

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ РЕЗЬБ, НАКАТАННЫХ РОЛИКАМИ С АРХИМЕДОВОЙ ВИНТОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

П. А. ЕКАТЕРИНЮК

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

При изготовлении резьбовых изделий накаткой накатными роликами геометрия винтовой поверхности изделия отличается от геометрии винтовой поверхности накатного ролика даже в том случае, если у винта и ролика не только одинаковые шаг и заходность, но и одинаковые начальные диаметры резьбы. Влияние на величину отклонения в данных точках сопряженных винтовых поверхностей от предварительно заданных будут оказывать разность между углами подъема винтовых линий изделия и накатного ролика $\Delta\lambda$, угол профиля резьбы α и другие факторы.

$$\Delta\lambda = \lambda_b - \lambda_p,$$

где λ_b и λ_p — соответственно углы подъема винтовой линии изделия и инструмента, тангенс которых определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{t}{\pi d}, \quad (1)$$

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{t}{\pi d}, \quad (2)$$

где λ — угол подъема винтовой линии;

t — шаг в мм;

d — диаметр в мм.

Из формул (1) и (2) видно, что тангенс угла подъема винтовой линии $\operatorname{tg} \lambda$ будет изменяться обратно пропорционально диаметру d . Винтовая линия у впадины винта имеет максимальный угол подъема λ_{\max} , а винтовая линия у вершины винта — минимальный угол подъема λ_{\min} .

При накатке роликами элементы винтовой поверхности, расположенные у вершины витка ролика с минимальными углами подъема винтовой линии, сопрягаются с элементами винтовой поверхности, расположенными у впадины накатываемого винта, имеющими максимальные углы подъема и, наоборот, элементы винтовой поверхности, расположенные у впадины витка ролика, имеющие максимальные углы подъема винтовых линий, при накатке сопрягаются с элементами, расположенными у вершины резьбы винта с минимальными углами подъема винтовых линий. Совпадают по величине лишь углы подъема начальных линий ролика и винта.

Несовпадение по величине углов подъема винтовых линий (рис. 1) служит причиной того, что геометрия винтовой поверхности изделия не будет соответствовать исходной геометрии винтовой поверхности накатного ролика; впадина резьбы будет несколько развалена; площадки контакта деформируемого металла, расположенные по обе стороны формируемого витка, могут быть несколько сдвинуты вдоль оси витка и не совпадут друг с другом, что вызывает опасные для прочности витка ролика напряжения от изгиба.

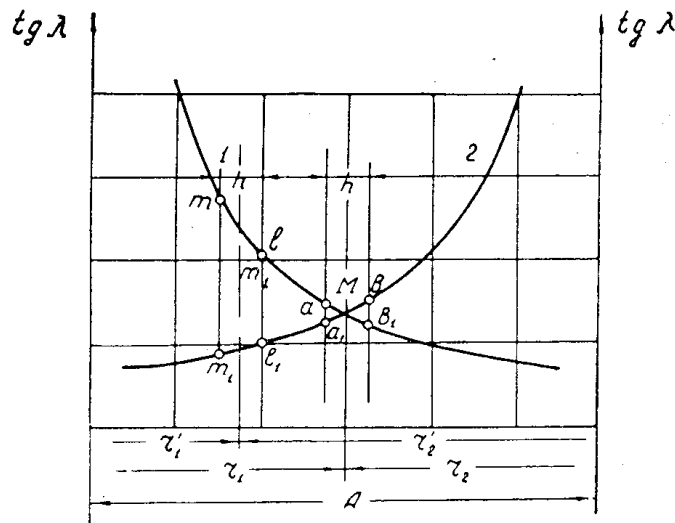


Рис. 1. Схема изменения углов подъема винтовых линий у винта и ролика в зависимости от соотношения их радиусов

Несовпадение углов подъема винтовых линий ролика и накатываемого изделия может служить причиной того, что незакругленные кромки при вершине витка при малых углах профиля резьбы могут производить шабрение, а срезаемая тонкая стружка частично впрессуется в поверхность формируемого витка и ухудшит ее чистоту.

Для того, чтобы обеспечить осевую подачу накатываемого винта, диаметр ролика принимают больше или меньше диаметра накатываемого винта, сохраняя одинаковую величину шага изделия и ролика. Поэтому углы подъема изделия и ролика еще больше отличаются друг от друга (рис. 1) и отклонение геометрии сопряженной винтовой поверхности от заданной будет более значительное.

Величину отклонений, форму образующей винтовой поверхности, а также величину, форму и расположение контактных площадок можно определить, если вывести уравнения, пользуясь разработанной нами методикой.

В прямоугольной системе координат, связанной с неподвижным пространством, зададим архимедовы винтовые поверхности накатного ролика и накатываемого изделия. Заданные архимедовы винтовые поверхности накатного ролика и изделия не будут являться двумя сопряженными поверхностями, они будут пересекаться вследствие изменения углов подъема по высоте витков накатного ролика и витков изделия.

При исследовании геометрии винтовых поверхностей, полученных накаткой, можно ставить две задачи.

Первая задача. При заданной геометрии винтовой поверхности накатного ролика найти сопряженную с ней геометрию изделия, полученную в результате обкатки при накатывании.

Вторая обратная задача. При заданной геометрии винтовой поверхности изделия найти сопряженную геометрию винтовой поверхности накатного ролика.

Система уравнений архимедовой винтовой поверхности накатываемого винта правого направления, выраженная в неподвижной системе прямоугольных координат, может быть представлена в таком виде:

$$\begin{aligned}x &= u \cos \alpha \cos \varphi; \\y &= u \cos \alpha \sin \varphi; \\z &= A \operatorname{tg} \alpha - u \sin \alpha + p\varphi.\end{aligned}\quad (3)$$

Уравнения архимедовой винтовой поверхности накатного ролика с резьбой левого направления в той же неподвижной системе координат:

$$\begin{aligned}x &= A - u_1 \cos \alpha \sin \varphi_1; \\y &= u_1 \cos \alpha \sin \varphi_1; \\z_1 &= u_1 \sin \alpha + p\varphi_1;\end{aligned}\quad (4)$$

где A — межцентровое расстояние;

u и u_1 — длины образующих винтовых поверхностей винта и ролика;

α — угол профиля резьбы;

φ и φ_1 — углы поворота образующих винтовой поверхности изделия и винтовой поверхности накатного ролика;

p — осевое перемещение винта при повороте на угол, равный 1 радиану.

При таком выражении системы уравнений винтовых поверхностей в осевом сечении образующие обеих винтовых поверхностей будут совпадать по всей длине. Вправо и влево от осевого сечения винтовые поверхности либо будут пересекаться, одна винтовая поверхность будет врезаться в другую, либо будут отходить друг от друга, образуя между собой зазоры. Пересечений не будет по средним винтовым линиям, у которых углы подъема равны.

Отклонение от архимедовой винтовой поверхности может быть представлено уравнением

$$\Delta z = z - z_1 = A \operatorname{tg} \alpha - u \sin \alpha + p\varphi - u_1 \sin \alpha + p\varphi_1.\quad (5)$$

Уравнение (5) получено как разность третьих зависимостей уравнений (3) и (4).

Правая часть уравнения содержит четыре переменных: φ , u , φ_1 и u_1 . Избавимся от лишних неизвестных.

Возьмем на винтовой поверхности произвольную точку M и спроектируем ее на плоскость, перпендикулярную осевым линиям изделия и ролика. На плоскости проекции образующих винтовых поверхностей изделия u и ролика u_1 и линия межцентрового расстояния OO_1 образуют косоугольный треугольник OMO_1 .

Из косоугольного треугольника (рис. 2)

$$u \cos \alpha \cos \varphi + u_1 \cos \alpha \cos \varphi_1 = A.\quad (6)$$

Приравняв правые части второй зависимости системы (3) и (4), найдем

$$u_1 = \frac{u \sin \varphi}{\sin \varphi_1}.\quad (7)$$

Подставив в уравнение (6) значение u_1 из уравнения (7), получим

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{u \cos \alpha \sin \varphi}{A - u \cos \alpha \cos \varphi}; \quad (8)$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{u \cos \alpha \sin \varphi}{A - u \cos \alpha \cos \varphi}. \quad (9)$$

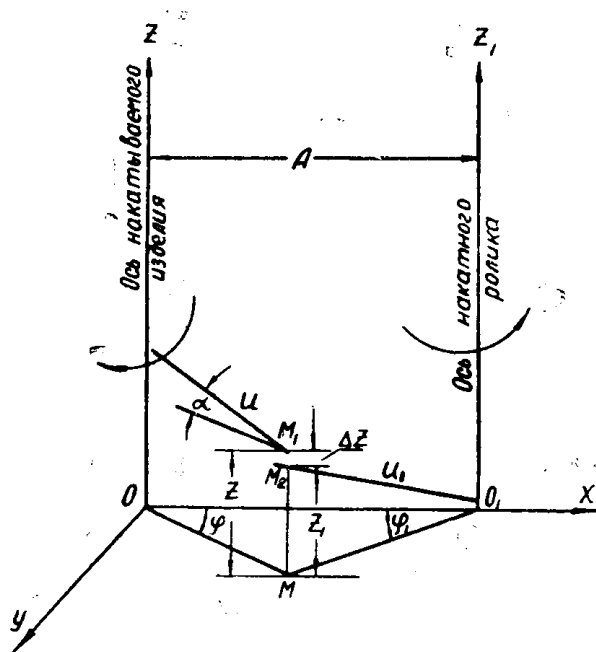


Рис. 2. Схема скрещивания образующей архимедовой винтовой поверхности и образующей винтовой поверхности накатного ролика

Из косоугольного треугольника (рис. 2) по теореме косинусов

$$u_1 = \frac{\sqrt{A^2 + u^2 \cos^2 \alpha} - 2Au \cos \alpha \cos \varphi}{\cos \alpha}. \quad (10)$$

Подставим значение зависимостей (9) и (10) в уравнение (5)

$$\begin{aligned} \Delta z = A \operatorname{tg} \alpha - u \sin \alpha + p \varphi - \sqrt{A^2 + u^2 \cos^2 \alpha} - 2Au \cos \alpha \cos \varphi \operatorname{tg} \alpha - \\ - p \operatorname{arctg} \frac{u \cos \alpha \sin \varphi}{A - u \cos \alpha \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (11)$$

Получили уравнение отклонений по оси z от заданной архимедовой винтовой поверхности.

Пользуясь уравнением (11), можно найти отклонения Δz , но чтобы исследовать геометрию винтовой поверхности, необходимо брать только максимальные отклонения, которые будут определять образующую винтовой поверхности. Чтобы определить максимальное значение отклонения Δz_{\max} , возьмем частную производную $\frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi}$ и приравняем ее нулю;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi} = p - \frac{Au \sin \alpha \sin \varphi}{\sqrt{A^2 + u^2 \cos^2 \alpha} - 2Au \cos \alpha \cos \varphi} - \\ - \frac{pAu \cos \alpha \cos \varphi - pu^2 \cos^2 \alpha}{A^2 + u^2 \cos^2 \alpha - 2Au \cos \alpha \cos \varphi} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Произведем дальнейшее преобразование:

$$\begin{aligned} & p(A^2 - 3Au \cos \alpha \cos \varphi + 2u^2 \cos^2 \alpha) = \\ & = Au \sin \alpha \sin \varphi \sqrt{A^2 - 2Au \cos \alpha \cos \varphi + u^2 \cos^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (13)$$

Возведем обе части уравнения в квадрат, заменим $\sin \varphi$ через $\cos \varphi$ и приведем к канонической форме:

$$\begin{aligned} & 2A^3 \cdot u^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cos^3 \varphi - A^2 u^2 (A^2 \sin^2 \alpha + u^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \\ & + 9p^2 \cos^2 \alpha) \cos^2 \varphi + 2Au (6p^2 u^2 \cos^3 \alpha + 3p^2 A^2 \cos \alpha - \\ & - A^2 u^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha) \cos \varphi + A^2 u^2 \sin^2 \alpha (A^2 + u^2 \cos^2 \alpha) - \\ & - p^2 (A^2 + 2u^2 \cos^2 \alpha)^2 = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Для более удобного пользования в уравнениях (11) и (14) произведем замену, воспользовавшись зависимостью (15),

$$\begin{aligned} u \cos \alpha &= r; \\ u \sin \alpha &= r \operatorname{tg} \alpha; \end{aligned} \quad (15)$$

где r — переменная величина радиус-вектор винтовой поверхности изделия.

После подстановки в уравнение (11) и (14) выражений (15) получим

$$\Delta z = (A - r - \sqrt{A^2 + r^2 - 2Ar \cos \varphi}) \operatorname{tg} \alpha + p\varphi - p \operatorname{arctg} \frac{r \sin \varphi}{A - r \cos \varphi}. \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & 2A^3 r^3 \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^3 \varphi - A^2 r^2 (A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 9p^2) \cos^2 \varphi + \\ & + 2Ar (6p^2 r^2 + 3p^2 A^2 - A^2 r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos \varphi - p^2 (A^2 + 2r^2)^2 + \\ & + A^2 r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha (A^2 + r^2) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Совместное решение уравнений (16) и (17) позволяет определить отклонения от заданной архимедовой винтовой поверхности Δz_{\max} . Зависимость (17) является уравнением контактной линии двух сопряженных винтовых поверхностей, спроектированной на координатную плоскость $хоу$. Пространственная кривая контактной линии здесь выражена, как плоская кривая ее проекций.

В уравнение (17) входят две произвольные переменные — r и φ . Задав один произвольным переменным, решая уравнение, мы можем определить второе. Подставив найденные значения r и φ в уравнение (16), определим отклонение от заданной винтовой поверхности Δz . Таким образом, заранее заданная винтовая поверхность служит как бы своеобразной криволинейной координатной поверхностью, от которой откладываются отрезки Δz .

Каждое из полученных максимальных отклонений принадлежит своей образующей. Чтобы определить форму образующей сопряженной винтовой поверхности, необходимо все полученные максимальные отклонения Δz_{\max} отложить от одной образующей на соответствующем расстоянии от оси $r = u \cos \alpha$. Здесь мы как бы совмещаем веер образующих вращательным движением с центром на оси винта в одну.

Если приравнять отклонение Δz нулю, то уравнение (16) будет уравнением линии пересечения винтовых поверхностей инструмента и заданной «базовой» поверхности изделия:

$$(A - r - \sqrt{A^2 + r^2 - 2Ar \cos \varphi}) \operatorname{tg} \alpha + p\varphi - p \operatorname{arctg} \frac{r \sin \varphi}{A - r \cos \varphi} = 0. \quad (18)$$

Большое количество переменных затрудняет создание расчетных таблиц, по которым можно быстро найти готовые решения. Такие таб-

лицы будут иметь больше миллиона значений, которые будут повторяться.

Чтобы избавиться от этих недостатков, вводим групповые коэффициенты, которые позволят сократить число переменных величин. Поделим все члены уравнения (16) на общий делитель $A \operatorname{tg} \alpha$, а числитель и знаменатель арктангенса на A , тогда

$$\frac{\Delta z}{A \operatorname{tg} \alpha} = - \sqrt{1 - 2 \frac{r}{A} \cos \varphi + \frac{r^2}{A^2}} + 1 - \frac{r}{A} - \frac{p}{A \operatorname{tg} \alpha} \operatorname{arctg} \frac{\frac{r}{A} \sin \varphi}{1 - \frac{r}{A} \cos \varphi} + \frac{p}{A \operatorname{tg} \alpha} \cdot \varphi. \quad (19)$$

Обозначим через „групповые“ коэффициенты K и q :

$$K = \frac{r}{A}, \quad (20)$$

$$q = \frac{p}{A \operatorname{tg} \alpha}, \quad (21)$$

$$\Delta z_1 = \frac{\Delta z}{A \operatorname{tg} \alpha}. \quad (22)$$

После подстановки в уравнение (19) значений (20), (21) и (22)

$$\Delta z_1 = - \sqrt{1 - 2K \cos \varphi + K^2} + 1 - K - q \left(\operatorname{arctg} \frac{K \sin \varphi}{1 - K \cos \varphi} - \varphi \right). \quad (23)$$

Поделим все члены уравнения (17) на $A^6 \operatorname{tg}^2 \alpha$:

$$2 \frac{r^3}{A^3} \cos^3 \varphi - \frac{r^2}{A^2} \left(1 + \frac{r^2}{A^2} + 9 \frac{p^2}{A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) \cos^2 \varphi + 2 \frac{r}{A} \left(6 \frac{p^2}{A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{r^2}{A^2} + \right. \\ \left. + 3 \frac{p^2}{A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{r^2}{A^2} \right) \cos \varphi - \frac{p^2}{A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \left(1 + 2 \frac{r^2}{A^2} \right)^2 + \frac{r^2}{A^2} \left(1 + \frac{r^2}{A^2} \right) = 0. \quad (24)$$

Подставим из зависимостей (20) и (21) значение K и q в уравнение (24):

$$2K^3 \cos^3 \varphi - K^2 (1 + K^2 + 9q^2) \cos^2 \varphi + 2K (6q^2 K^2 + 3q^2 - K^2) \cos \varphi - \\ - q^2 (1 + 2K^2)^2 + K^2 (1 + K^2) = 0. \quad (25)$$

Пользуясь уравнениями (23) и (25), можно легко результаты расчета свести в таблицы. Таблицы будут иметь небольшое число значений, так как составляются по двум переменным — коэффициентам q и K . Коэффициент K назовем коэффициентом размера. Фактически K является радиусом цилиндрического сечения системы винтролик, у которой расстояние между осями винта и ролика равно единице. Δz_1 — отклонение у системы с единичным межосевым расстоянием. Коэффициент q назовем коэффициентом формы винта. q учитывает изменения в геометрии системы сразу по 3 параметрам. Из зависимости (21) видно, что коэффициент q зависит от p , характеризующего величину угла подъема средней винтовой линии; от тангенса угла профиля α и от межосевого расстояния A .

Чтобы определить отклонение Δz по табличным данным, необходимо умножить табличное значение Δz_1 на $A \operatorname{tg} \alpha$, так как из зависимости (22)

$$\Delta z = \Delta z_1 A \operatorname{tg} \alpha. \quad (26)$$