ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 109 1960

ПРОГРЕВ ЭЛЕМЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ ШУНТОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТОКА ВКЛЮЧЕНИЯ

Ю. А. КОРОЛЕНКО

(Представлено проф. докт. техн. наук Г. И. Фуксом)

В работе [8] рассмотрен метод расчета температуры элементов сопротивления стержневых шунтов в момент включения тока.

Ток включения $I_{\max}$ принят, согласно ГОСТу 8042 - 56 [4], постоянным по величине, превосходящим в N раз номинальный ток шунта $I_н$ и действующим в течение $\tau = \frac{50}{N^2}$ секунд. В статье показано, что превышение температуры стержней шунта $t_{x\tau}$ над первоначальной их температурой t_0 в основном зависит от плотности тока в стержнях шунта $i_н = \frac{I_н}{F}$.

Задавая допустимый перегрев центров стержней шунта, можно определить допустимую для него плотность тока $i_н$, по которой может быть проделан весь дальнейший расчет шунта.

Главным недостатком методики, изложенной в [8], является то, что ток включения принят постоянным по величине. В действительности ток изменяется по экспоненциальному закону $I = I_н(1 + me^{-k\tau})$, а объемное тепловыделение в стержнях шунта—q_v—соответственно по закону

$$q_v = \frac{0{,}86 I^2 R}{2L \cdot F} = q_н(1 + 2m_e^{-k\tau} + m^2 e^{-2k\tau}),$$

где $q_н$—объемное тепловыделение от $I_н$, а коэффициенты m и k зависят от электрических характеристик цепи, в которой установлен шунт.

Для серийных шунтов на сравнительно небольшие токи (до 2000—5000 ампер), как правило, неизвестны электрические параметры цепей, в которых они будут установлены. Поэтому метод расчета по усредненным характеристикам, изложенный в [8], является для таких шунтов единственно возможным.

При расчете шунтов на большие токи (больше 5000—7000 ампер) необходимо для уменьшения их размеров и веса возможно более полно учитывать действительные условия их работы и, прежде всего, действительный характер изменения тока в цепи шунта. Кроме того, первоначальная температура стержней шунта может быть не постоянной по их длине t_0, а $t_{0x} = f(x)$ (например, в случае включения цепи после ее разрыва на короткое время, за которое шунт не успеет остыть).

Исследование температурного поля стержней шунта в период включения тока с учетом отмеченных особенностей является предметом данной работы.

При рассмотрении полагаем.

1. Сопротивление материала стержней (манганин) выше, чем сопротивление шин и наконечников (медь) в 20—30 раз. Поэтому можно считать, что за время протекания экстратока тепло выделяется только в стержнях и пренебречь тепловыделением в шинах и наконечниках.

2. Вследствие массивности и высокой теплопроводности наконечников температура их за короткий период действия экстратока не успеет существенно измениться и может быть принята постоянной, равной $t_н$.

3. Теплоотдача от стержней шунта в окружающую среду за время действия экстратока пренебрежимо мала по сравнению с количеством тепла, отводимым в наконечники и шины, и не учитывается.

4. Характер изменения постоянного тока при замыкании цепи описывается уравнением $I = I_н(1 + me^{-k\tau})$, где m и k зависят от электрических параметров цепи [10].

Эти величины считаются известными.

5. Вследствие малого (по сравнению с длиной) диаметра стержней шунта $\left(\frac{2L}{d} = 12—16\right)$ и относительно высокой теплопроводности их материала изменением температуры по радиусу стержней пренебрегаем.

6. Первоначальная температура всех элементов шунта (стержни, наконечники, шины) либо одинакова и равна t_0 (первоначальное включение), либо $t_{0x} = f(x)$ (повторное включение).

На основании изложенного, задача для повторного включения может быть формулирована так: дан тонкий стержень длиной 2 L с начальной температурой $t_{0x} = f(x)$. Боковая поверхность стержня изолирована. Неизолированные торцы стержня имеют постоянную температуру $t_н$. Внутри стержня действует источник тепла с удельной мощностью

$$q_v = \frac{0{,}86\, I^2 R}{2L \cdot F} = q_н(1 + 2me^{-k\tau} + m^2 e^{-2k\tau}).$$

Требуется найти распределение температуры по длине стержня в любой момент времени.

Математически задача описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{q_н(1 + 2me^{-k\tau} + m^2 e^{-2k\tau})}{c\gamma}; \qquad (1)$$

$$t_{x0} = f(x) \quad (\text{см } [7]); \qquad (2)$$

$$t_{L\tau} = t_н \text{ и } t_{L0} = t_н; \qquad (3)$$

$$t'_{0\tau} = 0. \qquad (4)$$

Применив к уравнениям 1—4 преобразование Лапласа вида

$$F_{(s)}=\int_0^\infty T(xs)e^{-s\tau}d\tau,$$

получим:

$$T''_{xs}-\frac{s}{a}T_{xs}+\frac{t_{ox}}{s}+\frac{q_н}{s^2c\gamma}+\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{1}{k+s}+\frac{m^2q_н}{sc\gamma}\frac{1}{2k+s}=0; \quad (5)$$

$$T_{Ls}=\frac{t_н}{s}; \quad (6)$$

$$T'_{0s}=0. \quad (7)$$

Решение уравнения (5)

$$T_{xs}=Ae^{\sqrt{\frac{s}{a}}x}+Be^{\sqrt{\frac{s}{a}}x}+\frac{t_{xo}}{s}+\frac{q_н}{s^2c\gamma}+\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{1}{к+s}+\frac{m^2q_н}{sc\gamma}\frac{1}{2к+s}. \quad (8)$$

Учитывая (6) и (7), имеем

$$A=B=-\frac{\frac{q_н}{s^2c\gamma}+\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{1}{к+s}+\frac{m^2q_н}{sc\gamma}\frac{1}{2к+s}}{e^{\sqrt{\frac{s}{a}}L}+e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}L}}. \quad (9)$$

Теперь

$$T_{xs}=\frac{t_{xo}}{s}+\frac{q_н}{s^2c\gamma}+\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{1}{к+s}+\frac{m^2q_н}{sc\,\gamma}\frac{1}{2к+s}-$$

$$-\frac{q_н}{s^2c\gamma}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}L}-\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}L}-$$

$$-\frac{m^2q_н}{sc\gamma}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}L}. \quad (10)$$

Применив обратное преобразование Лапласа, находим оригиналы первых четырех членов уравнения (10):

$$L^{-1}\left(\frac{t_{xo}}{s}\right)=t_{xo}; \quad (11)$$

$$L^{-1}\left(\frac{q_н}{s^2c\gamma}\right)=\frac{q_н}{c\gamma}\tau; \quad (12)$$

$$L^{-1}\left(\frac{2mq_н}{sc\gamma}\frac{1}{к+s}\right)=\frac{2mq_н}{c\gamma}(1-e^{-к\tau}); \quad (13)$$

$$L^{-1}\left(\frac{m^2q_н}{sc\gamma}\frac{1}{2к+s}\right)=\frac{m^2q_н}{c\gamma}(1-e^{-2к\tau}). \quad (14)$$

С помощью теоремы разложения находим оригинал пятого члена уравнения

$$L^{-1}\left(\frac{q_н}{s^2 c\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,L}\right)=$$

$$=\frac{q_н}{c\gamma}\tau-q_н\,\frac{2L^2}{ac\gamma}\sum_1^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu^3_n}\cos\mu_n\frac{x}{L}\left(1-e^{-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\tau}\right), \qquad (15)$$

где

$$\mu_n=(2n-1)\,\frac{\pi}{2}.$$

Для нахождения оригиналов шестого и седьмого членов уравнения перепишем их в виде:

$$\frac{2q_н}{sc\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,L}\cdot\frac{m}{\kappa+s} \quad \text{и} \quad \frac{q_н}{sc\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,L}\cdot\frac{m^2}{2\kappa+s}.$$

Применяя последовательно теорему Бореля и теорему разложения (см. [1], [2], [3]), находим оригиналы этих комплексов:

$$L^{-1}\left(\frac{2q_н}{sc\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,L}\,\frac{m}{\kappa+s}\right)=$$

$$=\frac{2mq_н}{\kappa c\gamma}\left(1-e^{-\kappa\tau}\right)+e^{-\kappa\tau}\cdot\frac{4mq_н}{c\gamma}\sum_1^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n}\cdot$$

$$\cdot\frac{\cos\mu_n\frac{x}{L}}{\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}}\left[1-e^{\tau\left(\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\right)}\right]; \qquad (16)$$

$$L^{-1}\left(\frac{m^2}{2\kappa+s}\,\frac{q_н}{sc\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,x}{\operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{a}}\,L}\right)=$$

$$=\frac{m^2q_н}{2\kappa c\gamma}\left(1-e^{-2\kappa\tau}\right)-e^{-2\kappa\tau}\cdot 2\,\frac{m^2q_н}{c\gamma}\sum_1^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n}\cdot$$

$$\cdot\frac{\cos\mu_n\frac{x}{L}}{2\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}}\left[e^{\tau\left(2\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\right)}-1\right]. \qquad (17)$$

Уравнение температурного поля стержня шунта при прогреве теперь запишется так:

$$t_{x\tau}-t_{x0}=\frac{q_н\cdot 2L^2}{ac\gamma}\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n^3}\cos\mu_n\frac{x}{L}\left(1-e^{-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\tau}\right)+$$

$$+e^{-\kappa\tau}\cdot 4\,\frac{mq_н}{c\gamma}\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n}\,\frac{\cos\mu_n\frac{x}{L}}{\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}}\left[e^{\tau\left(\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\right)}-1\right]+$$

$$+e^{-2\kappa\tau}\cdot 2\,\frac{m^2q_н}{c\gamma}\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n}\,\frac{\cos\mu_n\frac{x}{L}}{2\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}}\left[e^{\tau\left(2\kappa-\mu_n^2\frac{a}{L^2}\right)}-1\right]. \qquad (18)$$

Подстановка граничных условий в (18) дает:

1. При $\tau=0$ $t_{ox}=t_{x\tau}$.
2. При $x=L$ $t_{L\tau}=t_{oL}=t_н$.
3. $\frac{\partial t}{\partial x_{x=0}}=0.$

Выражение (18) состоит из трех членов. Первый член отражает прогрев под действием постоянной составляющей тока включения и вполне тождественен формуле (14), приведенной в [8].

Второй и третий члены выражения (18) отражают влияние на изменение температуры стержня переменной составляющей тока включения.

Можно показать, что при $x=0$ и $\tau=\infty$ $t_{0\tau}-t_0=0{,}5\,\frac{q_н\cdot L^2}{\lambda}$.

Последнее совпадает с известной формулой, дающей перепад температур в плоской стенке при внутреннем тепловыделении [5], [6].

Для нахождения температурного поля стержня шунта при прогреве его из вполне остывшего состояния (первоначальное включение) достаточно в уравнении (18) положить $t_{xo}=t_0=\mathrm{const}$.

Анализ выражения (18) показывает, что оно представляет собой сумму быстросходящихся рядов.

Для практического использования можно ограничиться учетом лишь первых членов каждого из рядов, что дает ошибку в большую сторону, не превосходящую 4% даже для $x=0$. Выражение (18) в этом случае примет вид:

$$t_{0\tau}-t_0=0{,}516\,q_н\frac{L^2}{\lambda}\left(1-e^{-2{,}47\frac{a}{L^2}\tau}\right)+$$

$$+2{,}55\,q_н\frac{e^{-\kappa\tau}m}{c\gamma\left(\kappa-2{,}47\frac{a}{L^2}\right)}\left[e^{\tau\left(\kappa-2{,}47\frac{a}{L^2}\right)}-1\right]+$$

$$+0{,}637\,q_н\frac{m^2\cdot e^{-2\kappa\tau}}{c\gamma\left(\kappa-1{,}23\frac{a}{L^2}\right)}\left[e^{\tau\left(2\kappa-2{,}47\frac{a}{L^2}\right)}-1\right]. \qquad (18а)$$

Заменяя

$$q_н = \frac{0{,}86\, J_н V_н}{2L \cdot F} \quad \text{и} \quad L = \frac{V_н}{2\rho i_н},$$

уравнение (18) и (18а) можно привести к виду, подобному уравнениям (15) и (15а) работы [8], что позволит при заданном перегреве центра шунта определить значение допустимой для него плотности тока.

Заключение

Приведенное решение позволяет определить возможный перегрев элементов сопротивления шунта при прогреве их током включения.

Особое внимание следует обратить на тот факт, что для расчета шунтов на большие силы тока, когда желательно придать им минимальные возможные размеры, необходимо знать электрические параметры (емкость, индуктивность, активное сопротивление) той цепи, для установки в которой предназначается шунт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности, ГИТТЛ, М., 1952.
2. Лыков А. В. Теплопроводность нестационарных процессов, ГИТТЛ, М-Л 1948.
3. Карслоу Х., Эгер Д. Операционные методы в прикладной математике ГИТТЛ, М., 1948.
4. ГОСТ 8042-56, Москва, 1956.
5. Михеев М. А. Основы теплопередачи, М., ГЭИ, 1956.
6. Гребер и Эрк. Основы учения о теплообмене, ГИТТЛ, М-Л, 1936.
7. Короленко Ю. А. К тепловому расчету стержневых шунтов. Физика № 3, 1959.
8. Короленко Ю. А. Прогрев элементов сопротивления стержневых шунтов под действием постоянного тока (статья помещена в этом сборнике).
9. Buchgolz. Besondere Probleme der erwarmung elektrischer Leiter. Zeitschrift für angew. Math. u. Mech. H. 4. B. 9. 1929.
10. Нетушил А. В. и Страхов С. В. Основы электротехники, ч. II, ГЭИ, 1955