

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАГРУЗКИ ПО ДЛИНЕ КОНТАКТНЫХ ЛИНИЙ КОСОЗУБЫХ КОЛЕС

А. Е. БЕЛЯЕВ

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

Нагрузочная способность зубчатых передач зависит от характера распределения нагрузки по контактным линиям зацепления. Неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий в косозубых передачах вызвана рядом факторов.

Во-первых, в передачах, где имеет место износ профилей (например крановые редукторы), величина последнего связана с величиной скорости скольжения. При этом износ зуба будет максимальным на участках, удаленных от полюса. Это обстоятельство и является причиной концентрации нагрузки к полюсной линии.

Во-вторых причиной, вызывающей неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий в косозубых передачах, является переменная жесткость самого зуба. Общая жесткость зубьев в процессе их работы изменяется весьма незначительно (в отличие от прямозубых колес), что подтверждается теоретическими и экспериментальными работами [3], [7], [8], [9], [10]. Основные выводы этих работ сводятся к тому, что общая удельная жесткость косых зубьев не зависит от модуля ширины зубьев, фазы зацепления, а зависит лишь от чисел, наклона и материала зубьев.

В скоростных передачах (судовые трансмиссии и высокоскоростные приводы различных машин) износ зубьев либо отсутствует (исключая период приработки), либо чрезвычайно мал. Поэтому единственной причиной, вызывающей неравномерность распределения по длине контактных линий, может быть переменная жесткость зубьев.

У различных исследователей количественная и качественная оценка рассматриваемой концентрации нагрузки различна. По результатам исследования резиновых реек М. D. Trbojevic [16] установил, что концентрация нагрузки вообще чрезвычайно мала. Г. Ниман [14] на основании исследований напряжений методом фотоупругости утверждает, что на концах контактной линии нагрузка меньше, чем в середине. А. Davis и N. Walker [11] обнаружили, наоборот, увеличение нагрузки на концах контактной линии против средней величины в пределах 60—200%. В ряде опубликованных методик расчета значения коэффициента концентрации нагрузки в полюсе зацепления $K_p = \frac{P_p}{P_{cp}}$ принималось равным 1,5 [4], [5], [9].

Однако в последнее время появился ряд работ, доказывающих, что эта величина является завышенной. Так, А. Сайкс [15] рекомендует

принимать значение коэффициента концентрации нагрузки в полюсе зацепления $K_p = 1,1$, а автор работы [13] считает, что значение коэффициента K_p близко к 1,3.

В. Н. Кудрявцев [7] убедительно показывает, что усилия, приложенные к зубу по контактной линии на разной высоте и в силу неодинаковой податливости зуба в различных точках контактной линии $b_1 b_2$ (рис. 1)

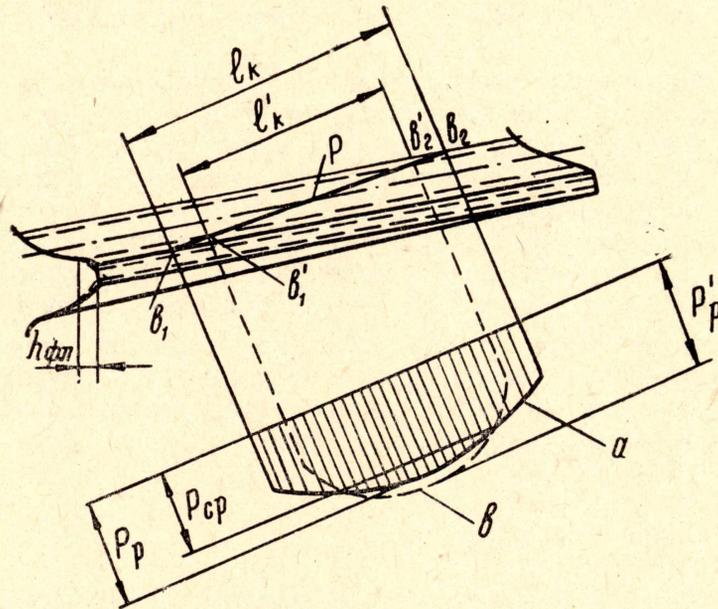


Рис. 1. Изменение удельных нагрузок вдоль контактной линии: a — у нефланкированного профиля

будут различны величины удельных контактных нагрузок P . Последние можно определить по формуле

$$P = C \cdot \delta \cdot \cos \beta_0, \quad (1)$$

где C — коэффициент удельной жесткости;

δ — деформация, измеренная в торцевом сечении плоскости зацепления;

β_0 — угол наклона зуба на основном цилиндре.

Согласно исследованиям, наибольшая удельная жесткость зубьев будет там, где расстояния от точки контакта до окружности выступов зубчатых колес одинаковы. В некорригированных передачах максимальная жесткость будет в полюсе зацепления, и, следовательно, в полюсе зацепления удельная контактная нагрузка достигнет максимума (значение P по формуле (1) достигнет наибольшего значения при максимальном коэффициенте C).

Численное значение коэффициента K_p , характеризующего концентрацию нагрузки в полюсе, рекомендуется в работе [7] равным 1,18. Точно такие же значения коэффициента K_p приводятся в работах О. А. Пыжа. Автор работ [1] и [2] определяет концентрацию напряжений в полюсе по формуле

$$K_p = \frac{48}{38,6 + \frac{\cos \beta}{\epsilon_s \sin \alpha_s}}. \quad (2)$$

Подсчет большого числа вариантов зацепления косозубых колес показывает, что значение K_p , найденное по приведенной формуле, лежит в пределах 1,185 — 1,195. В общем случае при расчете косозубых колес автор рекомендует принимать $K_p = 1,2$.

В последней методике расчета зубчатых передач, выпущенной ЦНИИТМАШ в 1963 г., также приводятся значения $K_p = 1,2$ [6].

И, наконец, в результате расчетов и тщательно выполненного эксперимента автор работы [12] показал, что значение коэффициента K_p близко к 1,2.

Все сказанное выше относится к нефланкированным косозубым передачам, у которых длина контактной линии $l_k = b_1 b_2$ (рис. 1).

Однако высокоскоростные передачи почти всегда нарезаются инструментом, имеющим определенный фланкированный участок. В зависимости от числа зубьев нарезаемого зубчатого колеса высота фланкированного участка на зубе $h_{фл}$ (рис. 1) будет меняться, причем длина линии контакта уменьшается на величину $b_2' b_2 + b_1' b_1$ и становится равной l_k' . В связи с этим участки линии контакта, удаленные от полюса, в какой-то степени разгружаются, и нагрузка в еще большей степени (чем это характеризует эпюра изменения удельных нагрузок a) должна концентрироваться к полюсной линии (предположительно изменение удельных нагрузок иллюстрируется эпюрой b на рис. 1).

Введем обозначения:

P_n — нормальное усилие;

δ — суммарная деформация;

$f(x)$ — функция зазора;

C — суммарный коэффициент жесткости, являющейся функцией расстояния X от полюсной линии до данной точки контакта;

l_k' — длина линии контакта.

На рис. 2,а показано контактирование 2 поверхностей (одна из которых условно показана прямой PNK), причем половина длины контакта $l_k'/2 = PN$, а профиль фланка (NI) задан уравнением типа

$$\Delta = Ax^b. \quad (3)$$

Рассмотрим отрезок PNI (рис. 3,б), состоящий из эвольвентного участка PN и фланкированного участка NI длиной $l_{ф}$. Под действием нормальной нагрузки рассматриваемая поверхность деформируется на величину δ и займет положение $P'N'I$. При этом часть фланкированного участка вступит в работу на длине z .

Примем (согласно [7]), что изменение коэффициента удельной жесткости носит линейный характер (рис. 2,б).

Тогда для участка PN [7]

$$C_x = C_{cp} - (C_{cp} - C_b) \frac{x}{l} = C_{cp} - \theta'_x, \quad (4)$$

а для участка NI

$$C_{x_1} = C_a - (C_a - C_b) \frac{x_1}{l_{ф}} = C_a - \theta'' \cdot x_1. \quad (5)$$

Величина деформации δ определится как

$$\delta = \frac{P_n}{2(l - l_{ф} + z) \cdot C}, \quad (6)$$

где P_n — полная нормальная нагрузка;

C — среднее значение коэффициента удельной жесткости.

Рассмотрим два участка контактной линии. Для первого участка имеем $P_x = C_x \cdot \delta$, и, следовательно,

$$dP_x = d(C_x \cdot \delta) = \delta \cdot dC_x.$$

При заданном законе изменения коэффициента C $dC_x = -\theta' \cdot dx$. Таким образом,

$$dP_x = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot (-\theta') \cdot dx. \quad (7)$$

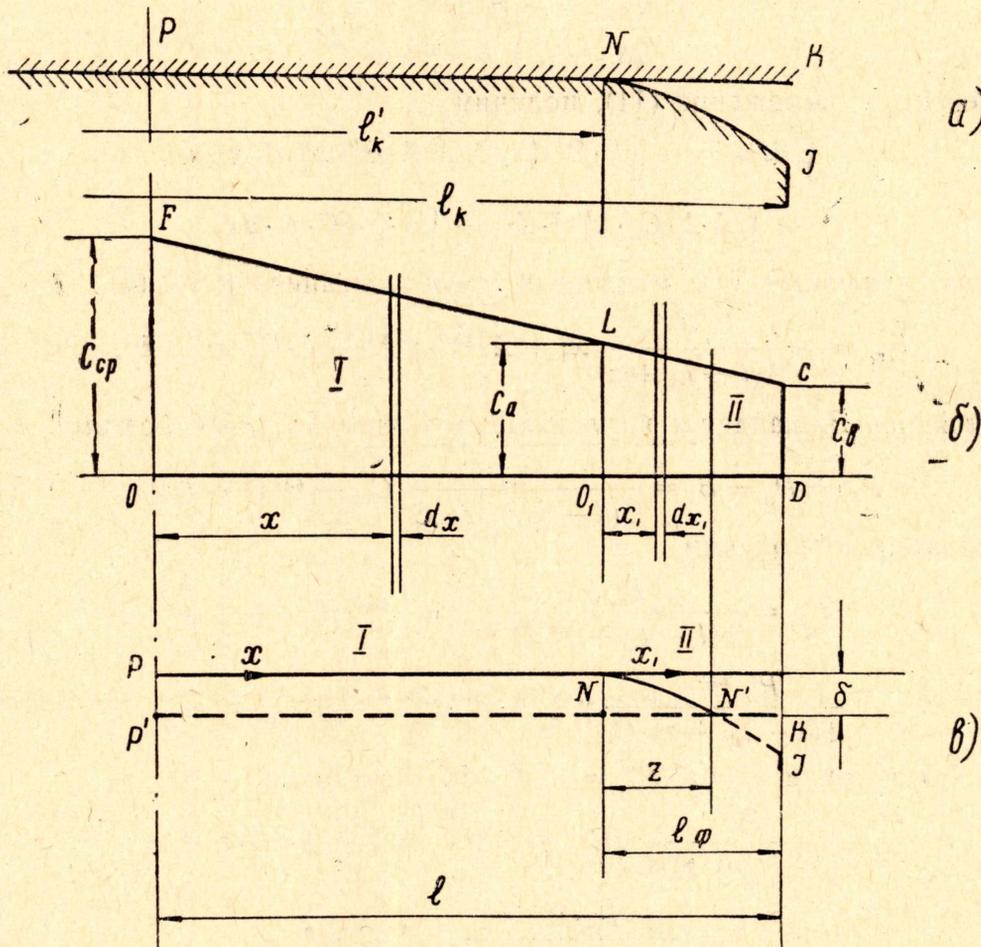


Рис. 2. К определению коэффициента: а — линии контакта; б — закон изменения жесткости для I и II зон; в — контактирование двух нагруженных поверхностей

После интегрирования уравнения (7) получим на I участке

$$P_x = -\frac{P_n \cdot \theta'}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot x + B. \quad (8)$$

Постоянная B в уравнении (8) находится из условия $X = 0$.

$$P_x = P_{\max} = \frac{P_n C_{cp}}{2(l - l_x + z)} = B.$$

И окончательно найдем

$$P_x = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot (C_{cp} - \theta' x). \quad (9)$$

В точке же O_1 значение P_x

$$P_x = P_a = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)]. \quad (10)$$

Переходим к рассмотрению закона изменения линейной нагрузки по фланкированному участку (II). Учитывая, что $d\delta \neq 0$, получим

$$dP_{x_1} = d[C_{x_1}(\delta - \Delta)] = (\delta - \Delta) dC_{x_1} + C_{x_1} d(\delta - \Delta). \quad (11)$$

Причем в последнем уравнении

$$\begin{aligned} dC_{x_1} &= -\Theta'' dx_1, \\ d\Delta &= -A \cdot b \cdot x_1^{b-1} dx_1. \end{aligned}$$

Интегрируя выражение (11), получим

$$\begin{aligned} \int dP_{x_1} &= - \int \delta \cdot \Theta'' dx_1 + \int A \cdot \Theta'' \cdot x_1^b \cdot d \cdot x_1 - \\ &- \int A \cdot b \cdot C_a \cdot x_1^{b-1} \cdot dx_1 + \int A \cdot b \cdot \Theta'' \cdot x_1 \cdot dx_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Решая уравнение (12) и проведя преобразования, получим

$$P_{x_1} = -\frac{P_n \cdot \Theta''}{2(l - l_\phi + z)} x_1 + A \cdot \Theta'' \cdot x_1^{b+1} - A \cdot C_a \cdot x_1^b + B_1. \quad (13)$$

Постоянная B_1 найдется из условия: в точке O $X_1 = 0$, поэтому

$$P_{x_1} = P_a = B_1 = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)]. \quad (14)$$

Окончательно получим

$$\begin{aligned} P_{x_1} &= \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)] - \\ &- \frac{P_n \cdot \Theta''}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot x + A \cdot \Theta'' \cdot x_1^{b+1} - A \cdot C_a \cdot x_1^b. \end{aligned} \quad (15)$$

Так как в точке $x_1 = z$, $P_{x_1} = 0$, то, следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)] + A \cdot \Theta'' \cdot z^{b+1} &= \\ &= \frac{P_n \cdot \Theta''}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} + A \cdot C_a \cdot z^b. \end{aligned} \quad (16)$$

Анализ величин, входящих в уравнение (16), показывает, что членами, содержащими Θ'' , можно пренебречь, т. е.

$$\frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)] = A C_a \cdot z^b. \quad (17)$$

Таким образом, закон изменения линейной нагрузки на части фланкированного участка, вступившего в работу (участок z), может быть записан

$$P_{x_1} = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} [C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)] - A \cdot C_a \cdot x_1^b.$$

Принимая во внимание, что $[C_{cp} - \Theta'(l - l_\phi)] = C_a$, окончательно получим

$$P_{x_1} = \frac{P_n}{2(l - l_\phi + z) \cdot C} \cdot C_a - A \cdot C_a \cdot x_1^b. \quad (18)$$

При решении уравнения (11) было принято, что зависимость типа $\Delta = A \cdot x_1^b$ является уравнением проекции профиля фланка на контактную линию. Между тем параметры фланка на реальных зубчатых передачах относятся к профилю зуба в торцевом сечении. На рис. 3 показаны эвольвентный профиль зуба (штриховая линия) и фланкированный участок, заданный в координатах x_0 и y_0 , нанесенный фланк получен построением сопряженного профиля зуба с профилем инструмента. Для зуба шестерни и колеса высота фланка получилась соответственно $h_{фл.ш} = 0,15 m$ и $h_{фл.к} = 0,28 m$, где m — модуль зацепления. Уравнение фланка в этих координатах выражается как $y_0 = a \cdot x_0^{c*}$, где a и c имеют определенные значения для различных чисел зубьев. Зная приращение длин контактных линий, соответствующих уменьшению глубины фланкирования (от $0,3 m$ до $0,01 m$), можно определить уравнение проекции профиля фланка на контактную линию. Это уравнение для колеса (как для элемента, имеющего большей фланк) оказывается равным

$$\Delta = 0,0075 X^{1,6}. \quad (19)$$

Зная законы изменения линейной нагрузки по обоим участкам контактной линии, можно построить график зависимости $P_x = f(l)$. При этом на первом участке значение P_x находится по уравнению (10) при $X = 0 \div (l - l_\phi)$ (зависимость будет иметь линейный характер), а на втором участке P_{x_1} — по уравнению (18) при

$$x_1 = (l - l_\phi) \div (l - l_\phi + z).$$

Для построения графика $P_x = f(l)$ (рис. 4) определим величины, входящие в уравнения:

P_n — полная нормальная нагрузка, равная сумме статической и динамической нагрузок, $P_n = P_{ст} + P_{дин} = 1140 \text{ кг}$;

l — длина участка контактной линии от полюса до окружности выступов зуба, $l = PNI = 23,8 \text{ мм}$;

l_ϕ — длина участка контактной линии, проходящей по фланкированному участку, $l_\phi = 6,6 \text{ мм}$.

Значения жесткостей на различных участках, коэффициентов θ' , θ'' и z^{**} приведены в табл. 1.

Таблица 1

$C_{ср}, \text{кг/мм}^2$	$C, \text{кг/мм}^2$	$C_a, \text{кг/мм}^2$	$C_b, \text{кг/мм}^2$	$\theta', \text{кг/мм}^3$	$\theta'', \text{кг/мм}^3$	$Z, \text{мм}$
1600	1350	1230	1100	21	19,7	2

*) Для зуба колеса (рис. 3) это уравнение имеет вид $y_{0.к.} = 0,2 \cdot X_0^{1,7}$, для зуба сопряженной шестерни соответственно $y_{0.ш.} = 0,45 \cdot X_0^{1,7}$.

**) Величина z найдена по уравнению (17).

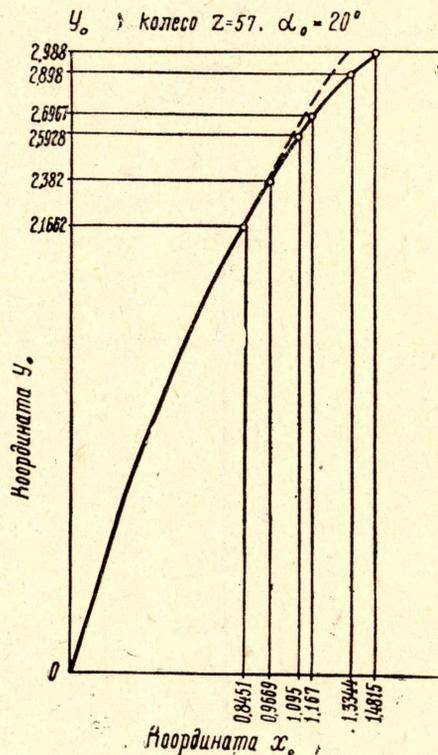


Рис. 3. Профиль зуба экспериментального колеса

По известной длине контактных линий величина удельной контактной нагрузки, найденной без учета ее неравномерности, определяется

$$P_{\text{ср}} = \frac{P_n}{2(l - l_{\phi} + z)} \quad (20)$$

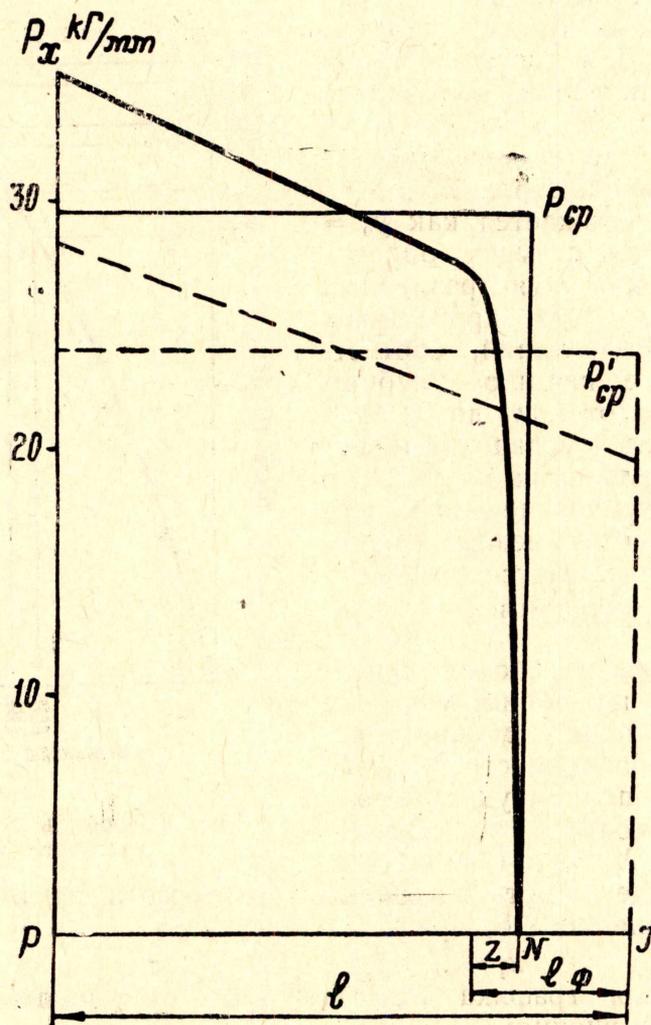


Рис. 4. Изменение удельных нагрузок для фланкированного и нефланкированного профиля зуба

Коэффициент концентрации $K_{p\phi} = \frac{P_p}{P'_{\text{ср}}}$, где P_p — удельная контактная нагрузка для полюса (т. е. нагрузка той зоны, для которой определяются контактные напряжения). Из построенного графика (рис. 4) находим, что $P_{\text{ср}} = 29,7 \text{ кг/мм}$ и $P_{x=l=0} = 35,2 \text{ кг/мм}$. Следовательно,

$$K_{p\phi} = \frac{P_p}{P'_{\text{ср}}} = 1,185.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Белянин. Исследование нагрузочной способности косозубых колес. «Зубчатые и червячные передачи», под ред. Н. И. Колчина, М.—Л. Машгиз. 1959.
2. А. И. Белянин. Исследование нагрузочной способности косозубых колес. «Расчет, конструирование и исследование передач», 1. Издание Одесского политехнического института. 1958.
3. К. И. Заблонский. Вопросы жесткости при расчете зубчатых передач большой мощности и методика их расчета. «Передачи в машиностроении». Изд. АН СССР. 1953.
4. К. И. Заблонский. Исследование концентрации нагрузок по длине контактных линий зубчатых колес. «Расчет, конструирование и исследование передач», 1. Изд. Одесского политехнического института. 1958.
5. Я. Г. Кистьян. Методика расчета зубчатых зацеплений на прочность. ЦНИИТМАШ, научно-техническая информация, № 23. Машгиз, 1954.
6. Я. Г. Кистьян. Методика расчета зубчатых передач на прочность. ЦНИИТМАШ, кн. 107. Машгиз. 1963.
7. В. Н. Кудрявцев. Зубчатые передачи. Машгиз. 1957.
8. А. И. Петрусевич. Деформация зубьев с эвольвентным нормальным 20° зацеплением. ЦБР. ЦНИИТМАШ. 1937.
9. А. И. Петрусевич. Зубчатые передачи. «Детали машин», под ред. Н. С. Ачеркана. Машгиз. 1953.
10. И. Н. Френкель. Экспериментальное определение жесткости зубьев с учетом наклона в 30° цилиндрических зубчатых колес, «Расчет, конструирование и исследование передач», III. Издание Одесского политехнического института. 1959.
11. Davis A. W. Proc. Inst. Mech. Engrs, vol. 170, N 16, 1956.
12. Hayashi Kunikazy, Load Distribution on the Contact Line of Helical Gear teeth, Part 1, Fundamental concept, Bull. ISME, 1963, 6, N 22.
13. Müller L. Krytyczne spojrzzenie na Zazebienie Novikowa, Przegląd mechaniczny, 1961, XX, N 15.
14. Niemann G. Maschinenelemente, II, 1960.
15. Sykes A. Allowable load on Helical Gears, The Engineer, Nov., N 5416, 1959.
16. Trbojevic M. D. Engineer, vol. 204, N 5298, 1957.