

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ РАЗДАЧЕ КОЛЕЦ

Г. Д. ДЕЛЬ, Г. Х. КИМ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Если остаточные напряжения являются следствием пластических деформаций, то их величину можно определить по распределению твердости [1]. При плоском напряженном состоянии с осевой симметрией такое определение может быть выполнено без разрушения детали. В данной работе этим методом определяются остаточные напряжения при раздаче колец.

Остаточные напряжения равны разности напряжений при пластической деформации и разгрузочных:

$$\sigma_{\varphi 0} = \sigma_{\varphi} - \sigma_{\varphi p}, \quad \sigma_{r0} = \sigma_r - \sigma_{rp}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{\varphi 0}$ ,  $\sigma_{r0}$  — остаточные окружные и радиальные напряжения,  
 $\sigma_{\varphi}$ ,  $\sigma_r$  — напряжения при пластической деформации,  
 $\sigma_{\varphi p}$ ,  $\sigma_{rp}$  — разгрузочные напряжения.

Напряжения при пластической деформации определяются по распределению твердости [2] из системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^2 + \sigma_{\varphi}^2 - \sigma_r \sigma_{\varphi} &= \sigma_i^2, \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\varphi}}{r} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $r$  — радиус точки, в которой определяются напряжения.

Интенсивность напряжений  $\sigma_i$  определяется по твердости. Для этого по результатам испытаний исследуемых металлов на осевое сжатие со смазкой и последующего измерения твердости деформированных образцов был построен тарировочный график, связывающий интенсивность напряжений с твердостью. Твердость образцов измерялась в меридиональном сечении алмазной пирамидой под нагрузкой 30 кг при испытании стали и 20 кг при испытании меди. Раздача колец производилась со смазкой на специально спроектированном приспособлении.

Конструкция приспособления представляла собой коническую оправку из закаленной стали, на которую под прессом насаживались исследуемые кольца. После раздачи на торцевой поверхности кольца измерялась твердость. Измерения производились по дугам различного радиуса. По измеренной твердости с помощью тарировочного графика строилась эпюра интенсивности напряжений вдоль радиуса кольца.

Система уравнений (2) решается численным методом. Для этого радиус по ширине кольца разбивается на ряд отрезков длиной в точка-



ми 1, 2, 3,... По эпюре интенсивности напряжений определяются значения  $\sigma_i$  в этих точках.

В точке 1 наружной поверхности кольца

$$(\sigma_r)_1 = 0, (\sigma_\varphi)_1 = (\sigma_i)_1, \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{(\sigma_\varphi)_1}{r_1}.$$

В точке 2

$$(\sigma_r)_2 = - \left( \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \right)_1 \cdot b = \frac{(\sigma_\varphi)_1}{r_1} \cdot b,$$

$$(\sigma_\varphi)_2 = \frac{(\sigma_r)_2 + \sqrt{4(\sigma_i)_2^2 - 3(\sigma_r)_2^2}}{2}. \quad (3)$$

Для определения  $\sigma_r$  в точке 3 записываем уравнения системы (2) в конечных разностях для точки 2:

$$\frac{(\sigma_r)_1 - (\sigma_r)_3}{2b} - \frac{(\sigma_r)_2 - (\sigma_\varphi)_2}{r_2} = 0,$$

откуда находим

$$(\sigma_r)_3 = (\sigma_r)_1 + \frac{(\sigma_r)_2 - (\sigma_\varphi)_2}{r_2} \cdot 2b. \quad (4)$$

Напряжение  $(\sigma_\varphi)_3$  определяется по формуле, аналогичной (3).

В точках 4, 5, 6 и т. д. напряжения определяются по формулам, аналогичным (3) и (4).

Разгрузочные напряжения определяются по формулам теории упругости [3]:

$$\sigma_{rp} = \frac{pa^2}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_{\varphi p} = \frac{pa^2}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right), \quad (5)$$

где  $b$ ,  $a$  — наружный и внутренний радиусы кольца,

$r$  — радиус точки, в которой определяются напряжения,

$P$  — давление на внутренней поверхности, численно равно радиальному напряжению  $\sigma_r$  при пластической деформации.

Далее по формулам (1) определяются остаточные напряжения.

Проведенные таким методом исследования показали, что окружные напряжения при пластической деформации возрастают от внутренней поверхности к наружной, причем абсолютные значения их тем больше, чем больше степень деформации. На рис. 1 приведены эпюры напряжений в кольце при двух степенях раздачи  $\delta$ :

$$\delta = \frac{a - a_0}{a_0} \cdot 100 \%, \quad (6)$$

где  $a_0$ ,  $a$  — внутренний радиус кольца до и после раздачи. Эпюры напряжений при пластической деформации, изображенные на рис. 1, качественно совпадают с аналогичными эпюрами при раздаче трубы из идеально пластического материала [4]. Из рис. 1 следует, что в кольце возникают значительные окружные остаточные напряжения; радиальные же остаточные напряжения малы. На рис. 2 приведены эпюры остаточных напряжений при одинаковой раздаче различных колец. Полученные результаты показывают, что величина остаточных напряжений зависит от ширины кольца и прочности материала; для более широких колец они больше, при одинаковой ширине они больше у более прочного материала.



Согласно условию равновесия площадь, заключенная под эпюрой окружных остаточных напряжений, должна быть равна нулю. Из рис. 2 следует, что это условие выполняется с достаточной точностью.

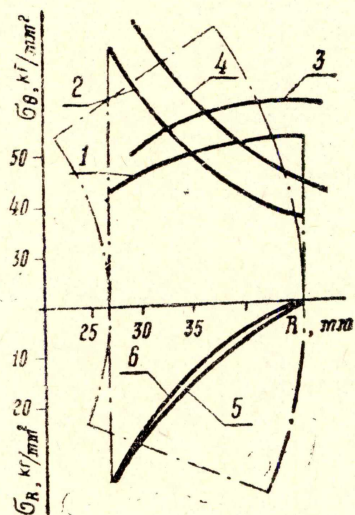


Рис. 1. Эпюры напряжений при раздаче стального кольца: 1,3 — эпюры окружных напряжений при пластической деформации  $\delta = 7,5$  и  $\delta = 16\%$ ; 2,4 — эпюры разгрузочных напряжений ( $\delta = 7,5$  и  $\delta = 16\%$ ); 5,6 — эпюры радиальных напряжений при пластической деформации и разгрузочных для  $\delta = 7,5\%$

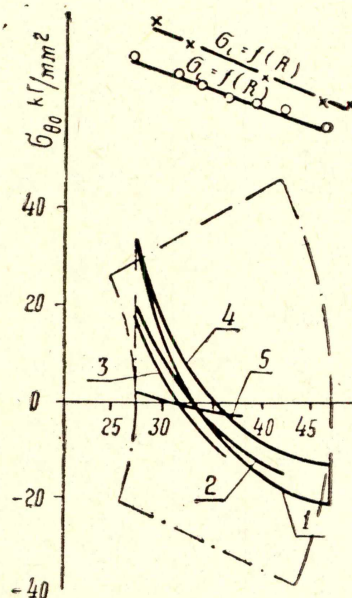


Рис. 2. Остаточные напряжения при раздаче колец

Номер кривой	Материал	$\delta$ , %	$h_0$ , мм	$b_0$ , мм	$a_0$ , мм
1	Сталь Ст. 3	11	10	45	25
2	"	11	10	35	25
3	"	11	10	40	25
4	"	11	10	35	25
5	Медь	11	10	35	25

Определение остаточных напряжений упрощается, если учесть, что при  $\sigma_r < 0,6 \sigma_\varphi$  зависимость (3) можно заменить линейной функцией вида:

$$\sigma_\varphi = \sigma_i + 0,66 \sigma_r. \quad (7)$$

Распределение  $\sigma_i$  вдоль радиуса также близко к линейному:

$$\sigma_i = A - Br, \quad B = \frac{\sigma_{iB} - \sigma_{iH}}{b - a}, \quad A = \sigma_{iB} - Br, \quad (8)$$

где  $\sigma_{iB}$ ,  $\sigma_{iH}$  — интенсивность напряжений на внутренней и наружной поверхностях кольца. С учетом (7) и (8) приводим систему уравнений (2) к виду:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{0,33}{r} \sigma_r - \frac{A}{r} + B = 0. \quad (9)$$



При  $r = b$   $\sigma_r = 0$ , поэтому согласно (9)

$$\sigma_r = 3A - 0,75Br + \sqrt[3]{\frac{b}{r}}(0,75Bb - 3A)$$

или

$$\sigma_r = 3A - 0,75Br + c \sqrt[3]{\frac{b}{r}}, \quad (10)$$

где

$$C = 0,75Bb - 3A. \quad (11)$$

Окружное напряжение определяется из (7) и (8).

Полученные зависимости позволяют определить остаточные напряжения в любой интересующей нас точке вдоль радиуса кольца, зная лишь интенсивность напряжений на внутренней и наружной поверхности, величину которой можно определить по кривой течения, зная интенсивность деформации  $e_i$ .

На наружной поверхности

$$e_{iH} = \ln \frac{b}{b_0}, \quad (12)$$

где  $b_0, b$  — радиус наружной поверхности кольца до и после раздачи.

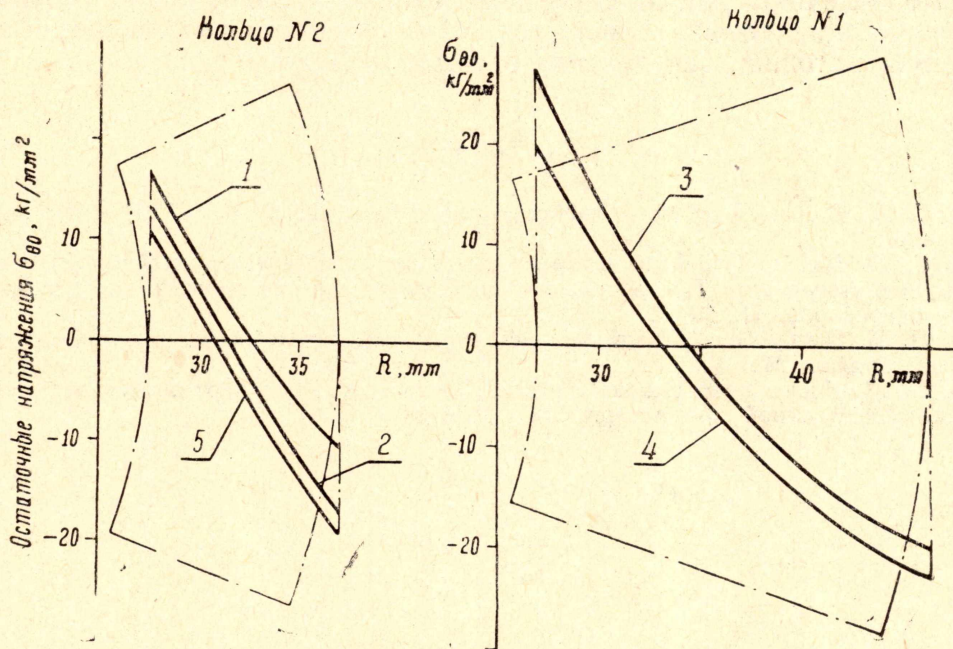


Рис. 3. Сопоставление эпюр остаточных напряжений, определенных по различным методикам. 1,3 — результаты численного интегрирования; 2,4 — напряжения, полученные при линейризации уравнений (2), 5 — распределение остаточных напряжений в предположении о постоянстве  $\sigma_i$

На внутренней поверхности окружная и осевая деформации равны

$$e_\varphi = \ln \frac{a}{a_0}, \quad e_z = \ln \frac{h}{h_0},$$

где  $h_0, h$  — толщина кольца до и после раздачи.



Деформацию вдоль радиуса  $e_r$  находим из условия несжимаемости:

$$e_r = -e_\varphi - e_z.$$

Интенсивность деформации:

$$\begin{aligned} e_i &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_\varphi - e_r)^2 + (e_\varphi - e_z)^2 + (e_r - e_z)^2} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{e_\varphi^2 + e_\varphi e_z + e_z^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Определение остаточных напряжений можно упростить, если учесть, что у узких колец (при  $\frac{a}{b} > 0,7$ ) изменение  $\sigma_i$  вдоль радиуса незначительно. Тогда, приняв его постоянным вдоль радиуса кольца и равным

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{iB} + \sigma_{iH}}{2},$$

можно определить радиальное напряжение из (11) при  $A = \sigma_i$  и  $B = 0$ . В остальном расчет совпадает с предыдущим.

На рис. 3 приведены эпюры остаточных напряжений в двух кольцах, построенные различными методами. Из сопоставления этих эпюр следует, что величины напряжений, подсчитанных различными способами, примерно одинаковы, что является подтверждением достоверности предлагаемой методики определения остаточных напряжений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Дель. Твердость деформируемого тела. Изв. АН СССР, Металлы, М., № 4, 1967.
2. Г. Д. Дель. Определение напряжений при пластической деформации по распределению твердости. Труды институтов Госкомитета, стандартов, мер и измерительных приборов, Л., 1967.
3. Н. И. Безухов. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. Изд. Высшая школа, М., 1961.
4. Л. М. Качанов. Основы теории пластичности. Государственное издательство технико-теоретической литературы. М., 1956.