

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ РАЗВЕДОЧНОЙ СЕТИ В. В. БОГАЦКОГО

Л. М. ПЕТРОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром кафедр минералогии, петрографии и геологии
и разведки месторождений полезных ископаемых)

Одним из прогрессивных в настоящее время математических методов определения плотности разведочной сети при разведке различных месторождений полезных ископаемых является статистико-аналитический метод В. В. Богацкого [1], исходящий из вероятностного исчисления по выборочному разведочному ряду предельной погрешности аналогии (интерполяции). Последняя, различная для случаев простейшей (одномаксимумная непрерывная функция) и максимальной (кусочно-непрерывная функция) геологической изменчивости, соответственно определяется [1] по формулам (1) и (2):

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}} = \pm \frac{4(P_{\text{max}} - P_{\text{min}})}{\bar{P}(N-1)^2}, \quad (1)$$

$$\Delta_{\text{пр}} = \pm \frac{2(P_{\text{max}} - \bar{P})}{\bar{P}(N-1)}, \quad (2)$$

где $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ — предельная погрешность аналогии непрерывных одномаксимумных функций (минимальное значение предельной погрешности);

$\Delta_{\text{пр}}$ — предельная или максимально возможная погрешность;

P_{max} и P_{min} — максимальное и минимальное значения переменной величины;

$\bar{P}$ — среднее значение переменной величины, вычисленное на основе наблюдений;

N — общее число равномерно размещенных наблюдений.

При одинаковом числе наблюдений $\Delta_{\text{пр}}$ всегда должна быть больше, чем $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ или, с другой стороны, при одинаковой погрешности аналогии необходимое число наблюдений на участке с максимальной геологической изменчивостью должно быть больше необходимого числа наблюдений на участке с минимальной геологической изменчивостью.

Для проверки фактического соотношения значений $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ и $\Delta_{\text{пр}}$ нами были проведены расчеты их для параметров пластов угля Байдаевского и Ленинского районов Кузбасса и Черниговского месторождения (по данным В. В. Богацкого [1]). Изучение рассчитанных по приведенным формулам погрешностей аналогии показало, что при $\frac{P_{\text{max}}}{\bar{P}} > 2 \Delta_{\text{пр}}$, дей-

ствительно, всегда больше $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ для любого числа наблюдений N . Если $\frac{P_{\text{max}}}{\bar{P}} < 2$, то $\Delta_{\text{пр}}$ остается больше $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ только при достаточно

большом значении N (более $4^* - 16$); при малом значении N , часто достаточном для исследования признака на участках с минимальной изменчивостью его, $\Delta_{\text{пр}}$ оказывается меньше $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$. Превышение $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ над $\Delta_{\text{пр}}$

становится тем больше, чем ближе к единице отношение $\frac{P_{\text{max}}}{\bar{P}}$. Очевид-

но, что в этом случае значение N , рассчитанное при одной и той же заданной погрешности аналогии по формуле (1) для случаев с минимальной изменчивостью признака, будет больше значения N , определенного по формуле (2) для случаев с максимальной изменчивостью признака. Уточним пределы существования охарактеризованного несоответствия.

Выразив погрешности аналогии через формулы (1), (2) и произведя сокращения в обеих частях неравенства, получим

$$(N - 1)(P_{\text{max}} - \bar{P}) > 2(P_{\text{max}} - P_{\text{min}}) \text{ или}$$

$$(N - 1)(P_{\text{max}} - \bar{P}) - 2(P_{\text{max}} - P_{\text{min}}) > 0.$$

Как известно, для случаев наиболее простой геологической изменчивости признака характерна сравнительно незначительная разница между P_{max} и $\bar{P}$ при относительно высоком (отличном от нуля) устойчиво минимальном значении P_{min} . В общем случае колебание $\bar{P}$ в этих условиях можно выразить границами от $0,5 P_{\text{max}}$ до $0,9 P_{\text{max}}$, а устойчивое значение P_{min} принять равным $0,25 P_{\text{max}}$. Тогда неравенство, предварительно преобразованное в вид $(N - 1)(P_{\text{max}} - \bar{P}) - 1,5 P_{\text{max}} > 0$, соответственно может иметь выражение в пределах от

$$(N - 1) 0,5 P_{\text{max}} - 1,5 P_{\text{max}} > 0 \text{ или } P_{\text{max}}(N - 4) > 0 \text{ до}$$

$$(N - 1) 0,1 P_{\text{max}} - 1,5 P_{\text{max}} > 0 \text{ или } P_{\text{max}}(N - 16) > 0.$$

Следовательно, условие неравенства для этих выражений (при положительном значении левой части их) будет сохраняться лишь тогда, когда число наблюдений N составит более $4 - 16$. При меньшем числе наблюдений вычитаемое становится больше уменьшаемого (N), т. е. $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ по абсолютной величине превышает $\Delta_{\text{пр}}$.

Известно, что с увеличением числа наблюдений N на участках, начиная с некоторой достаточно большой совокупности их, предельная погрешность аналогии практически перестает уменьшаться, стабилизируясь на бесконечно малой величине (раньше на объектах с простейшей геологической изменчивостью). Разница между относительными величинами $\Delta_{\text{пр}}$ и $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ или отношение $\Delta_{\text{пр}}/\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ при закономерном уменьшении значений каждого из них также должна снижаться. Другой результат дают расчеты значений $\Delta_{\text{пр}}$ и $\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ по формулам (1) и (2): с непрерывным увеличением числа наблюдений N отношение $\Delta_{\text{пр}}/\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}}$ из-за различной структуры формул неудержимо растет.

Формула (1), по выражению В. В. Богацкого, может применяться для исчисления погрешностей, связанных с маркшейдерскими замерами объемов вскрышных работ, отвалов (терриконов), выемочных пространств и в ряде других случаев. Практически, таким образом, для оцен-

* Гарантийное критическое число наблюдений N определяется [1] выражением $N = 2 \frac{P_{\text{max}}}{\bar{P}} - 1$. При $\frac{P_{\text{max}}}{\bar{P}} \leq 2$ гарантийной уже может быть выборка из 2 — 3 наблюдений.

ки допускаемой погрешности аналогии при изучении изменений признака всех естественных геологических образований рекомендуется одна формула (2). Мы считаем возможным по-иному подойти к рассматриваемому вопросу.

Различие в поведении кусочно-непрерывных (максимальная изменчивость) и одноможимных (простейшая изменчивость) функций должно определяться как соотношением значений соседних или предельно удаленных замеров признака, так и, в известной мере, числом наблюдений в каждой выборке. Изменчивость признака по кривой одноможимной непрерывной функции при числе наблюдений в линии n может быть охарактеризована средней первой разностью $\left(\frac{P_{\max} - P_{\min}}{n - 1} \right)$ или, в общем случае, любой частной первой разностью $(P_n - P_{n-1})$. Очевидно, как средняя, так и любая частная первые разности на участке одноможимной функции не могут быть больше разности между максимальным и средним значениями признака. Тогда значение выражения $(P_{\max} - \bar{P})$ можно считать предельным несоответствием исчисленного среднего значения признака $\bar{P}$ истинному среднему.

Предельная изменчивость признака по кривой кусочно-непрерывной или многомажимной функции может быть охарактеризована только максимальной первой разностью $(P_{\max} - P_{\min})$.

Область возможных абсолютных ошибок интерполирования признака для одноможимной и кусочно-непрерывной функций соответственно должна быть равна $\pm 2(P_{\max} - \bar{P})$ и $\pm 2(P_{\max} - P_{\min})$, а область возможных относительных ошибок —

$$\pm \frac{2(P_{\max} - \bar{P})}{\bar{P}} \text{ и } \pm \frac{2(P_{\max} - P_{\min})}{\bar{P}}.$$

Для оценки конкретной величины предельной ошибки аналогии необходимо уменьшать диапазон возможных относительных ошибок пропорционально достигнутому числу элементов интерполирования на каждом этапе исследований участка. В общем случае число элементов интерполирования на участках с различной изменчивостью признака может быть определено выражением

$$(n-1)(m-1),$$

где

n — число наблюдений (пересечений) в направлении наибольшей изменчивости признака (обычно по линии падения — восстания рудных тел);

m — число наблюдений (пересечений) в направлении наименьшей изменчивости признака (обычно по простиранию рудных тел).

Практика разведки различных месторождений полезных ископаемых показывает, что отношение $m:n$ для равных по протяженности взаимно перпендикулярных линий может изменяться от 1:1 (редко 1,5:1) до 1:3 и более. Выразив в каждом конкретном случае значение m через n , можно представить число элементов интерполирования на участках как $(n-1)^2$, $(n-1)\left(\frac{n-2}{2}\right)$, $(n-1)\left(\frac{n-3}{3}\right)$ и т. д., а конкретные величины предельной ошибки интерполяции как

$$\Delta_{\text{пр}} = \pm \frac{2(P_{\max} - P_{\min})}{\bar{P}(n-1)^2},$$

$$\Delta_{\text{пр}} = \pm \frac{4(P_{\max} - P_{\min})}{\bar{P}(n-1)(n-2)}, \quad \Delta_{\text{пр}} = \pm \frac{6(P_{\max} - P_{\min})}{\bar{P}(n-1)(n-3)} \text{ и т. д.;} \quad (3)$$

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}} = \pm \frac{2(P_{\text{max}} - \bar{P})}{\bar{P}(n-1)^2}, \quad \Delta_{\text{пр}}^{\text{min}} = \pm \frac{4(\bar{P}_{\text{max}} - P)}{\bar{P}(n-1)(n-2)},$$

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}} = \pm \frac{6(P_{\text{max}} - \bar{P})}{\bar{P}(n-1)(n-3)} \text{ и т. д.} \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) видно, что величина ошибки интерполяции зависит не только от абсолютной изменчивости признака (отношения $(P_{\text{max}}:\bar{P})$), но и в значительной мере от степени анизотропии объекта разведки: с ростом анизотропии (отношения $n:m$) величина ошибки интерполяции при прочих равных условиях и данном n увеличивается или для достижения одной и той же ошибки интерполяции на объекте с большей анизотропией требуется большее число пересечений n .

Обозначив всякое данное число элементов интерполирования (единичных разведочных блоков) на участке через N , получим общие выражения предельных погрешностей аналогии для случаев кусочно-непрерывных (3¹) и одномомаксимумных (4¹) функций:

$$\Delta_{\text{пр}} = \pm \frac{2(P_{\text{max}} - P_{\text{min}})}{\bar{P}N} \quad \text{и} \quad (3^1)$$

$$\Delta_{\text{пр}}^{\text{min}} = \pm \frac{2(P_{\text{max}} - \bar{P})}{\bar{P}N}, \quad (4^1)$$

где N может быть равным $(n-1)^2$, $(n-1)\left(\frac{n-2}{2}\right)$, $(n-1)\left(\frac{n-3}{3}\right)$ т. д.

Формулы (3¹) и (4¹) просты, свободны от рассмотренных выше недостатков, а главное, характеризуются вполне определенными условиями своего применения. Для оценки результатов разведки на месторождениях с простой изменчивостью признака, которую, по-видимому, можно охарактеризовать значениями отношения $P_{\text{max}}:\bar{P}$ до 4—6 (месторождения углей, большинство осадочных рудных месторождений и др.), должна использоваться формула (4¹). На месторождениях с сильной изменчивостью признака, которую можно охарактеризовать значениями отношения $P_{\text{max}}:\bar{P}$ от 6 и более (большинство жильных, скарновых и пегматитовых месторождений), должна использоваться формула (3¹).

Расчет необходимого и достаточного окончательного числа единичных разведочных блоков, как и самой плотности разведочной сети, на участках различной площади необходимо проводить дифференцированно по отношению к последней. Один из способов такого расчета для месторождений угля рекомендован нами [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Богацкий. Математический анализ разведочной сети. Госгеолтехиздат, 1963.
2. Л. М. Петровский. Об определении оптимальной плотности разведочной сети на угольных месторождениях. Изв. вузов, Геология и разведка, № 10, 1965.