

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ РЕЗЬБ, ОБРАБОТАННЫХ
МЕТОДОМ ОБКАТКИ ПЛОСКОСТЬЮ**

П. А. ЕКАТЕРИНЮК

(Представлена научным семинаром кафедры прикладной механики)

К подгруппе резьб, полученных обкаткой с плоскостью, относятся три технологических способа обработки винтовых поверхностей: накатка резьб крепежных винтов плоскими плашками, фрезерование резьб торцевой поверхностью фрезы и шлифование при окончательной обработке винтовых поверхностей ходовых винтов, червяков и накатных роликов плоской стороной шлифовального круга. Если отклонения, полученные в процессе накатки, у крепежных резьб существенного значения не имеют, так как они входят в поле допуска, то отклонения шлифованных винтовых поверхностей соразмерно с малыми допусками на изготовление будут довольно значительными.

Возникает необходимость определения величины развала впадины у шлифованных плоским кругом накатных роликов. С целью получения хорошей чистоты и высокой точности винтовую поверхность калибрующего участка накатного ролика шлифуют. Заборный конус шлифуют при периодических переточках.

Если геометрия винтовой поверхности заборного конуса на точность резьбы изделия никакого влияния не оказывает, а лишь несколько может влиять на величину и точку приложения сил сопротивления металла деформированию, то геометрия калибрующей части будет оказывать существенное влияние на точность накатываемого изделия.

Отклонения калибрующих витков резьбы ролика могут складываться или вычитаться с отклонениями резьбы изделия. Предварительные исследования показывают, что для случаев практики отклонения будут вычитаться:

$$\delta = \delta_1 - \delta_2,$$

где δ — отклонение резьбы изделия, накатанного роликом со шлифованной резьбой калибрующей части;

δ_1 — отклонение изделия при накатке роликом с архимедовой винтовой поверхностью;

δ_2 — отклонение, полученное при шлифовании калибрующей части резьбы накатного ролика.

Рассмотрим геометрию резьбы, полученной обкаткой с плоскостью, на примере технологического способа обработки — накатки плоскими плашками. Полученные выводы могут быть использованы и для других технологических способов обработки резьбы — шлифования плоскостью круга и фрезерования торцевой поверхностью фрезы.

При накатывании резьбы плоскими плашками искажение профиля резьбы будет меньше, чем при накатывании той же резьбы накатными роликами. У плоской плашки угол подъема гребня по высоте не изменяется и будет постоянным. Искажение профиля резьбы будет происходить за счет изменения по высоте витка угла подъема винтовой линии резьбы накатываемого винта (рис. 1).

Рассмотрим геометрию резьбы в прямоугольной неподвижной системе координат x, y, z . Расположим накатываемое изделие так, чтобы его ось совпадала с осью z (рис. 2), а осевые линии гребней накатной плоской плашки были расположены в плоскости yoz и были параллельны координатной плоскости yox составляли угол λ .

Принимаем предварительно у винта в качестве «базовой» архимедову винтовую поверхность. Уравнение архимедовой

винтовой поверхности правого направления на основании построений (рис. 2) может быть выражено:

$$\begin{aligned} x &= u \cos \alpha \cos \varphi; \\ y &= u \cos \alpha \sin \varphi; \\ z &= -u \sin \alpha + p\varphi \end{aligned} \quad (1)$$

Калибрующая поверхность гребня плоской плашки представляет собой плоскость. Если калибрующую плоскость гребня продолжить, то она отсечет отрезки на координатных осях x, y, z соответственно a, b и c . Уравнение плоскости в отрезках, отсекаемых на осях координат,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \quad (2)$$

Из построений (рис. 2) следует, что

$$a = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad b = \frac{c}{\operatorname{tg} \lambda}; \quad (3)$$

где α — угол профиля резьбы;

λ — угол подъема средней винтовой линии, а u у плоской плашки — угол подъема гребня.

Выразим отрезки a и b через отрезок c и тангенсы углов α и λ . Подставим значение a и b из уравнения (3) в уравнение плоскости (2), причем, как видно из чертежа (рис. 2), b будет иметь отрицательное значение:

$$x \operatorname{tg} \alpha - y \operatorname{tg} \lambda + z = c. \quad (4)$$

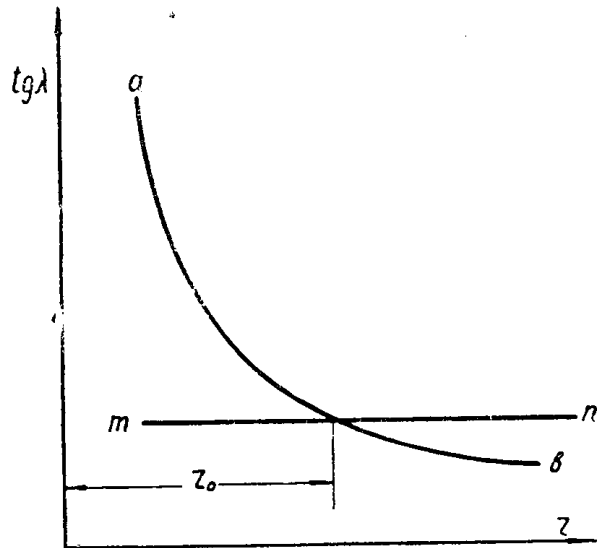


Рис. 1. График изменения тангенса угла подъема винтовой линии в зависимости от изменения радиуса цилиндрического сечения: ab — кривая изменения тангенса угла подъема у винтовой линии; mn — у плоскости

Числовое значение отрезка c определяем из третьего уравнения системы (1), приняв параметр u равным нулю, тогда

$$z = p\varphi_0.$$

Если принять, что образующая винтовой поверхности будет совпадать с линией пересечения координатной плоскости zox и заданной пло-

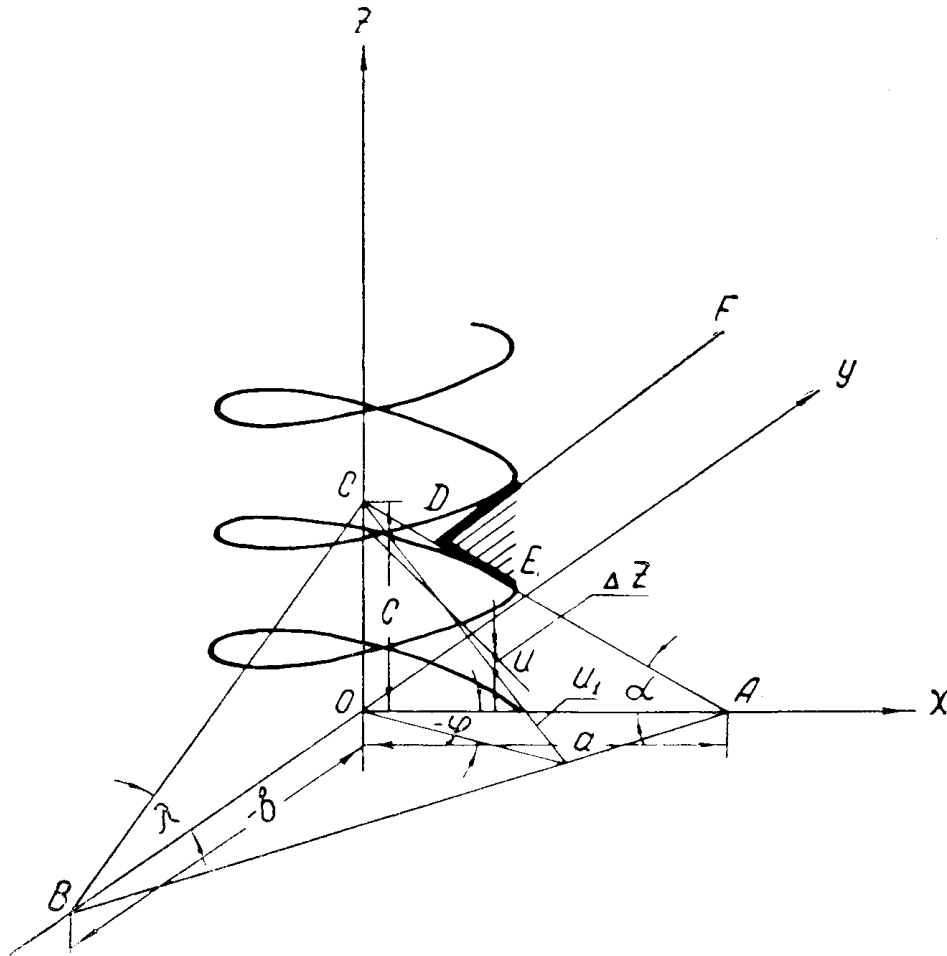


Рис. 2. Схема взаимодействия заданной архимедовой винтовой поверхности с калибрующей плоскостью плоской плашки (правая нарезка)

скости гребня плашки, то z в данном случае будет являться отсекаемым плоскостью на этой оси отрезком c . Значит,

$$c = p\varphi_0. \quad (5)$$

Подставим значение c в уравнение (4), получим

$$z_1 = p\varphi_0 - x \operatorname{tg} \alpha + y \operatorname{tg} \lambda. \quad (6)$$

Числовое значение угла φ_0 может быть принято

$$\varphi_0 = 2\pi n, \quad (7)$$

где n может быть целым и дробным числом, но для удобства расчета можно задавать целым числом $n = 1, 2, 3, \dots$. Подставим значение φ_0 в уравнение (6), тогда

$$z_1 = 2\pi n p - x \operatorname{tg} \alpha + y \operatorname{tg} \lambda. \quad (8)$$

Уравнение (5) является условием пересечения по линии, расположенной в координатной плоскости zox , калибрующей поверхности пло-

ской плашки, выраженной уравнением (8) и винтовой поверхности изделия, выраженной системой уравнений (1).

Угол поворота образующей удобнее в данном случае представить состоящим из двух частей постоянной $2\pi n$ и переменной φ . Тогда уравнение (1) можно записать так:

$$\begin{aligned}x &= u \cos \alpha \cos (2\pi n \pm \varphi); \\y &= u \cos \alpha \sin (2\pi n \pm \varphi); \\z &= -u \sin \alpha + p (2\pi n \pm \varphi).\end{aligned}\quad (9)$$

Значение угла $2\pi n$ у винтовой поверхности, выраженной системой уравнений (9), и калибрующей плоскости плоской плашки, выраженной уравнением (8), берется одно и то же, а угол φ может быть отрицательным или положительным. При положительном значении угла φ

$$\begin{aligned}x &= u \cos \alpha \cos \varphi; \\y &= u \cos \alpha \sin \varphi; \\z &= -u \sin \alpha + p (2\pi n + \varphi).\end{aligned}\quad (10)$$

Отрезки Δz , измеренные в направлении оси z и ограниченные двумя пересекающимися поверхностями: заданной «базовой» архимедовой винтовой поверхностью и калибрующей плоскостью гребня плашки, можно определить как разность между значениями z и z_1 уравнений (10) и (8):

$$\Delta z = z - z_1 = -u \sin \alpha + p (2\pi n + \varphi) - 2\pi n p + x \operatorname{tg} \alpha - y \operatorname{tg} \lambda. \quad (11)$$

Если подставим в уравнение (11) значение x из первого уравнения, а y из второго уравнения системы (10), то получим

$$\Delta z = -u \sin \alpha + u \sin \alpha \cos \varphi - \cos \alpha \operatorname{tg} \lambda \sin \varphi - p \varphi. \quad (12)$$

Числовое значение Δz может быть положительным и отрицательным. Положительное значение Δz будет соответствовать врезанию плоскости гребня в тело заданной «базовой» винтовой поверхности; отрицательное значение Δz будет обозначать зазор между заданной винтовой поверхностью и плоскостью гребня.

Возьмем частную производную отклонений Δz по углу φ , задав при этом u постоянное начение, и приравняем ее нулю.

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi} = -u \cos \alpha \operatorname{tg} \lambda \cos \varphi - u \sin \alpha \sin \varphi + p = 0. \quad (13)$$

Приравняв частную производную $\frac{\partial \Delta z}{\partial \varphi}$ нулю, мы получили уравнение максимальных отклонений Δz_{\max} . Уравнение (13) является также уравнением проекции на координатную плоскость xoy линии контакта сопряженной винтовой поверхности с плоскостью гребня плоской плашки.

В уравнении (13) две переменные величины u и φ , принимая числовое значение одной из переменных, мы сможем определить вторую. Подставив найденные значение u и φ в уравнение (12), найдем ряд максимальных отклонений Δz_{\max} . Заменим в уравнении (13) $\cos \varphi$ через $\sin \varphi$ и приведем уравнение к канонической форме

$$u^2 \cos^2 \alpha (\operatorname{tg}^2 \lambda + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \varphi - 2pu \sin \alpha \sin \varphi - u^2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \lambda + p^2 = 0. \quad (14)$$

Решая квадратное уравнение (14), при заданном u можно определить косинус и угол φ . Уравнения (12), (13), (14) можно несколько упростить, если заменить переменную u через r , где r — радиус-вектор.

Из чертежа (рис. 2)

$$r = u \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha = u \sin \alpha. \quad (15)$$

Подставим в уравнение (14) значение уравнений (15), после подстановки и преобразования получим

$$r^2 (\operatorname{tg}^2 \lambda + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin^2 \varphi - 2pr \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi - r^2 \operatorname{tg}^2 \lambda + p^2 = 0. \quad (16)$$

Решив уравнение второй степени, получим

$$\sin \varphi = \frac{p \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \lambda \sqrt{r^2 (\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \lambda) - p^2}}{r (\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \lambda)}. \quad (17)$$

Приняв значение r и подставив его в формулу (17), определим значение угла φ . Можно проводить исследование и другим путем. Преобразуем уравнение (12) и (13), заменив u на r из уравнений (15). После подстановки в уравнения (12) и (13) значения u

$$\Delta z = -r \operatorname{tg} \alpha (1 - \cos \varphi) - (r \operatorname{tg} \lambda \sin \varphi - p \varphi); \quad (18)$$

$$r = \frac{p}{\operatorname{tg} \lambda \cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi}. \quad (19)$$

Уравнения (18) и (19) могут быть использованы при определении расположения и величины площадок контакта возникающих на заборной части гребня при накатке и зависящих от величины подачи, угла подъема λ и параметра p .

Совместное решение уравнений (18) и (19) как системы и исключение переменного φ и его функций дает уравнение образующей сопряженной винтовой поверхности в отклонениях от прямолинейной образующей Δz .

Для быстрого выполнения расчетов можно пользоваться заранее составленными таблицами. Чтобы охватить все типоразмеры резьб, предусмотренные ГОСТами, и нестандартных резьб заборных конусов накатных роликов, необходимо постоянным α и p задавать различные значения и считать их переменными.

В уравнение (17) входят четыре переменные величины: p , α , λ и r в качестве аргументов и пятая $\sin \varphi$ в качестве функции. Во второе уравнение (18) входят шесть переменных величин: Δz , α , λ , φ , p и r .

При таком количестве переменных трудно составить таблицы, которые охватывали бы все параметры применяемых в практике резьб. Такая таблица была бы слишком громоздкой и содержала бы около миллиона значений, причем многие значения либо повторялись бы, либо были очень близкими друг другу.

Поэтому появилась необходимость сгруппировать переменные и заменить их «групповыми коэффициентами».

Разделим все члены числителя и знаменателя правой части уравнения (17) на общий делитель $r \operatorname{tg}^2 \alpha$ и приравняем

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{p}{r_0}. \quad (20)$$

После подстановки получим

$$\sin \varphi = \frac{\frac{p}{r \operatorname{tg} \alpha} - \frac{p}{r_0 \operatorname{tg} \alpha} \sqrt{\frac{p^2}{r_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} + 1 - \frac{p^2}{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}}{1 + \frac{p^2}{r_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (21)$$

Приравняем

$$q_0 = \frac{p}{r_0 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (22)$$

$$q = \frac{p}{r \operatorname{tg} \alpha}, \quad (23)$$

где r_0 — радиус цилиндра, угол подъема винтовой линии которого равен углу подъема плоскости плашки; r — текущий радиус-вектор; p — величина перемещения в осевом направлении при повороте винта на угол, равный одному радиану; α — угол профиля; q и q_0 — групповые коэффициенты.

Введем в уравнении (21) групповые коэффициенты q и q_0 из зависимостей (22) и (23)

$$\sin \varphi = \frac{q - q_0 \sqrt{q_0^2 - q^2 + 1}}{1 + q_0^2}. \quad (24)$$

Приравняем

$$K = \frac{q_0}{q}. \quad (25)$$

После подстановки значений q и q_0 из зависимостей (22) и (23) в зависимость (25) и сокращения

$$K = \frac{r}{r_0}. \quad (26)$$

Найдем значение из зависимости (25) и подставим его в уравнение (24).

$$\sin \varphi = \frac{q_0 [1 - \sqrt{q_0^2 (K^2 - 1) + K^2}]}{K (1 + q_0^2)}. \quad (27)$$

С целью сокращения переменных произведем преобразование уравнения (18). Поделим обе части уравнения на $r \operatorname{tg} \alpha$ и введем вместо $\operatorname{tg} \lambda$ его значение из зависимости (20)

$$\frac{\Delta z}{r \operatorname{tg} \alpha} = -(1 - \cos \varphi) - \frac{p}{r_0 \operatorname{tg} \alpha} \sin \varphi + \frac{p}{r \operatorname{tg} \alpha} \varphi.$$

Заменим коэффициенты, стоящие перед синусом φ и значением угла φ , через q_0 и q из зависимости (22) и (23) и приравняем

$$\Delta z_1 = \frac{\Delta z}{r \operatorname{tg} \alpha}. \quad (28)$$

Тогда

$$\Delta z_1 = -(1 - \cos \varphi) - q_0 \sin \varphi + q \varphi. \quad (29)$$

Подставим вместо q в уравнение (29) его значение из зависимости (25)

$$\Delta z_1 = -(1 - \cos \varphi) + q_0 \left(\frac{\varphi}{K} - \sin \varphi \right). \quad (30)$$

Решая уравнения (27) и (30) как систему и задавшись значениями q_0 и K , мы найдем значение φ . После подстановки значения φ в уравнение (30) найдем удельную величину развала при обкатке винтовой поверхности с плоскостью — Δz . Чтобы найти полную величину одностороннего развала — Δz , необходимо воспользоваться зависимостью (28), по которой

$$\Delta z = \Delta z_1 r \operatorname{tg} \alpha. \quad (31)$$

Расчетные данные можно свести в таблицу, так как число значений не превышает полторы тысячи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. И. Колчин, Ф. Л. Литвин. Методы расчета при изготовлении и контроле зубчатых изделий. Машгиз, 1952.
2. Ф. Л. Литвин. Новые виды цилиндрических червячных передач. Машгиз, 1962.