРУГЛЫМ ОТВЕРСТИЕМ С ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Р.К. Калбиев

Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г. Баку

E-mail: elektrosset@box.az

Работа посвящена изучению напряженного состояния шестиугольной пластинки, ограниченной снаружи шестиугольным контуром, а изнутри centrally расположенным отверстием, близким к круговому. На основе методов теории функции комплексного переменного и конформного отображения рассмотрено напряженное состояние для неоднородных областей. Искомые функции ищутся в виде степенных рядов, коэффициенты которых определяются решением совокупности некоторых бесконечных систем линейных алгебраических уравнений.

Работоспособность деталей машин и элементов конструкций в виде пластин зависит от наличия в них концентраторов напряжений типа полостей, щелей, шероховатостей и т.д. Поэтому изучение распределения напряжений и деформаций около таких дефектов представляет теоретический и практический интерес.

Как известно, в отличие от идеальной, изображаемой на чертежах, реальная поверхность тел (деталей) никогда не бывает абсолютно гладкой, а всегда имеет микро- или макроскопические неровности, образующие шероховатость. Качество обработки поверхности деталей машиностроения существенно влияет на их прочность. Так, например,