

МЕТОДИКА И ИССЛЕДОВАНИЕ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

В. И. МАКСАК, Г. А. ДОЩИНСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Экспериментальное изучение больших пластических деформаций в условиях сложного напряженного состояния имеет известное значение для решения многих технологических задач теории пластичности. Наиболее надежным методом создания сложных напряженных состояний является испытание тонкостенных трубчатых образцов путем нагружения осевой силой, внутренним давлением и крутящим моментом. При этом в стенке образца реализуется плоское напряженное состояние, которое можно с достаточной степенью точности, считать однородным. Однако быстрая потеря устойчивости формы образца зачастую не позволяет достичь в опыте больших деформаций.

Поэтому неоднократно предпринимались попытки разработать экспериментальный метод с использованием других форм образцов. Так, в работе [1] предложено создавать двухосное сжимающее напряженное состояние в образце в форме кубика с помощью специального реверсора, разлагающего усилие пресса на две составляющие. Затем этот метод был усовершенствован, что позволило производить исследование деформаций в кубике с ребром 5 мм при трехосном сжатии [2].

Весьма ценной в этом методе является возможность исследования больших деформаций при объемном напряженном состоянии. К недостаткам следует отнести неизбежность выхода материала между пуансоном, неоднородность напряженного состояния за счет трения, малые размеры образца, что уменьшает точность замера деформаций. Необходимость замера деформаций и смены пуансонов требует полной разгрузки, что не позволяет осуществлять непрерывное нагружение. Другие методы [3], основанные на растяжении стержней прямоугольного сечения в продольном направлении и сжатии в поперечном, имеют те же недостатки.

Поиски методики, свободной от отмеченных недостатков, присущих испытанию кубиков, позволяющей изучать большие деформации при сложном напряженном состоянии, представляются необходимыми. Ниже излагается возможный вариант такой методики.

Предположим, что при простом нагружении сплошного кругового цилиндра и трубчатого образца осевой силой P и крутящим моментом M выполняются условия:

1. Деформация осуществляется так, что на базе l образца удлинение Δl пропорционально углу закручивания φ (или окружным перемещениям на расстоянии от оси, равному радиусу образца R).

$$\Delta l = k\varphi R, \quad (1)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

2. Сечения остаются плоскими, а радиусы прямыми. В сечении соответственно этому будут действовать только осевые нормальные напряжения σ_ρ и касательные τ_ρ , зависящие только от радиуса.

Аппроксимируя кривую течения $\sigma_i - e_i$ степенной функцией $\sigma_i = Ae_i^n$, определим значение силы P_1 и момента M_1 для некоторого состояния, характеризующегося заданными значениями Δl и φ . Из теории деформаций следует:

$$\sigma_\rho = \frac{\sigma_i}{e_i} e_\rho = Ae_i^{n-1} e_\rho; \quad \tau_\rho = \frac{\sigma_i}{3e_i} \gamma_\rho = \frac{1}{3} \cdot Ae_i^{n-1} \gamma_\rho, \quad (2)$$

где

$$e_\rho = \frac{\Delta l}{l} = \frac{k\varphi R}{l} = k\Theta R, \quad \gamma_\rho = \frac{\varphi\rho}{l} = \Theta\rho,$$

Θ — угол закручивания на единицу длины,

$$e_i = \sqrt{e_\rho^2 + \frac{1}{3}\gamma_\rho^2}.$$

Сила и момент образца радиуса R определяются

$$P_1 = 2\pi \int_0^R \sigma_\rho \cdot \rho d\rho; \quad M_1 = 2\pi \int_0^R \tau_\rho \cdot \rho^2 d\rho. \quad (3)$$

Развертывая выражения (2), подставляя в (3) и интегрируя, получим

$$P_1 = \frac{6\pi Ak\Theta^n R^{n+2}}{n+1} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3} \right)^{\frac{n+1}{2}} - k^{n+1} \right],$$

$$M_1 = \frac{6\pi A\Theta^n R^{n+3}}{(n+1)(n+3)} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3} \right)^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{1}{3}n + \frac{1}{3} - 2k^2 \right) + 2k^{n+3} \right]. \quad (4)$$

Возьмем другой цилиндрический образец с радиусом $r = \alpha R$, где α меньше единицы. Если его нагружать так, чтобы выполнялось условие (1), то аналогичные выкладки дают значение силы P_2 и момента M_2 для тех же Δl и φ .

$$P_2 = \frac{6\pi Ak\Theta^n R^{n+2}}{n+1} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3}\alpha^2 \right)^{\frac{n+1}{2}} - k^{n+1} \right],$$

$$M_2 = \frac{6\pi A \cdot \Theta^n R^{n+3}}{(n+1)(n+3)} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3}\alpha^2 \right)^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{1}{3}n\alpha^2 + \frac{1}{3}\alpha^2 - 2k^2 \right) + 2k^{n+3} \right]. \quad (5)$$

Для трубчатого образца с наружным радиусом R и внутренним $r = \alpha R$ при тех же значениях Δl и φ и условии (1) вычисление силы P и момента M приводит к выражениям

$$P = \frac{6\pi Ak\Theta^n R^{n+2}}{n+1} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3} \right)^{\frac{n+1}{2}} - \left(k^2 + \frac{1}{3}\alpha^2 \right)^{\frac{n+1}{2}} \right], \quad (6)$$

$$M = \frac{6\pi A \Theta^n R^{n+3}}{(n+1)(n+3)} \left[\left(k^2 + \frac{1}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} n + \frac{1}{3} - 2k^2 \right) - \left(k^2 + \frac{1}{3} \alpha^2 \right)^2 \left(\frac{1}{3} n \alpha^2 + \frac{1}{3} \alpha^2 - 2k^2 \right) \right].$$

Если при одинаковых значениях Δl и φ у двух сплошных образцов и тонкостенного трубчатого образца для сплошных определить разности $(P_1 - P_2)$ и $(M_1 - M_2)$, то они дадут значения силы и момента, полностью совпадающие с (6), т. е. с силой и моментом в трубчатом образце.

Это позволяет предположить следующее. Так как в сплошных образцах в точках с равными координатами ρ деформированное состояние одинаково, то согласно (2) и напряженное состояние будет одинаковым. Это значит, что если эпюры распределения напряжений σ_ρ и τ_ρ по радиусу для большого и малого образцов наложить, то они в общей своей части совпадут в каждой точке. Следовательно, осевая сила и момент в малом образце и части силы и момента большого образца, создаваемые напряжениями σ_ρ и τ_ρ в круге радиуса r , равны. Другие части силы и момента большого образца, обусловленные напряжениями в оставшейся части в «трубке» с толщиной стенки $t = R - r$, — определяются как разность $(P_1 - P_2)$ и $(M_1 - M_2)$. А эти разности совпадают с силой и моментом в трубчатом образце.

Итак, сущность методики заключается в следующем. Два цилиндрических образца разных диаметров нагружаются осевой силой и крутящим моментом так, что они меняются по одному закону для обоих образцов. Строятся диаграммы $P - \Delta l$ и $M - \varphi$. При одинаковых углах закручивания φ_i вычитаются значения моментов и строится диаграмма $M - \varphi$ «трубки». Из закона нагружения, связывающего силу и момент, каждому значению M_i соответствует определенное значение силы P_i как для большого, так и для малого образца. При одинаковых значениях Δl_i вычитаются значения сил P_i и строится диаграмма $P - \Delta l$ «трубки». Дальнейшая обработка результатов опыта производится обычными способами.

Так как сила и момент в трубке изменяются так же, как и для сплошных образцов, то программа рассчитывается обычным путем, но при этом необходимо учитывать изменение размеров образца. Из условия постоянства объема при пластической деформации определяются текущий радиус R и толщина стенки «трубки» t :

$$R = R_0 \sqrt{\frac{l_0}{l}}; \quad t = t_0 \sqrt{\frac{l_0}{l}}, \quad (7)$$

где l — текущая длина базы образца, первоначально равной l_0 ;

R_0 — первоначальный средний радиус «трубки».

Известные формулы тонкостенных трубчатых образцов с учетом (7) дают выражения истинных напряжений.

$$\bar{\sigma}_z = \frac{P}{2\pi R t} = \frac{P}{2\pi R_0 t_0} \cdot \frac{l}{l_0}; \quad \bar{\tau}_{\theta z} = \frac{M}{2\pi R^2 t} = \frac{M}{2\pi R_0^2 t_0} \left(\frac{l}{l_0} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (8)$$

Истинная продольная деформация и угол сдвига

$$\bar{e}_z = \ln(1 + e_z); \quad \gamma = \frac{\varphi R}{l} = \frac{\varphi R_0}{l_0 (1 + e_z)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\gamma_0}{(1 + e_z)^{\frac{3}{2}}}. \quad (9)$$

Истинный сдвиг (по Надаи)

$$\bar{g} = \ln \left[1 + \frac{\gamma}{2} (\gamma + \sqrt{4 + \gamma^2}) \right] = \ln \left[1 + \frac{\gamma_0^2 + \gamma_0 \sqrt{4(1 + e_z)^3 + \gamma_0^2}}{2(1 + e_z)^3} \right]. \quad (10)$$

Пусть требуется реализовать нагружение

$$\sigma_1 = m\sigma_2. \quad (11)$$

Из формул плоского напряженного состояния

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + 4\tau_{\theta z}^2}$$

получим, учитывая, что $\sigma_\theta = 0$,

$$\sigma_z = \sigma_2(1 - m); \quad \tau_{\theta z} = \sigma_2 \sqrt{m}. \quad (12)$$

Сила и момент в „трубке“ по (8) и (12) выражаются

$$P = 2\pi R_0 t_0 \sigma_2 (1 - m) \frac{l_0}{l}; \quad M = 2\pi R_0^2 t_0 \sigma_2 \sqrt{m} \left(\frac{l_0}{l} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (13)$$

Сравнивая выражения (13), получим

$$P = \frac{1 - m}{R_0 \sqrt{m}} \sqrt{\frac{l}{l_0}} \cdot M. \quad (14)$$

Таким образом, сила и момент при простом нагружении и больших деформациях изменяются непропорционально, поэтому заранее рассчитать программу нагружения нельзя. В опытах, излагаемых ниже, нагружение осуществлялось малыми ступенями и каждая последующая ступень рассчитывалась в процессе испытания. Это осуществлялось следующим образом. Для последующей ступени нагружения задавалось значение момента.

Текущая длина l и приращение длины Δl на предыдущей ступени известны. Считая, что на рассчитываемой ступени приращение Δl будет такое же, что и на предыдущей, определяем предполагаемое значение l . Затем по формуле (14) рассчитывалась величина силы P . Если к концу ступени нагружения оказывалось, что Δl гораздо больше, чем предполагаемое, то производилось корректирование нагрузок.

На основе изложенной выше методики, проведены испытания стальных образцов в условиях простого нагружения при различных соотношениях главных напряжений. Программа нагружения предусматривала испытания для шести видов напряженных состояний с соотношениями между главными напряжениями σ_2/σ_1 , равными:

$$-1; 0; -0,2; -0,4; -0,6; -0,8.$$

Пути нагружения, полученные после обработки результатов опытов, в координатах $\tau_{\theta z} - \sigma_z$ представлены на рис. 1. Сплошные линии соответствуют запланированным путям нагружения, а точки — полученным.

Для всех образцов и для каждой ступени нагружения были вычислены значения интенсивностей истинных напряжений и деформаций. По этим данным построены кривые течения, которые в координатах $\sigma_i - e_i$ представлены на рис. 2. Все экспериментальные точки располагаются довольно близко к кривой, полученной при чистом кручении ($\sigma_2/\sigma_1 = -1$). Наибольшее расхождение имеют кривые, полученные при соотношениях σ_2/σ_1 , равных $-0,2$ и $-0,4$, при деформации $e_i \approx 12\%$.

Это расхождение составляет примерно $5,5\%$. Однако обе кривые располагаются по разные стороны от кривой, соответствующей круче-

нию, примерно на одинаковом расстоянии, а все другие расположены между ними.

Кривые для компонентов напряжений и деформаций представлены на рис. 3, 4.

На основании изложенного можно сделать некоторые выводы, касающиеся методики и результатов исследования больших деформаций.

Пути нагружения, полученные в результате обработки опытных данных, полностью совпали с путями нагружения, которые предполагалось осуществить. Это свидетельствует о том, что предположения, взятые в основу разрабатываемой методики, выполняются с достаточной степенью точности.

Незначительный разброс точек на всех приведенных графиках свидетельствует о высокой устойчивости результатов опытов, осуществляемых с помощью данной методики.

Так, как для одного пути нагружения необходимо испытать два образца, то время затрачиваемое на опыт и его обработку, увеличивается. Неудобным является расчет программы нагружения во время испытания. Однако это окупается простой конструкцией об-

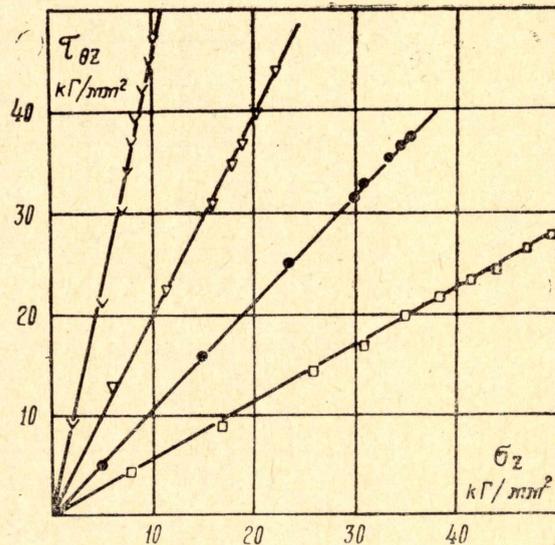


Рис. 1

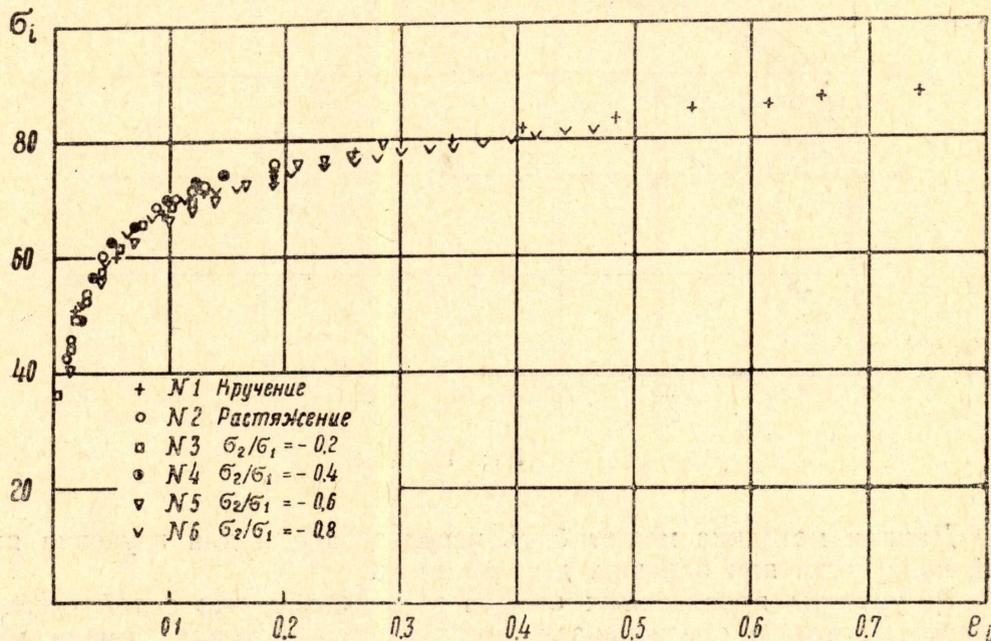


Рис. 2

разцов, несравненно более простой технологией изготовления, невысокой стоимостью, возможностью реализовать нагружения при больших сдвиговых деформациях, чего не позволяет сделать другая методика.

В отличие от метода испытания кубиков использование данной методики позволяет замерять деформации с необходимой, наперед заданной степенью точности, так как длину образца можно сделать по величине, соответствующей требуемой точности измерения деформации.

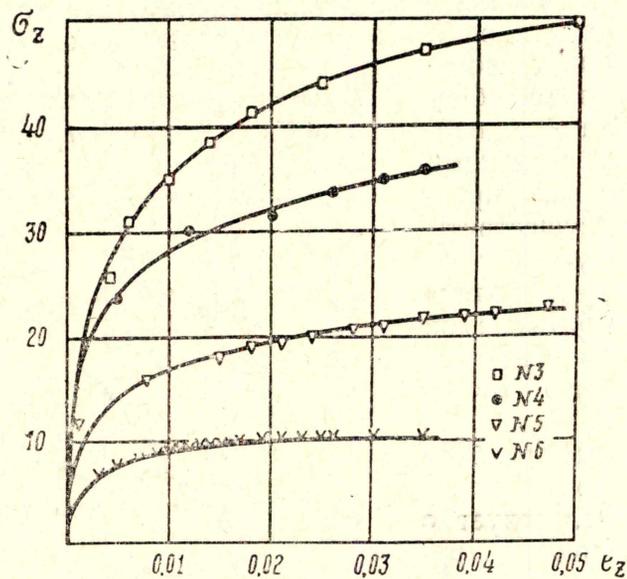


Рис. 3

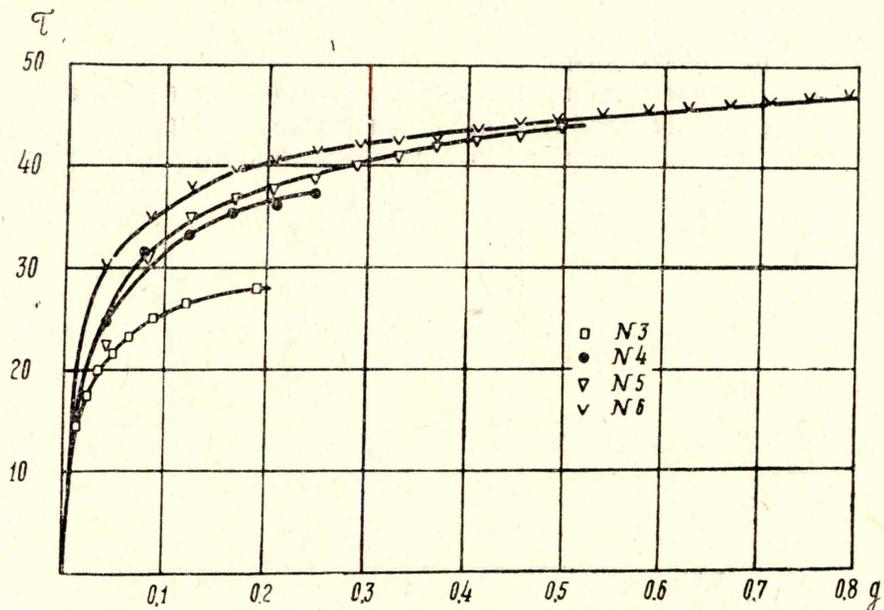


Рис. 4

Данная методика может быть использована и для изучения явлений ползучести при больших деформациях.

Результаты проведенных опытов показывают, что с той степенью точности, которую обеспечивает методика, и которая имела место в опытах, можно предполагать о существовании единой кривой течения в координатах $\sigma_i - \epsilon_i$ и для больших пластических деформаций.

Критерием надежности методики является получение единой кривой течения при малых деформациях с простым нагружением, что показывают и испытания тонкостенных трубчатых образцов.

Изложенная методика позволяет для смешанных (растянуто-сжатых) напряженных состояний реализовать деформации значительно больших значений, чем ограниченные потерей устойчивости формы деформации трубчатых тонкостенных образцов. Предельные значения лимитируются здесь возникновением неоднородной локальной деформации при формировании шейки на образце. Последнее наблюдалось тем раньше, чем ближе к линейному растяжению исследуемое напряженное состояние.

Все сказанное позволяет считать эту методику пригодной и для исследования пластичности при сложном нагружении и делает ее полезным дополнением к существующим методам.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Виноградов, Ю. И. Ягн. Крестообразный реверсор для испытания материалов на двустороннее сжатие. Заводская лаборатория, № 8. Металлургиздат, 1955.
 2. Г. А. Солнцева. Усовершенствование методик испытаний малых образцов на трехосное и двухосное сжатие в условиях простого и сложного нагружения. Труды ЛПИ, № 211, Изд. Ленинградского политехнического ин-та, 1960.
 3. И. А. Чаплинский. Сопротивление металлов пластическому деформированию. Изд. СО АН СССР, Новосибирск, 1962.
-