

ДИСКРЕТНЫЙ КОНТАКТ И ЕГО МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА*

И. Р. КОНЯХИН

1. Предварительное смещение

При действии сдвигающих сил на соприкасающиеся тела до начала их взаимного скольжения наблюдается некоторое относительное смещение, которое получило название предварительного [1]. Опытами было установлено, что величина наибольшего смещения S_k зависит от коэффициента трения покоя μ_s . Известно [2], что если после сдвига контакта (силой, меньшей силы трения) удалить силу сдвига, то наблюдается обратное смещение S_y — упругий возврат. S_y не равен упругой деформации поверхности вследствие наличия сил трения по площадкам соприкосновения. Но после удаления силы сжатия указанное противодействие исчезает и тела дополнительно смещаются (в сторону, противоположную направлению силы сдвига) на некоторую величину S_t .

Если теперь вновь нагрузить образцы сжимающей силой и производить сдвиг, не допуская в конце его микроскольжения, то величина смещения будет равна

$$S_y + S_t.$$

Таким образом, из опыта всегда можно получить величину предельного смещения

$$S_k = S_y + S_t, \quad (1)$$

величина которого, как показывают экспериментальные исследования, не зависит от скорости нагружения. Ниже в табл. 1 помещены результаты этих опытов

Таблица 1

$\frac{\Delta P}{\Delta t}$	0,083	0,167	0,333	1,00	2,00	кг/сек
S_k	0,576	0,580	0,560	0,564	0,584	мк

*) Настоящая статья содержит фрагменты готовившейся автором монографии по результатам многолетних исследований механических свойств контакта.

Статья подготовлена редакционной комиссией в следующем составе: Г. А. Дошинский — доц., к.т.н., Б. П. Митрофанов — к.т.н., В. И. Максак — асп., К. Н. Цукубина — асс.

2. Зависимость предельного смещения от коэффициента трения покоя

После предварительного смещения в опыте становится известной сила трения покоя, а следовательно, и значение коэффициента трения

$$\mu_s = \frac{P_s}{N}. \quad (2)$$

В проведенных исследованиях измерялась величина предельного смещения при различных коэффициентах трения покоя μ_s . Увеличение

μ_s достигалось путем притирания образцов друг к другу под давлением $N = 45$ кг. Было замечено, что чем больше величина μ_s , тем больше и величина предельного смещения S_k .

На рис. 1 приведен график зависимости S_k от μ_s , построенный по данным опыта со смещением образца из закаленной стали по стали 3.

График зависимости представляет прямую линию. Ее наклон к оси μ_s

$$\frac{S_k}{\mu_s} = S_n, \quad (3)$$

где S_n — приведенное смещение, которое наблюдалось бы при $\mu_s = 1$.

Указанному приведенному смещению соответствует приведенная сила сдвига P_n .

$$P_n = \frac{P_s}{\mu_s}. \quad (4)$$

Зависимость между приведенной силой P_n и приведенным смещением S_n определялась экспериментально. Для контакта закаленная сталь по закаленной стали измерялись значения силы сдвига P_s и предельное смещение S_k при коэффициенте трения $\mu_s = 0,53$. Результаты опыта отображены на графике рис. 2, по которому можно записать, что

$$S_n = \sqrt{\frac{P_n}{R}}, \quad (5)$$

где R — угловой коэффициент прямой линии графика. Так как $P_n = N$, то

$$S_n = \sqrt{\frac{N}{R}}. \quad (5')$$

Аналогичная формула была получена И. А. Карповым [3] при изучении им предварительного смещения колеса по рельсу.

По данным И. А. Карпова, коэффициент R для стали равен $8,3 \cdot 10^8$ кг/см². В настоящих исследованиях он оказался значительно большим. Используя (3) и (5), получим

$$S_k = \mu_s \sqrt{\frac{P_n}{R}},$$

НО ТАК КАК СОГЛАСНО (4)

$$P_n = \frac{P_s}{\mu_s}$$

ТО

$$S_k = \sqrt{\frac{\mu_s \cdot P_s}{R}} \quad (6)$$

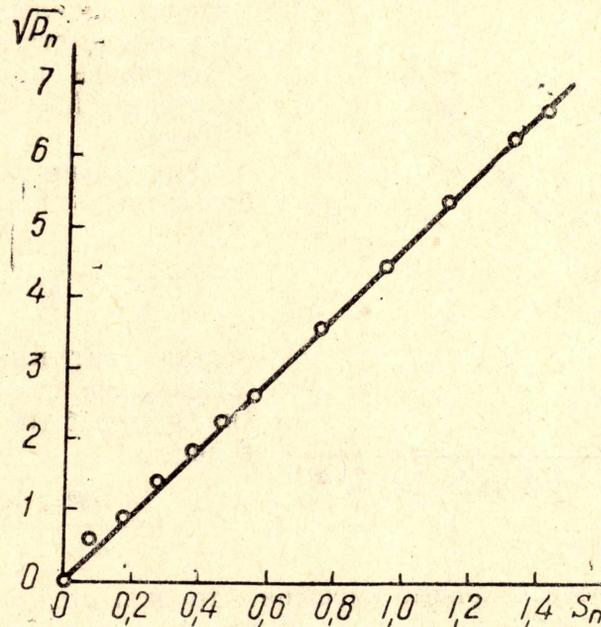


Рис. 2

Зависимость (6) представляет закон предельного предварительного смещения.

3. Механическая характеристика контакта

Были проведены опыты с контактами, в которых верхний образец был из закаленной стали, а материал нижних образцов различным. В каждом из опытов проводилось несколько измерений S_k и P_s при разных давлениях. По полученным значениям вычислялось R .

Таблица 2

Материал	Закал. сталь	Ст. 3	Чугун	Медь	Бронза	Цинк	Латунь
$R \cdot 10^8 \text{ кг/см}^2$	23	20	14	11	8,8	7,5	7,1

Оказалось, что зависимость между R и соответствующим модулем сдвига линейна. На рис. 3 по оси ординат отложена величина R , деленная на $G_1 = 0,9 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, а по оси абсцисс — модуль сдвига нижнего образца.

Тогда

$$\frac{G_2}{R} = \omega, \text{ или } \omega R = G_1 \cdot G_2. \quad (7)$$

Величина ω оказалась зависящей от граничного слоя, находящегося между поверхностями соприкосновения. Подсчет показал, что при наличии окисных пленок $\omega = 350 \text{ кг/см}^2$, при наличии адсорбированного слоя $\omega = 1000 \text{ кг/см}^2$.

4. Закон предварительного смещения

Рассмотрим определения смещения S , вызванного силой $P < P_n$. С этой целью воспользуемся результатами опытов, проведенных на образцах:

закаленная сталь по закаленной стали. Смещения проводились при нормальных нагрузках $N = 43, 35, 25, 15$ и 5 кг .

Предельные смещения, наблюдаемые при этом, будут

$$S_k = \sqrt{\frac{\mu_s \cdot P_s}{R}},$$

откуда интенсивность роста сдвигающей силы при смещении может быть представлена в виде

$$q = \frac{dP_s}{dS_k} = \frac{2R \cdot S_k}{\mu_s}.$$

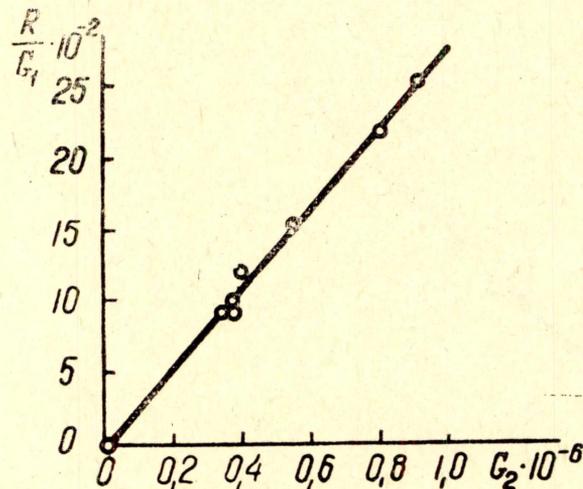


Рис. 3

Если проанализировать кривые смещения, то окажется, что они также являются параболой с тем же параметром, что и у параболы предельного смещения, с той только разницей, что знак этого параметра отрицателен, т. е. вместо параметра

$$\frac{2R}{\mu_s} \text{ у них будет } -\frac{2R}{\mu_s}.$$

Итак,

$$\frac{dq}{dS} = -\frac{2R}{\mu_s},$$

или

$$dq = -\frac{2R}{\mu_s} dS,$$

откуда

$$q = -\frac{2R}{\mu_s} S + C,$$

где C — постоянная интегрирования, которая может быть определена по начальным условиям.

При $S = 0$ $q = q_0$, где q_0 — представляет жесткость контакта в начале смещения.

Следовательно,

$$C = q_0 \text{ и } q = q_0 - \frac{2R}{\mu_s} S.$$

Или, учитывая, что $q = \frac{dP}{dS}$, найдем

$$\frac{dP}{dS} = q_0 - \frac{2R}{\mu_s} \cdot S.$$

Проинтегрировав это выражение, будем иметь

$$P = q_0 S - \frac{RS^2}{\mu_s} + D.$$

Постоянная D , представляющая начальную силу смещения, может быть принята равной 0. Таким образом, окончательно получаем

$$P = q_0 \cdot S - \frac{RS^2}{\mu_s}. \quad (8)$$

Выражение (8) является законом предварительного смещения.

В точке встречи кривой смещения с граничной параболой

$$S = S_k, P = P_s.$$

В этом случае уравнение (8) принимает вид

$$P_s = q_0 S_k - \frac{R}{\mu_s} S_k^2,$$

но так как

$$P_s = \frac{R}{\mu_s} S_k^2,$$

то

$$\frac{RS_k^2}{\mu_s} = q_0 S_k - \frac{R}{\mu_s} S_k^2.$$

Отсюда определяется начальная жесткость контакта

$$q_0 = \frac{2R \cdot S_k}{\mu_s}. \quad (9)$$

Решив совместно уравнения (8) и (9), получим

$$P = \frac{R}{\mu_s} (2S_k - S) \cdot S. \quad (10)$$

Формула (10) дает возможность вычислить силу сдвига по известному смещению. Однако для практики нужно и решение обратной задачи. Для этого преобразуем выражение (10) к виду

$$S^2 - 2S_k \cdot S + \frac{\mu_s P}{R} = 0,$$

откуда

$$S = S_k - \sqrt{S_k^2 - \frac{\mu_s P}{R}}. \quad (11)$$

Введя в (11) замену в виде

$$S_k = \sqrt{\frac{\mu_s \cdot P_s}{R}},$$

получим

$$S = \sqrt{\frac{\mu_s \cdot P_s}{R}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{P_s}} \right). \quad (12)$$

Ранее было получено

$$\omega R = G_1 G_2.$$

Кроме того, используем закон Амонтона

$$P_s = \mu_s \cdot N,$$

тогда (12) можно записать так:

$$S = \mu_s \sqrt{\frac{\omega N}{G_1 G_2}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{\mu_s \cdot N}} \right). \quad (13)$$

Формула (13) дает возможность подсчитать величину смещения при действии силы сдвига, меньшей, чем сила трения, или равной ей, и при известном значении нормальной нагрузки.

В дальнейшем рассматриваются смещения с одновременным изменением как сдвигающей силы, так и нормальной нагрузки.

На основе анализа моделей дискретного контакта возможен подход к континуальному, что дало бы возможность создать некоторый математический аппарат для расчетов.

Дискретный контакт

Академик Е. А. Чудаков [4] высказал положение о том, что относительное смещение микровыступов шероховатой поверхности происходит неодновременно. Объясняется это неравномерностью распределения нагрузки по площади контакта. Автор указывает, что при малом значении силы сдвига микровыступы получают упругую деформацию. При дальнейшем росте силы сдвига, когда на микроэлементы будет действовать усилие, равное силе трения покоя, получится смещение, сопровождающееся пластической деформацией и разрушением поверхности.

Проведенные в данной работе опыты с различными материалами позволили дать некоторую характеристику фрикционных свойств дискретного контакта.

Микроэлемент во время смещения проходит три этапа: упругую деформацию, пластическую деформацию и микроскольжение. В последнем случае материал контакта не упрочняется.

Вследствие различия в размерах микровыступы поверхности имеют различную жесткость как при сжатии их, так и при сдвиге.

Величину смещения микровыступа представим как

$$c = \frac{P_s}{q}. \quad (14)$$

Здесь C — максимальное смещение вершины микровыступа;
 P_s — наибольшая сила трения на его вершине;
 q — жесткость.

Благодаря различию в смещении выступов в контакте всегда имеются две группы микроэлементов: деформирующиеся и скользящие. Во время смещения элементы из группы деформируемых переходят в группу скользящих и, когда все элементы становятся скользящими, сила сдвига P перестает увеличиваться, начинается микроскольжение при постоянной силе сдвига, которое может продолжаться весьма долго без перехода на обычное скольжение. Смещение, происходящее первый раз после образования контакта, сопровождается пластической деформацией, а последующее смещение оказывается упругим. Однако наличие микроскольжения на выступах приводит к нелинейной зависимости между силой сдвига и смещением.

Снятие сдвигающей силы после смещения всегда сопровождается упругим возвратом. Во время такого возврата элементы, которые возвратились в первоначальное состояние, начинают деформироваться в обратном направлении, так как упругий возврат продолжается за счет упругого восстановления остальных элементов. Наконец, наступает такой момент, когда сопротивление микровыступов, деформированных

в обратном направлении, становится равным силе еще не восстановившихся элементов. В это время внешняя сила сдвига равна нулю. Таким образом, после смещения и последующего упругого возврата в контакте имеется некоторый запас упругой энергии.

После этого при постепенном уменьшении теперь уже нормальной нагрузки бывшие трущиеся элементы начнут проскальзывать, а восстанавливающиеся элементы будут перемещать образец в сторону, обратную направлению предварительного смещения. Это перемещение — упругий возврат второго рода. В это время контакт освобождается от запасенной энергии, упругая энергия благодаря микротрению превращается в теплоту.

Упруго-фрикционная модель дискретного контакта

В дискретном контакте имеется большое количество элементов, благодаря чему в опыте наблюдается осредненный эффект деформации выступов. Основные качества микровыступа сохраняются, если заменить его прямоугольным параллелепипедом с деформационными свойствами реального тела.

Если принятый параллелепипед разделить вертикальными плоскостями на несколько частей, то получившаяся группа элементов будет обладать той же жесткостью, что и целый элемент.

Соприкосновение микроэлементов в контакте происходит хаотически, как показано на рис. 4.

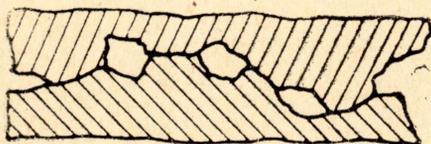


Рис. 4

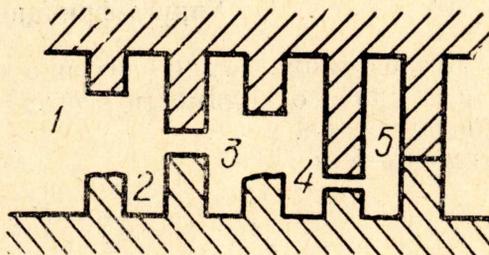


Рис. 5

В контакте имеются различные участки: горизонтальные и наклонные. Микроплощадку можно разбить на множество горизонтальных и заменить реальный контакт идентичным, у которого будут только горизонтальные площадки (рис. 5).

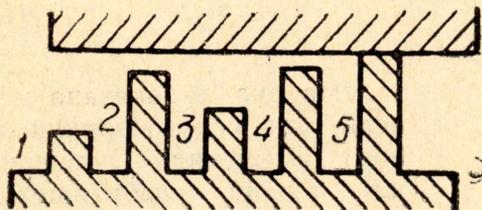


Рис. 6

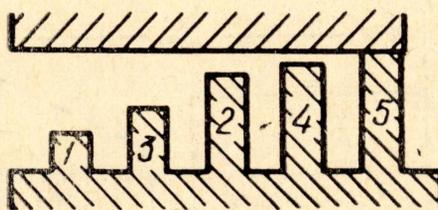


Рис. 7

После этого одно из контактирующих тел представим гладким, а второе шероховатым (рис. 6). Кроме того, переставим элементы, расположив их так, как показано на рис. 7. Так как элементов множество, сдвинув их вместе, получим по вершинам непрерывную линию, которая может быть различной. Опыты со сближением тел при сжатии их нор-

мальной силой показали, что закон сближения выражается в большинстве случаев уравнением вида

$$N = bh^2, \quad (15)$$

где N — нормальная нагрузка,
 h — величина сближения,
 b — постоянная опыта.

Жесткость контакта при сжатии, определяемая из (15), представляет линейную функцию. Следовательно, вершины выступов поверхности на рис. 7 располагаются на прямой линии. Кроме того, напомним, что предварительное смещение осуществляется по параболическому закону.

Следовательно, контактирующие тела можно представить в виде гладкого треугольного клина.

Используя эту модель, можно получить зависимости для вычисления сближения и смещения.

Закономерности различных видов смещений

Ранее экспериментально были выявлены закономерности предельного и упруго-фрикционного смещений. Получим эти закономерности на модели.

Упруго-фрикционное смещение

Исследование будем вести в приведенных величинах, т. е. при $\mu_s = 1$. При необходимости всегда можно учесть действительный коэффициент трения. Таким образом,

$$\frac{P}{\mu_s} = P_n, \quad \frac{S}{\mu_s} = S_n.$$

Используя (5'), найдем интенсивность условной распределенной нагрузки по смещению

$$q = \frac{dN}{dS_n} = 2R \cdot S_n.$$

Это означает, что по длине контакта, условно равной приведенному смещению, нагрузка распределена по линейному закону. Тогда

$$q = \frac{2N}{S_n}. \quad (16)$$

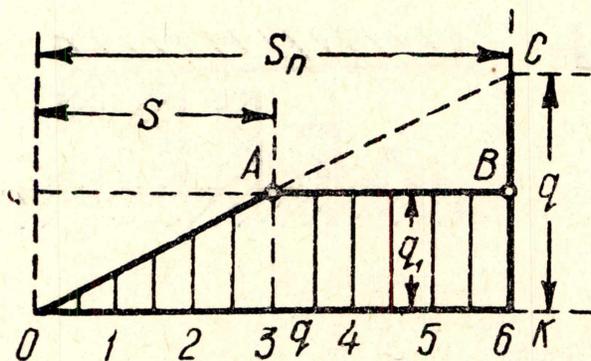


Рис. 8

а прямоугольник $ABKq$ — упругую силу деформируемых выступов. Смещение равно отрезку S .

Общая сила сдвига

$$P = \frac{q_1 S}{2} + q_1 (S_{\text{п}} - S),$$

или после простых преобразований

$$P = q_1 \left(S_{\text{п}} - \frac{S}{2} \right).$$

Учитывая, что $q_1 = \frac{q}{S_{\text{п}}} S$,

получим

$$P = \frac{q}{S_{\text{п}}} \left(S_{\text{п}} - \frac{S}{2} \right) S.$$

Так как

$$q = \frac{2N}{S_{\text{п}}},$$

то

$$P = R (2S_{\text{п}} - S) S. \quad (17)$$

Формула (17) тождественна (10).

Цифровая модель контакта

Иногда построение модели, рассмотренное выше, оказывается сложным. В этом случае можно применить цифровую модель, представляющую собой таблицу изменения усилий на каждом элементе.

Контакт делится на такое число элементов, чтобы жесткость каждого из них равнялась единице, тогда его смещаемость будет выражена той же цифрой, что и нормальная нагрузка, так как коэффициент трения принят $\mu_s = 1$. Таким образом, цифровая модель будет представлена в виде таблицы.

Таблица 3

Усилие сжатия на ед. длины q	1	2	3	4	5	6
Усиление сдвига P_i	0	0	0	0	0	0

Эта таблица выражает состояние до начала смещения. После смещения на $S=1$ первый элемент израсходует запас трения и станет скользящим, остальные будут деформироваться.

Таблица 4

q	1	2	3	4	5	6	
P_i	1	1	1	1	1	1	$P=6$

Пусть $S=2$, тогда

Таблица 5

q	1	2	3	4	5	6	
P_i	1	2	2	2	2	2	$P=11$

и так далее.

Используя цифровую модель, можно построить полный цикл смещений, который показан на рис. 9. На графике отдельные части кривых отмечены цифрами: 1 — упругое фрикционное смещение, рассмотренное нами выше; 2 — вторичное смещение без снятия нормальной нагрузки; 3 — упругая разгрузка; 4, 5 — смещение в противоположном направлении; 6, 7, 8 — повторение в обратном порядке ветвей 3, 4, 5.

Составим таблицу для ветвей 1, 2, 3 (рис. 9). Контакт разделим на 10 элементов. Тогда таблица усилий сдвига и смещений будет иметь следующий вид:

Таблица 6

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	P
Упругое фрикционное смещение, ветвь 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	19
	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	27
	1	2	3	4	4	4	4	4	4	4	4	34
	1	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	40
	1	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6	45
	1	2	3	4	5	6	7	7	7	7	7	49
	1	2	3	4	5	6	7	8	8	8	8	52
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	9	54
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10	55
Упругий возврат, ветвь 3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	45
	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	35
	-1	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	7	26
	-1	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	6	17
	-1	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	5	5	9
	-1	-2	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	4	1
Смещение по ветви 2	0	-1	-2	-1	0	1	2	3	4	5	5	11
	1	0	-1	0	1	2	3	4	5	6	6	21
	1	1	0	1	2	3	4	5	6	7	7	30
	1	2	1	2	3	4	5	6	7	8	8	39
	1	2	2	3	4	5	6	7	8	9	9	47
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10	55

Потери механической энергии в дискретном контакте

Если на контактирующие тела действует знакопеременная касательная сила, то смещение совершается попеременно то в одну сторону, то в другую. Благодаря микротрению механическая энергия при этом рассеивается. Это явление может быть использовано для демпфирования колебаний различных устройств, имеющих в себе соединения, осуществляемые контактированием их поверхностей.

Рассмотрим смещение, отображаемое ветвью 1 графика рис. 9. Формула для рассматриваемого смещения будет

$$P = R(2S_n - S) S. \quad (18)$$

По этой формуле построена ветвь OA на рис. 10. Если выражение (18) решить относительно S , то получится

$$S = S_{II} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{N}} \right). \quad (19)$$

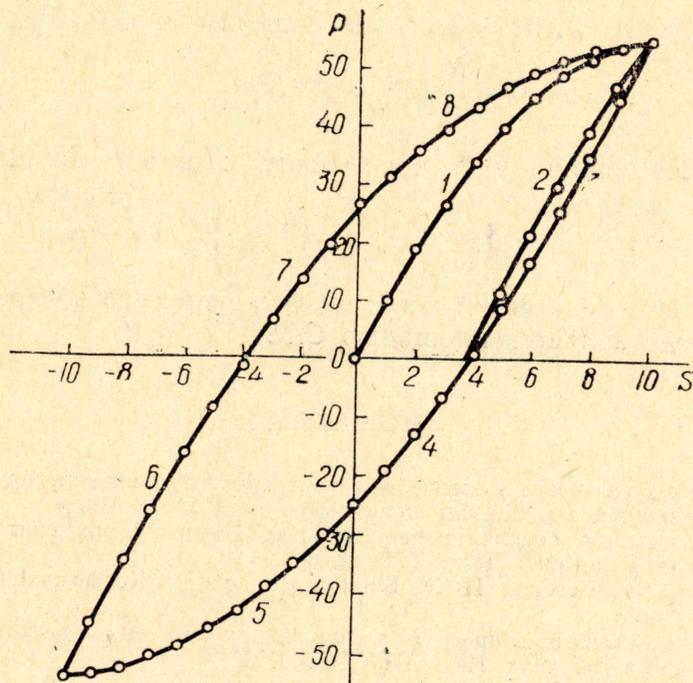


Рис. 9

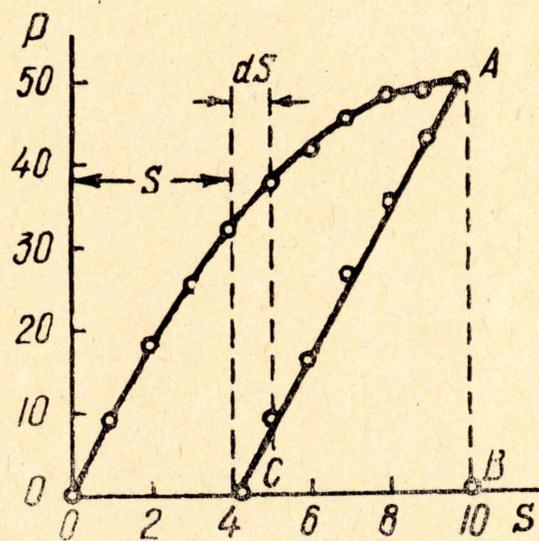


Рис. 10

Энергия смещения определится как площадь графика, а ее дифференциал

$$d\varepsilon = P dS.$$

Подставляя сюда значение P из (18), получим

$$d\varepsilon = R(2S_{II} - S) S \cdot dS.$$

Полная энергия представляется как

$$\varepsilon = R \int (2S_{\Pi} - S) S \cdot dS$$

или

$$\varepsilon = R \left(S_{\Pi} S^2 - \frac{S^3}{3} \right) + C.$$

Очевидно, при $S = 0$, $R = 0$, $\varepsilon = 0$ получим $C = 0$. Таким образом,

$$\varepsilon = \frac{R}{3} (3S_{\Pi} - S) S^2. \quad (20)$$

Заменяя в (20) величину S через силу сдвига P по (18), получим

$$\varepsilon = \frac{R \cdot S_{\Pi}^3}{3} \left(2 + \sqrt{1 - \frac{P}{N}} \right) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{N}} \right)^2. \quad (21)$$

Не представляет труда вычисление энергии упругого возврата, которая на рис. 10 представляется площадью CAB .

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Верховский. Явление предварительного смещения при трогании несмазанных поверхностей с места. Эл. прикл. физ., т. 3, № 3, 1926.
2. И. Р. Коняхин. Теория предварительных смещений применительно к вопросам контактирования деталей. Изд. ТГУ, 1965.
3. И. В. Крагельский, И. Э. Виноградова. Коэффициент трения, М., 1962.
4. Е. А. Чудаков. К вопросу о трении тел, обладающих высокой упругостью. Сб. Трение и износ в машинах. Изд. АН СССР, 1939.