

## УЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В КОСОЗУБЫХ СКОРОСТНЫХ ПЕРЕДАЧАХ

А. Е. БЕЛЯЕВ

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

На работу зубчатых передач существенно влияют колебательные процессы, возникающие из-за погрешностей изготовления, непостоянства жесткостей и т. п. В отдельных случаях эти колебательные процессы могут вызвать на зубьях дополнительные нагрузки, соизмеримые с величиной статистических нагрузок (а при явлениях резонанса или близких к нему — даже превосходить их). Поэтому учет динамических нагрузок при расчете передач является обязательным.

Динамические нагрузки зависят от масс вращающихся зубчатых колес (и связанных с ними деталей), от величин погрешностей изготовления, жесткостей связей и скорости, увеличиваясь с ростом перечисленных факторов.

Исследованию динамических нагрузок посвящен ряд работ, большинство которых относится к прямозубым передачам (Э. Бакингам, А. И. Петрусевич, М. С. Полоцкий и др.).

В современных скоростных приводах получили распространение косозубые передачи. Зубчатые передачи являются возбудителями 2 видов колебаний: параметрических и кинематических. Параметрическим возбудителем колебаний является периодически изменяющаяся с углом поворота зубчатого колеса общая жесткость зубьев, а кинематические колебания возникают из-за ошибок изготовления зубчатых колес. Эти погрешности, как показывает анализ, имеют закономерную периодическую зависимость от угла поворота зубчатых колес. В настоящее время зубчатые колеса нарезаются в основном методом обкатки, осуществляемым с помощью червячной фрезы.

Цилиндрические косозубые колеса, нарезанные указанным способом (в отличие от прямозубых колес), являются гораздо меньшими возбудителями колебаний вследствие того, что в них не проявляются совсем (или проявляются в меньшей степени) два указанных выше вида колебаний.

В косозубых передачах незначительное изменение суммарной жесткости по углу поворота (в отличие от прямозубых передач, где в точках пересопряжения жесткость меняется резко), а также незначительное влияние погрешности установки и изготовления инструмента подтверждается целым рядом исследований.

Согласно методике А. И. Петрусевича, получившей наибольшее распространение в СССР [4], динамические нагрузки в косозубых передачах вызываются ошибками в окружном шаге, т. е. в расположении



зубьев по делительной окружности зубчатого колеса. Это происходит вследствие неточности кинематической цепи станка. Динамическая нагрузка может быть определена по формуле

$$U = \frac{26 \cdot \Delta t}{\frac{150 \cdot d}{d_{ш} \cdot v^2} + \sqrt{\frac{150 \cdot d}{d_{ш} \cdot v^2} + 1} + \sqrt{\frac{225 \cdot 10^4}{z_{ш}^2 \cdot v^2} + 1}} \quad (1)$$

В этой формуле:

$\Delta t$  — ошибка в окружном шаге в *мк* (при скоростях, больших 15 *м/сек*, в формуле (1) вместо  $\Delta t$  представляется  $\Delta t - 5$  в случае, если  $\Delta t > \text{мк}$  и  $\frac{\Delta t}{2}$  при  $\Delta t < 10 \text{ мк}$  [4]);

$d_{ш}$  — диаметр шестерни, *см*;

$v$  — окружная скорость, *м/сек*;

$z_{ш}$  — число зубьев шестерни;

$d$  — диаметр того из зубчатых колес (шестерни или колеса), на котором ошибка вызывает большую динамическую нагрузку.

Согласно [4] формула (1) для высокоскоростных передач может быть несколько упрощена.

Если выдерживается условие  $\frac{\Delta t}{m_s} \cdot z \leq 440/m_s$  — торцевой модуль

и зубчатые колеса нарезаются на станках с точными делительными передачами, имеющими хорошо пригнанное зацепление (ошибки в окружном шаге приводят к плавному искажению профиля зубьев), знаменатель формулы (1) заменяется удвоенным третьим членом.

Для анализа этого положения формулу (1) представим так:

$$U = \Omega \frac{\Delta t}{A + B + C}, \quad (2)$$

где  $A = \frac{150 \cdot d}{d_{ш} \cdot v^2}$  — 1-й член знаменателя;

$B = \sqrt{A^2 + 1}$  — 2-й член знаменателя;

$C = \sqrt{\frac{225 \cdot 10^4}{z_{ш}^2 \cdot v^2} + 1}$  — 3-й член знаменателя;

$\Omega$  — коэффициент пропорциональности.

Чаще всего шестерня и колесо быстроходных передач нарезаются на одних и тех же станках, поэтому значение  $d$  можно принять равным  $d_{ш}$ .

Проведенный расчет (табл. 1) показал, что при окружных скоростях и числах зубьев шестерни, характерных для быстроходных передач ( $v = 35 \div 100 \text{ м/сек}$ ,  $z_{ш} = 25 \div 77$ ), значение динамической нагрузки, подсчитанное по формуле типа 2, отличается не более чем на 5% от значений, подсчитанных по формуле типа 1\*)

$$U = \Omega \frac{\Delta t^*}{2 \cdot c} \quad (3)$$

Таким образом, дополнительную динамическую нагрузку с достаточной точностью можно определять согласно методике [4] по формуле:

$$U = \frac{13 \cdot \Delta t}{\sqrt{\frac{225 \cdot 10^4}{z_{ш}^2 \cdot v^2} + 1}}, \text{ кг/см.} \quad (4)$$

\*) Анализ показывает, что при  $A = \frac{150 \cdot d_k}{d_{ш} \cdot v^2} = \frac{150 \cdot i}{v^2}$  окончательный результат мало отличается от приведенного в табл. 1 ввиду малости самой величины  $A$ .



Таблица I

Индекс машины	$z_{ш}$	$v$ , м/сек	Величины, входящие в формулы 2 и 3						
			A	B	C	A+B+C	2·C	2·C	
								A+B+C	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
ГТ-700-5	39	77,6	0,0249	1,000	1,117	2,14	2,23	1,04	
К-105-61-1	41	84,3	0,0211	1,000	1,092	2,11	2,18	1,03	
К-380-101-1/1	38	84,7	0,029	1,000	1,100	2,12	2,20	1,03	
К-380-101-1/II	29	112,6	0,0012	1,000	1,100	2,10	2,20	1,05	
К-55-61-1	33	88,4	0,0192	1,000	1,124	2,14	2,24	1,05	
К-210-61-1	32	83,0	0,0218	1,000	1,149	2,17	2,29	1,05	
ОК-500-92	37	75,7	0,0262	1,000	1,134	2,16	2,26	1,04	
К-500-61-1	33	78,5	0,0243	1,000	1,155	2,17	2,31	1,06	
9000-11-1	77	35,1	0,1210	1,000	1,143	2,26	2,28	1,01	
900-31-1	59	102,8	0,0089	1,000	1,029	2,03	2,038	1,01	

На основании формулы (4) нами построен график (рис. 1) для определения величины  $U$  в зависимости от параметра  $z_{ш}^2 \cdot v^2$  при различных значениях  $\Delta t$ . Диапазоны изменения  $\Delta t$  и  $z_{ш} \cdot v$  характерны для быстроходных передач. Величина  $\Delta t$  может быть задана на основании паспортных данных нарезанной зубчатой пары.

Аналитическое исследование колебательных процессов в передачах затруднительно, так как многие параметры являются мало известными, а редукторные установки (например ГТЗА) представляют собой сложные системы с широким диапазоном изменения масс и жесткостей. Разработка инженерных методов расчета с учетом всех основных факторов, от которых зависит определение динамических нагрузок, представляет очень большие трудности. Экспериментальные же работы в этой области малочисленные и к их проведению приступили сравнительно недавно [2, 5 и 7]. Поэтому следует рекомендовать определение дополнительных динамических нагрузок в скоростных передачах по методике [4], успешно применяемой при проектировании многих ответственных редукторов.

При расчете на контактную прочность косозубых колес (с твердостью рабочих поверхностей зубьев  $HВ \leq 350$ ) по методике [4] предлагается учитывать лишь половину динамической нагрузки, вызываемой ошибками окружного шага. В основу этой рекомендации положены следующие предположения:

1. Среднетвердые и особенно мягкие (улучшенные) поверхности зубчатых колес не снижают предела выносливости при ограниченном выкрашивании.

2. Ошибки в шаге частично компенсируются из-за изменения формы зубьев вследствие обминания их рабочих поверхностей (рис. 2).

3. Динамическая нагрузка, изменяясь по синусоиде, то прибавляется к полезной нагрузке, то вычитается из нее (рис. 3).

Однако учет лишь половинного значения динамической нагрузки вызывает определенные сомнения.

1. Первое предположение справедливо, однако при проведении экспериментов и при расчете ответственных приводов желательно знать действительные напряжения.

2. Факт компенсирующей приработки передачи, подтверждаемый рядом исследователей [3, 6 и 8], уже учитывается при определении ди-



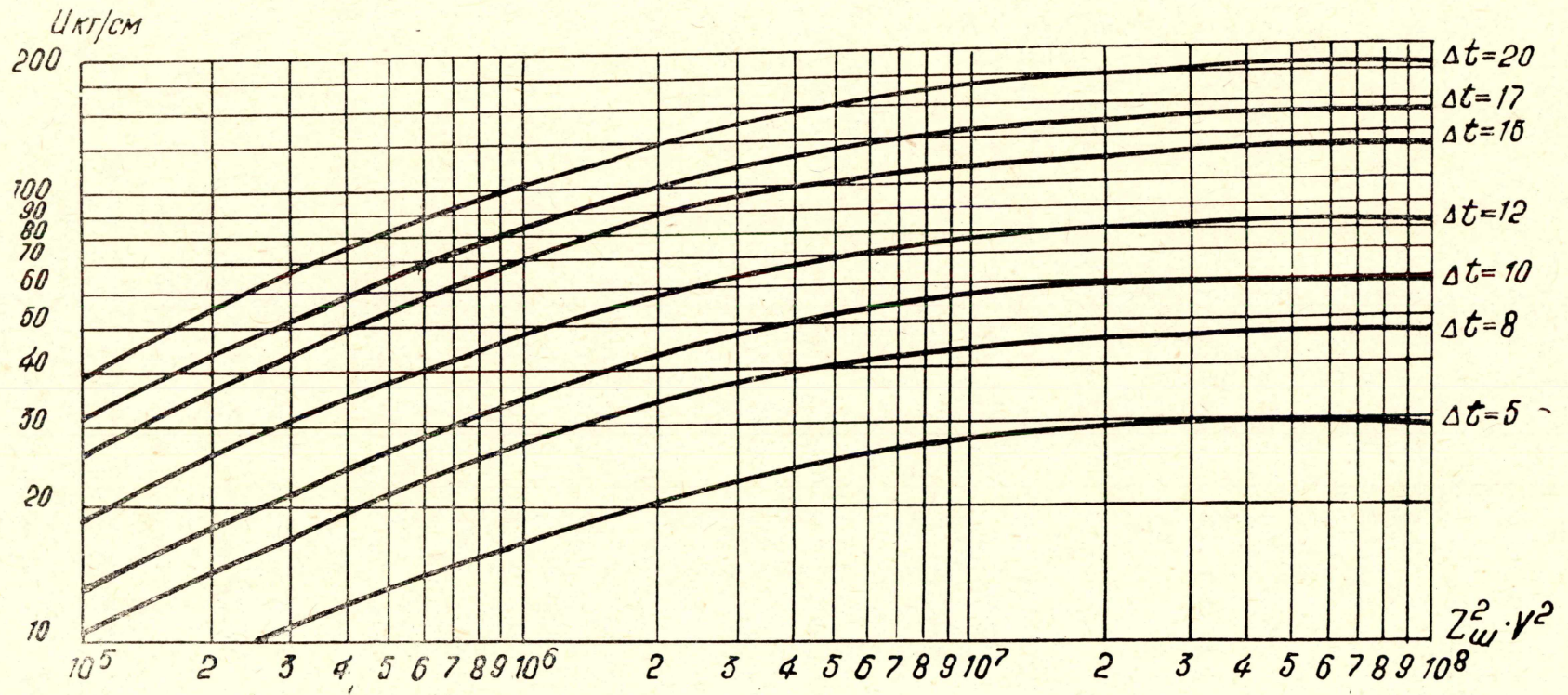


Рис. 1. График для определения дополнительных динамических нагрузок



динамической нагрузки ( в формулах (1) и (4) значение  $\Delta t$  при  $\Delta t > 10$  берется равным  $\Delta t - 5$ , а при  $\Delta t < 10 - \frac{\Delta t}{2}$  ).

3. При работе передачи при числе циклов, превышающем базовое, факт изменения динамической нагрузки значения не имеет.

4. В методике [4] вместо величины в формуле следует подставлять значение  $U_1 + U$ , где  $U_1$  — дополнительная динамическая нагрузка, вызываемая накопленной ошибкой шага, хотя величина (согласно [2]) и не бывает значительной.

Для оценки величины динамической нагрузки, которую необходимо учитывать при расчете зубчатых передач, нами проведены специальные эксперименты. Были испытаны серии зубчатых колес, имеющих значение  $\Delta t$ , равные 13 и 8 мк\*).

Все эксперименты проводились на скоростном стенде с замкнутым двухпоточным контуром в диапазоне скоростей  $20 \div 60$  м/сек. Сравнение несущей способности зубчатых колес проводилось при предельной нагрузке, выбранной нами в качестве критерия выносливости при испытаниях зубчатых передач на контактную прочность.

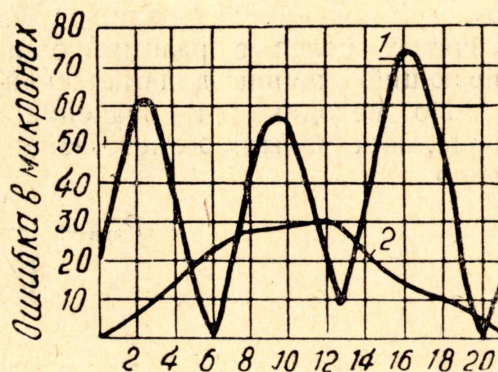


Рис. 2. Изменение ошибки в шаге ( $Z = 21$ ): 1 — до притирки; 2 — после притирки

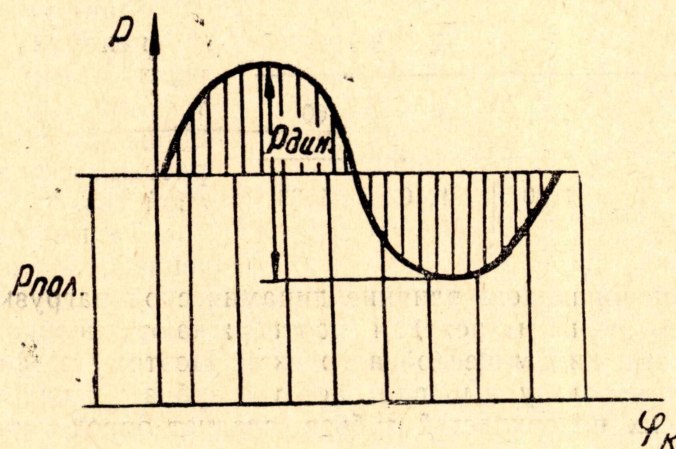


Рис. 3. К учету динамических нагрузок:  $P_{пол}$  — статические нагрузки;  $P_{дин}$  — динамические нагрузки;  $\varphi_k$  — угол поворота зубчатых колес

1. В результате эксперимента были получены значения номинальных нагрузок  $P_{ном}$ , соответствующих пределу усталости. Так как зубчатые колеса были изготовлены из одного материала с одинаковой твердостью рабочей поверхности, то предельные напряжения по Герцу для

\* Геометрические и конструктивные параметры сравниваемых зубчатых пар были выбраны одинаковыми:  $m_n = 3$  мм;  $\beta_d = 19^\circ 11' 25''$ ;  $B = 30$  мм;  $i \approx 2$ ;  $B/t_d = 1,06$ .



обеих передач ( $\sigma'$  и  $\sigma''^*$ ), вызываемые совместным действием статических и динамических нагрузок, должны быть равны.

Так как значение  $\sigma$  может быть определено как

$$\sigma = \Omega \sqrt{P_{\text{ст}}} \quad (5)$$

и  $\sigma'$  равно  $\sigma''$ , то, следовательно, и  $P_n' = P_n''$  или

$$P_{\text{ст}}' + A_d \cdot P_{\text{дин}}' = P_{\text{ст}}'' + A_d \cdot P_{\text{дин}}'', \quad (6)$$

где  $P_{\text{ст}}'$  и  $P_{\text{ст}}''$  — номинальные нагрузки для сравниваемых передач;  $P_{\text{дин}}'$  и  $P_{\text{дин}}''$  — дополнительные динамические нагрузки, найденные для зубчатых колес с разными ошибками шага;  $A_d$  — коэффициент, оценивающий влияние динамической нагрузки на контактную прочность.

По методике [4] значение динамической нагрузки для наших колес, нарезанных соответственно с точностью  $\Delta t' = 13 \text{ мк}$  и  $\Delta t'' = 8 \text{ мк}$ , равно

$$P_{\text{дин}}' = \frac{13(\Delta t' - 5)}{\sqrt{\frac{225 \cdot 10^4}{z_{\text{ш}}^2 \cdot v^2} + 1}}, \quad (7)$$

и

$$P_{\text{дин}}'' = \frac{13 \cdot \frac{\Delta t''}{2}}{\sqrt{\frac{225 \cdot 10^4}{z_{\text{ш}}^2 \cdot v^2} + 1}}. \quad (7')$$

Подставляя в выражение (6) значения  $P_{\text{дин}}'$  и  $P_{\text{дин}}''$  из формул (7) и (7'), а также величины  $P_n'$  и  $P_n''$ , полученные экспериментально для различных скоростей, найдем значения коэффициента  $A_d$  (табл. 2).

Таблица 2

$v, \text{ м/сек}$	20	40	60
$A_d$	1,30	1,10	1,03

Факт уменьшения коэффициента  $A_d$  с ростом скорости может быть объяснен тем, что с увеличением толщины масляного клина возрастают его демпфирующие свойства.

Таким образом, полученные значения коэффициента  $A_d$ , оценивающего влияние динамической нагрузки на контактную прочность зубчатых передач, подтверждают необходимость учета полной величины динамической нагрузки. Поэтому коэффициент динамичности  $K_d$ , используемый при расчетах зубчатых передач на выносливость рабочих поверхностей зубьев, следует определять по формуле  $K_d = 1 + \frac{U}{P_n}$  (8) вместо выражения  $K_d = 1 + \frac{0,5 U}{P_n}$ , рекомендуемого в [4]. При этом значении  $U$  определяется по методике [4].

### Выводы

1. Расчеты, проведенные для большого числа скоростных редукторов и мультипликаторов, показывают, что для определения дополнительно динамической нагрузки с достаточной степенью точности можно пользоваться упрощенной формулой (4).

\* Напряжения в полосе, полученные по формуле (5) для зубчатых колес с ошибками шага 13 и 8 мк, обозначим через  $\sigma'$  и  $\sigma''$  соответственно.



2. Построенный график позволяет с минимальными затратами времени определять значение динамической нагрузки по методике А. И. Петрусевича.

3. Эксперименты, проведенные на зубчатых колесах различной точности, показали, что при расчете зубчатых передач на контактную прочность необходимо учитывать не половинное, а полное значение динамической нагрузки. При этом коэффициент динамичности, вводимый в расчет, определяется по формуле (8).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Е. Беляев. Влияние скорости на контактную прочность зубчатых передач. Изв. ТПИ, т. 147. Томск. 1966.
2. М. Д. Генкин, В. К. Гринкевич. Динамические нагрузки в передачах с косозубыми колесами. Изд. АН СССР. М. 1961.
3. В. Н. Кудрявцев. Зубчатые передачи. Машгиз. 1957.
4. А. И. Петрусевич. Зубчатые передачи, Детали машин, под ред. Н. С. Ачеркана, кн. 1. Машгиз. 1954.
5. А. И. Петрусевич и др. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами. Изд. АН СССР. Москва. 1956.
6. А. И. Петрусевич, М. З. Сабуров. Обработка зубчатых колес и редукторов Машгиз. 1946.
7. Н. В. Скрабелинский. Динамические усилия в зацеплении быстроходных цилиндрических передач, вызываемые циклическими погрешностями изготовления зубчатых передач. Отдел технического обслуживания и информации. М. 1959.
8. Л. Н. Соломин. Повышение точности быстроходных зубчатых передач. Отдел научно-технической информации № 140, ЦНИИТМАШ, М. 1959.
9. И. Н. Френкель. Экспериментальное определение жесткости зубьев с углом наклона в  $30^\circ$  цилиндрических зубчатых колес. «Расчет, конструирование и исследование передач», III. Издание Одесского политехнического института. 1959.