

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОДОБИЯ И РАЗМЕРНОСТЕЙ
К РАСЧЕТУ СОЛЕНОИДНЫХ МОЛОТКОВ*П. М. Алабужев, Н. П. Ряшенцев*

Литература по теории подобия обширна. Материалы по теории подобия и моделированию вошли в литературу учебного [3, 4, 5, 8, 13, 19, 20, 23, 25] и справочного характера [15, 16]. Метод динамического подобия применительно к расчету машин ударного действия рассмотрен в работах [2, 7, 22]. В работе [2] показывается, что подобие по ряду динамических характеристик имеет место и для кузнечных молотов; приводятся значения ряда критериев подобия электропневматических молотков, по которым на основании опытных данных можно для оптимального режима работы подобрать серию значений параметров машин ударного действия.

В настоящей статье показывается, что метод подобия и размерностей можно применять и для расчета многокатушечных соленоидных молотков. По литературным данным [14, 24] для выполненного соленоидного молотка Синтрон параметрами, определяющими рабочий процесс, являются следующие значения величин: энергия удара $A_1 = 0,092$; частота ударов $n_1 = 3000$ в минуту; вес бойка $C_1 = 0,080$ кг; диаметр бойка $d_1 = 12,5$ мм; ход бойка между плавающей втулкой и рабочим инструментом $l_1 = 12$ мм; число катушек $Z_1 = 2$ шт.

Принимая этот молоток за модель, требуется определить параметры нового образца соленоидного молотка с энергией удара $A = 3,00$ кгм и числом ударов в минуту $n = 1500$.

С такой задачей встретились мы при конструировании более мощного соленоидного молотка. Обозначая коэффициенты подобия той же буквой, какой обозначена интересующая нас величина, но с индексом «с» [2], получим:

$$A_c = \frac{A_1}{A} = m_c v_c^2 = \frac{0,092}{3} = 0,031,$$

где $m_c = \frac{m_1}{m} = \frac{G_1}{G}$ — отношение весов (масс) бойков;

$v_c = \frac{v_1}{v}$ — отношение скоростей, которое мы принимаем, исходя из условия прочности деталей, равным 0,8.

Тогда

$$m_c = \frac{A_c}{v_c^2} = \frac{0,031}{0,8^2} = 0,05,$$

откуда вес бойка

$$G = \frac{G_1}{m_c} = \frac{0,08}{0,05} = 1,6 \text{ кг.}$$

Отношение времени

$$t_c = \frac{t_1}{t} = \frac{n}{n_1} = \frac{1500}{3000} = 0,5.$$

Из соотношения $v_c = \frac{l_c}{t_c}$ определяем масштаб для линейных размеров

$$l_c = v_c t_c = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4.$$

Следовательно, нужно ожидать, что ход бойка между плавающей втулкой и рабочим инструментом в проектируемом молотке будет

$$l = \frac{l_1}{l_c} = \frac{12,0}{0,4} = 30 \text{ мм,}$$

а диаметр бойка

$$d = \frac{d_1}{l_c} = \frac{12,5}{0,4} = 31 \text{ мм.}$$

В наших работах [1, 18] показывается, что можно увеличить силу тяги бойка молотка и энергию удара за счет многократного приложения электромагнитных сил к бойку, состоящему из магнитных и немагнитных звеньев.

Повышение силы тяги при меньшем диаметре бойка, в свою очередь, дает возможность создать молоток с меньшими поперечными габаритами и отступить от полного геометрического подобия.

На основании проведенных экспериментальных исследований тяговых характеристик нами установлена зависимость между диаметрами бойков и числом катушек Z

$$\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 = K^2 \frac{Z}{Z_1}$$

Здесь опытный коэффициент $K = \frac{d_1}{d} \sqrt{\frac{Z_1}{Z}}$ дает возможность во

втором приближении более точно определить линейный масштаб l_c в отношении размеров бойка.

При указанных параметрах молотка $A = 3$ кгм и $n = 1500$ уд/мин. Если из конструктивных соображений взять число катушек $\varphi = 4$ шт. и диаметр бойка $d = 24,6$ мм (вместо $d = 31$ мм), то

$$l_c = K = \frac{d_1}{d} \sqrt{\frac{Z_1}{Z}} = \frac{12,5}{24,6} \sqrt{\frac{2}{4}} = 0,51 \cdot 0,71 = 0,36.$$

В изготовленном в ТПИ опытном образце молотка МС-3 при указанных параметрах оказалось, что ход бойка между плавающей втулкой и рабочим инструментом $l = 40$ мм, и вес бойка $G = 1,62$ кг и число ударов бойка $n = 1500$, что было достигнуто устройством специального безыскрового переключателя [17].

Следовательно, из характеристики рабочего процесса: линейный масштаб

$$l_c = \frac{l_1}{l} = \frac{12}{40} = 0,3;$$

масштаб для масс

$$m_c = \frac{m_1}{m} = \frac{G_1}{G} = \frac{0,08}{1,62} = 0,049;$$

масштаб для времени

$$t_c = \frac{1/n_1}{1/n} = \frac{n}{n_1} = \frac{1500}{3000} = 0,5.$$

Следовательно, отношение работ

$$A_c = m_c v_c^2 = m_c \left(\frac{l_c}{t_c} \right)^2 = 0,049 \frac{0,3^2}{0,5^2} = 0,0175$$

тогда, согласно теории подобия, работа на бойке должна быть

$$A = \frac{A_1}{A_c} = \frac{0,080}{0,0175} = 4,5 \text{ кгм.}$$

Для молотка МС-3 в зависимости от схемы питания катушек в отдельных режимах работы энергия удара A была порядка 5 кгм. При устойчивой работе среднее значение $A = 3,7$ кгм. Описание экспериментальных исследований молотка МС-3 изложено в работе, которая помещается в данном сборнике.

Масштаб для мощности

$$N_c = m_c \frac{l_c^2}{t_c^3} = 0,049 \frac{0,3^2}{0,5^3} = 0,035$$

В нашем случае потребляемая мощность из сети $N_n = 2,0$ квт и к. п. д. молотка

$$\eta = \frac{N_{эф}}{N_n} = \frac{0,907}{2,00} = 0,457.$$

к. п. д. молотка Синтрон порядка 0,32.

Расчет молотка можно провести на основании метода размерностей ряда величин, определяющих работу молотка, исходя из следующих условий.

1. При пропорциональном изменении геометрических размеров молотка в K раз другие его параметры будут изменяться в K^α раз. Показатель степени α имеет для каждого параметра свое значение, которое устанавливается на основе физических соотношений.

2. При пропорциональном изменении геометрических размеров молотка сохраняется индукция стали магнитопровода: $B = \text{const}$, которая вытекает из нелинейного характера кривой $B = f(H)$ для намагничивания стали соленоида, где H — напряженность магнитного поля.

На основании сформулированных условий значение степеней коэффициентов подобия будут:

1) для индукции K° , т. е. $\alpha = 0$;

2) для линейных размеров K , т. е. $\omega = 1$ (кроме длины при наличии многоступенчатого бойка при большом числе катушек Z).

В табл. 1 приведены значения показателя α для основных параметров молотка при изменении его линейных размеров в K раз*.

Т а б л и ц а 1

Наименование величин	Обозначение	Математические связи	Параметр
1	2	3	4
Индукция	B	—	K°
Линейный размер	l	—	K
Площадь и поверхность	S	$S \equiv l^2$	K^2
Объем	V	$V \equiv l^3$	K^3
Вес (массы) при одной плотности	G	$G \equiv l^3$	K^3
Магнитные потоки	Φ	$\Phi \equiv BS$	K^2
Магнитное сопротивление	R_μ	$R_\mu \equiv \frac{l}{S}$	K^{-1}
М. Д. С. (необходимое для $B = \text{const}$)	E_μ	$E_\mu \equiv \Phi R_\mu$	K
Ампервитки обмотки	AW	$AW \equiv E_\mu$	K
Плотность тока	i	$i \equiv \frac{AW}{S}$	K^{-1}
Потери в меди обмотки	P_M	$P_M \equiv i^2 V$	K
Плотность теплового потока в корпусе молотка	Q	$Q \equiv \frac{P_M}{S}$	K^{-1}
Температура корпуса молотка	T	$T \equiv Q$	K^{-1}
Сила тяги, действующая на боек	F	$F \equiv B^2 S$	K^2
Скорость бойка	v	$v \equiv \sqrt{\frac{Fl}{G}}$	K°
Работа удара на бойке	A	$A \equiv Fl$	K^3

* Указанная система единиц не является правитационной, так как размерность силы [l^2] и размерность массы [l^3].

Табл. 1 (продолжение)

Наименование величин	Обозначение	Математические связи	Параметр
1	2	3	4
Время движения бойка	t	$t \equiv \frac{GV}{F}$	K
Частота ударов бойка	n	$n \equiv \frac{1}{t}$	K^{-1}
Полезная мощность	N	$N \equiv An$	K^2
Вес на единицу мощности	P	$P \equiv \frac{G}{n}$	K

Проведем, например, сравнение результатов расчета, полученных методом подобия для молотка Синтрон по материалам испытаний, описанным в литературе [14], с изготовленным и испытанным нами молотком МС-3* в ТПИ. Характеристики молотков приведены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры	МС-3		Синтрон (образец)	
	обозначения	величина	обозначения	величина
Энергия удара, $кгм$	A	3,00	A_1	0,092
Число катушек, шт.	Z	4	Z_1	2
Частота ударов, $уд/мин$	n	1500	n_1	3000
Вес бойка, $кг$	G	1,62	G_1	0,080
Диаметр бойка, $мм$	d	24,6	d_1	12,5
Ход бойка между плавающей втулкой и рабочим инструментом, $мм$	l	40	l_1	12

Величина коэффициента подобия K определяется из соотношения работы молотка Синтрон к работе молотка МС-3

$$K^3 = \frac{A_1}{A} = \frac{0,092}{3,00} = 0,0307,$$

тогда $K = 0,31$.

Пользуясь ранее установленными соотношениями коэффициента подобия K (табл. 1), определяем основные параметры молотка Синтрон.

Найдем вес бойка

$$A_c = \frac{A_1}{A} = m_c v_c^2 = K^3 = 0,0307,$$

* Конструкция молотка МС-3 описана в статье «Исследование динамики соленоидных молотков» в данном сборнике.

НО

$$v_c^2 = \frac{v_1^2}{v^2} = \frac{2A_1g/G_1}{2Ag/G} = \frac{A_1G}{AG_1} = \frac{0,092 \cdot 1,62}{3 \cdot 0,08} = 0,615.$$

Тогда вес бойка в молотке Синтрон будет

$$G_1 = m_c G = \frac{A_c}{v_c^2} G = \frac{0,0307}{0,615} \cdot 1,62 = 0,081 \text{ кг.}$$

Определяем диаметр бойка молотка Синтрон

$$d_1 = dK \sqrt{\frac{z}{z_1}} = 24,6 \cdot 0,31 \sqrt{\frac{4}{2}} = 10,8 \text{ мм.}$$

Расхождение между значениями действительного диаметра бойка d и вычисленного d_1 объясняется тем, что схема питания молотка МС-3 отличается от схемы питания молотка Синтрон. Ход бойка между плавающей втулкой и хвостовиком рабочего инструмента

$$l_1 = Kl = 0,31 \cdot 40 = 12,5 \text{ мм.}$$

Сравнивая результаты расчета молотка Синтрон, полученные методом подобия, с его параметрами, приведенными в табл. 2, приходим к выводу, что искомые величины, полученные методом подобия, достаточно близко соответствуют практике. Следовательно, имея изготовленный и испытанный образец соленоидного молотка, легко определить серию параметров новых молотков, работающих по тому же принципу действия.

Приведенные частные зависимости на основе метода подобия и размерностей подкупают своей простотой. Однако нужно иметь в виду, что этими зависимостями можно пользоваться лишь в том случае, если в проектируемом молотке условия протекания процесса соответствуют тем, которые были при проведении экспериментов и на основании которых были получены эти зависимости. Поэтому наряду с установлением соотношений, даваемых теорией подобия, необходимо глубоко изучать специфику явления в конкретных условиях.

Постановка и задача эксперимента на основе теории размерностей и теории подобия упрощается и облегчается при наличии функциональной связи между целыми комплексами величин, определяющих явление, так как в ряде случаев нет надобности изучать влияние на процесс каждого фактора в отдельности и имеется возможность распространения некоторых результатов единичного опыта на подобные образцы [6, 9, 10, 11, 12, 19, 25].

Можно различными путями придти к установлению связи между критериями подобия: наиболее уверенное решение и получение обобщающих выводов можно сделать, применяя теорию подобия на основе дифференциальных уравнений, описывающих

процесс и условий однозначности, которыми и устанавливаются границы распространения единичного опыта.

Движение бойка соленоидного молотка описывается дифференциальным уравнением

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = F \pm F_{\Pi} - F_c \pm F_{\text{в}} + F_y,$$

где

$$m = \frac{G}{g} \text{ — масса бойка;}$$

X — путь бойка;

F — сила тяги катушки, которая определяется из выражения $F = 5,1 \cdot 10^{-6} (iW)^2 \frac{d\mu}{dX}$;

(iW) — число ампервитков катушки (переменная величина в течение цикла);

μ — магнитная проводимость (переменная величина в течение цикла);

$F_{\Pi} = CX$ — сила, действующая от пружины при обратном ходе бойка;

C — коэффициент жесткости пружины;

$F_c = \int mg$ — силы сопротивления (трение бойка о направляющие, сопротивление остаточной индукции бойка и полюсов);

$F_{\text{в}} = P_0 \frac{\pi d^2}{4} \left[\left(\frac{l_0}{l} \right)^m - 1 \right]$ — сила сопротивления воздушного буфера, где $m = 1,32$ показатель политропы (утечками воздуха пренебрегаем);

$F = \frac{mv_v(1+e)}{\tau}$ — среднее значение силы реакции инструмента за время удара τ ;

$e = \frac{v_{\text{от}}}{v_y}$ — коэффициент восстановления при ударе.

Полагаем положение молотка горизонтальным; сопротивлениями остаточной индукции бойка и полюсов пренебрегаем. Из условия подобия следуют соотношения:

$$\frac{m_c v_c}{t_c} = i_c^2 W_c^2 \frac{\mu_c}{l_c} = C_c l_c = f_c m_c g_c = P_{o.c} d_c^2 = \frac{m_c v_c}{\tau_c}.$$

Кроме того, должны выполняться краевые условия: одинаковости степени сжатия $\left(\frac{l_0}{l} \right)^m$ и одинаковость значения коэффициента восстановления $e = \frac{v_{\text{от}}}{v_y}$. Откуда следуют соотношения и соответствующие им критерии подобия:

$$\frac{m_c v_c}{t_c} = i_c^2 W_c^2 \frac{\mu_c}{l_c}$$

ИЛИ

1. $\frac{i^2 W_c^2 \mu_c}{m_c v_c^2} = 1$, откуда $\Pi_1 = \frac{i^2 W^2 \mu}{m v^2} = \text{idem}$;
2. $\frac{m_c v_c}{t_c} = C_c l_c$, откуда $\Pi_2 = \frac{m v^2}{l^2 C} = \text{idem}$;
3. $\frac{m_c v_c}{t_c} = f_c m_c g_c$, откуда $\Pi_3 = \frac{m v^2}{f l g m} = \text{idem}$;
4. $\frac{m_c v_c}{t_c} = P_{o.c} d_c^2$, откуда $\Pi_4 = \frac{m v^2}{P l d^2} = \frac{m v^2}{P v} = \text{idem}$;
5. $\frac{m_c v_c}{t_c} = \frac{m_c v_c}{\tau_c}$, откуда $\tau_c = t_c$.

Отношение времени соударения для подобных систем должно быть равно масштабу времени совершающихся процессов рабочего цикла.

На основании второй теоремы подобия (Π — теорема) можно написать связь между критериями подобия

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) = 0.$$

Вид функции находится из опыта. Можно найти частные зависимости между отдельными критериями подобия. Эти критерии можно было бы получить другим путем на основании теории размерности. Для этого нужно знать перечень всех существенных величин, определяющих рабочий процесс молотка и их размерности.

Желая сократить число критериев, составим:

$$1. \Pi_3 : \Pi_2 = \frac{m v^2}{f m g l} : \frac{m v^2}{l^2 C} = \frac{C l}{f m g} = X_1,$$

где l — характерный линейный размер, например, максимальный ход бойка;

$$2. \Pi_1 : \Pi_4 = \frac{i^2 W^2 \mu^2}{m v^2} \cdot \frac{m v^2}{P v} = \frac{i^2 W^2 \mu}{P v} = Y_1$$

где $i_1 W_1 \mu$, P — максимальные или средние значения величин за цикл в оптимальном режиме работы молотка.

На основании опытных данных строим график функции $Y_1 = Y_1(X_1)$. Каждая точка графика в безразмерных координатах на плоскости увязывает между собою 10 величин. Кроме того, можно построить и ряд других зависимостей, например: $X_1 = X_1(\Pi_1, \Pi_4)$ или $X_1 = X_1(\Pi_1, Y_1)$ и т. д.

По этим графикам (номограммам), построенным по сравнительно небольшому числу опытных данных, легко варьировать выбор параметров новой проектируемой машины. Для этого нужно иметь данные нескольких рассчитанных и изготовленных об-

разцов молотков (порядка 5—6) или иметь экспериментальную установку, на которой в сравнительно широких пределах можно было бы изменять параметры, определяющие рабочий процесс машины ударного действия, построенной на принципе соленоида.

Эксперимент является одним из краеугольных камней познания, методом исследования, при помощи которого проверяется справедливость гипотез, догадок, моделей и устанавливаются значения ряда коэффициентов и показателей.

Академик М. В. Кирпичев в своих работах [9, 10, 11] показал, что теория подобия является теорией (грамматикой) эксперимента и моделирования: она указывает, как нужно ставить опыт, как обрабатывать опытные данные и как обобщать и распространять полученные результаты на новые образцы.

Имея хорошо работающий образец удачно построенной машины, в которую уже в известной мере вложен опыт общечеловеческой практики, на основании теории подобия с достаточной уверенностью сравнительно легко и просто можно выполнить (с известным приближением) серию однотипных машин в соответствии с техническими требованиями и запросами промышленности.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. М. Алабужев, Н. П. Ряшенцев. К вопросу создания соленоидных молотков. Известия ТПИ, т. 106, Металлургиздат, 1958.
2. П. М. Алабужев. Применение теории подобия и размерностей к исследованию (моделированию) машин ударного действия. Известия ТПИ, т. 73, 1952.
3. П. В. Бриджмен. Анализ размерностей. ОПТИ, ГТТИ, 1934.
4. В. А. Веников. Применение теории подобия и физического моделирования в электротехнике. Госэнергоиздат, 1949.
5. В. П. Горячкин. Принцип подобия и однородности. Теория, конструирование и производство сельскохозяйственных машин. Труды ВИСХМ, т. 1, 1935.
6. Л. И. Гутенмахер. Электрические модели. Изд. АН СССР, 1949.
7. Н. Н. Есин. Расчет электропневматического молотка методом подобия. Труды ЗСФАН СССР, вып. 8, 1950.
8. В. Л. Кирпичев. Беседы о механике. ГИТЛ, 1958.
9. М. В. Кирпичев. Теория подобия как основа эксперимента. Юбилейный сборник АН СССР, ч. II, 1947.
10. М. В. Кирпичев, П. К. Конаков. Математические основы теории подобия. АН СССР, 1949.
11. М. В. Кирпичев. Теория размерностей и теория подобия. Сборник теория подобия и моделирование. АН СССР, 1951.
12. П. К. Конаков. Теория подобия и анализ размерностей. Сборник Теория подобия и моделирование. АН СССР, 1951.
13. М. А. Михеев. Основы теплопередачи. Госэнергоиздат, 1949.
14. А. И. Москвитин. Электрические машины возвратно-поступательного движения. АН СССР, 1948.
15. Машиностроение. Энциклопедический справочник, т. I, ч. I, Машгиз, 1947.
16. А. В. Резняков. Краткий справочник по теории подобия. Известия Казах. АН СССР, 1950.
17. Н. П. Ряшенцев. Синхронный безыскровой переключатель. Известия ТПИ, т. 106, Металлургиздат, 1958.
18. Н. П. Ряшенцев. К вопросу создания электрических бурильных машин. Научные доклады высшей школы, № 4, Советская Наука, 1958.

19. Л. И. Седов. Методы теории размерностей и теории подобия в механике. ОГИЗ, Гостехиздат, 1944.
 20. Л. А. Сена. Единицы измерения физических величин. ГИТТЛ, 1951.
 21. Ф. А. Ступель. Расчет и конструирование электромагнитных реле. Госэнергоиздат, 1950.
 22. Б. В. Суднишников. Динамический расчет электромолотков и перфораторов методом подобия. Топливное машиностроение, № 6, 1940.
 23. Л. Чивита, У. Амальди. Курс теоретической механики, т. I, ОНТИ, 1934.
 24. К. Н. Шмаргунов. Электрические молотки. Машгиз, 1950.
 25. Л. С. Эйгенсон. Моделирование. Советская наука, 1952.
-