

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СУХОГО  
СЫПУЧЕГО ЗЕРНИСТОГО МАТЕРИАЛА

(Метод расчета)

А. С. ЛЯЛИКОВ

(Представлено проф. докт. техн. наук Г. И. Фуксом)

1

В работе [1] дан анализ имеющихся методов расчета теплопроводности сухих сыпучих зернистых материалов, на основе которого отмечалось, что некоторые недостатки их ставят вопрос о создании более совершенных методов расчета.

Настоящая работа ставит своей целью изложить метод расчета, который отражал бы единство механизма кондукции в мелкозернистых порошковых и крупнозернистых материалах, учитывая все определяющие факторы как для порошковых материалов, так и для крупнозернистых: влияние термического сопротивления на границе твердое тело — газ, размер зерен, пористость засыпки, характер сложения и контактирования зерен, свойства веществ зерен и газа, заполняющего пространства между ними. В другом сообщении намечено показать результаты экспериментальной проверки предлагаемого метода расчета коэффициента теплопроводности зернистых материалов.

2

Из рассмотрения тепловых потоков и распространения тепла, передаваемого через сечение между двумя зернами [2], следует, что область вблизи контакта передает пренебрежимо малое количество тепла, поэтому расчет теплопроводности зернистого материала должен производиться с учетом тепла, передаваемого по всему сечению между зернами; там же установлено, что предпосылкой разработки надежного метода расчета является правильный учет характера контактирования.

Для выяснения характера контактирования и способа укладки зерен в слое нами проведены простейшие наблюдения за формированием структуры при засыпке материала, которые позволили установить, что:

1. Зерна не находятся во „взвешенном“ состоянии, а имеют точечные или плоские контакты.

2. Наиболее вероятным по условиям устойчивости является наличие контакта каждого из зерен с тремя нижележащими (следовательно, и с тремя вышележащими).

Так как на основании [2] тепло, передаваемое от зерна к зерну при плоском и точечном контакте, практически одинаково, то считаем возможным вести расчет, исходя из точечного соприкосновения зерен.

Реальный зернистый материал представляет беспорядочно расположенные зерна неправильной формы. Но для теоретического рассмотрения удобно воспользоваться „фиктивным“ зернистым слоем — слоем с упорядоченно расположенными одинаковыми шарообразными частицами. Известны четыре схемы упорядоченного расположения шаровых частиц в слое: кубическая, квадратной пирамиды, плоского треугольника и тетраэдрическая. Из этих схем только последняя обладает тем свойством, что каждое из зерен опирается на три нижележащих шара, следовательно, она более других схем соответствует реальному сложению зернистого материала. Из этих соображений тетраэдрическая укладка шаровых зерен принята нами в качестве модели слоя.

Одним из важнейших свойств структуры зернистого материала является наличие развитых поверхностей раздела между твердым телом и газом. Многочисленные исследования М. Смолуховского и П. Лазарева [3, 4, 5, 6, 7] привели их к заключению, что на границе раздела твердой и газообразной фаз может возникнуть разница температур конечных размеров („температурный скачок“), связанная с дополнительным термическим сопротивлением на поверхности раздела фаз. Это дополнительное термическое сопротивление может быть представлено в виде дополнительного слоя газа, который нужно учесть, если рассчитывать температурный перепад между газом и стенкой по основному термическому сопротивлению газа. М. Смолуховским показано, что толщина такого дополнительного слоя  $\delta_0$  может быть вычислена как

$$\delta_0 = \frac{C}{p} \cdot 10^{-7} \text{ м,}$$

где  $p$  — давление газа, *ата*;

$C$  — постоянная величина для каждого газа, определяемая из опыта, *м · ата*.

По опытам Смолуховского, Герке [8] и Лазарева, для воздуха величина  $C$  соответственно равна 1,53—1,70; 1,8; 1,34—1,96.

Дополнительное термическое сопротивление на границе раздела фаз может существенно влиять на теплопроводность сыпучего материала, особенно по мере измельчения его.

Метод расчета теплопроводности порошковых материалов [6], разработанный с учетом механизма передачи тепла от твердого тела к газу, согласуется с опытом.

Попытка распространить его на крупнозернистые материалы [9], по нашему мнению, является целесообразной. Однако метод [9] имеет недостатки, которые сводятся к тому, что расчет исходит из кубической укладки, не учитывает возможного отклонения пористости реальных систем от пористости кубической укладки и поэтому возможные погрешности теоретического расчета компенсируются численным коэффициентом, определяемым из опыта для различных систем укладки зерен.

### 3

В качестве расчетной схемы принимаем тетраэдрическую укладку зерен (рис. 1). Она имеет постоянную пористость  $m = 25,95\%$ . Измене-

ние пористости для реальных структур учтем в конце расчета. Контакты между зернами считаем точечными.

Пусть между соседними рядами зерен имеется перепад температуры  $t_1 - t_2 = \Delta t$ . Если принять, что изотермические поверхности суть горизонтальные плоскости, то перепад температур между соседними зернами в направлении  $oo$  также будет равен  $\Delta t$ . Рассмотрим передачу тепла между двумя зернами, выделив элемент, как показано на рис. 2. Учитываем термическое сопротивление материала зерна, газовой среды и дополнительное сопротивление на границе раздела фаз, которое введем в расчет в виде дополнительного слоя газа  $\delta_0$ . Последний позволит считать зерна разде-

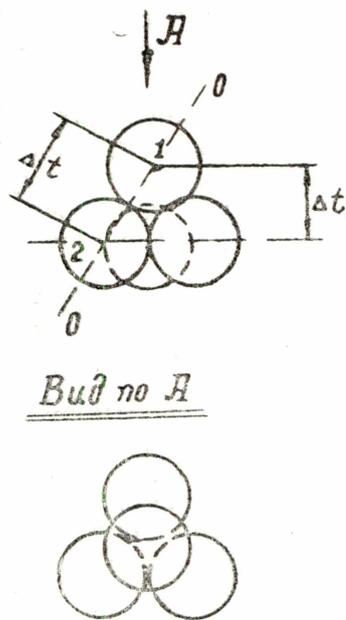


Рис. 1.

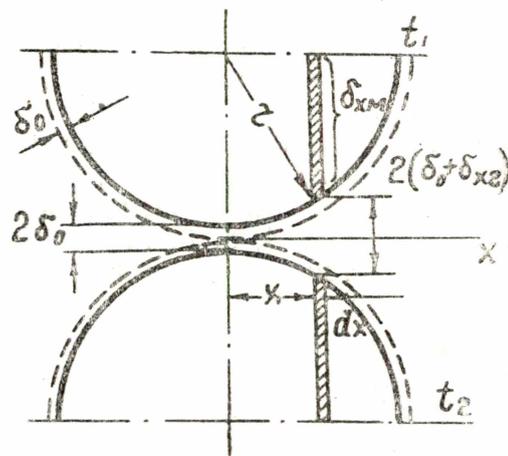


Рис. 2.

ленными зазором  $2\delta_0$ . Тогда для тепла, передаваемого между зернами через кольцевой элемент  $dx$ , можно записать:

$$dQ_0 = \frac{\Delta t}{R_x} dS = \frac{\Delta t}{\frac{2\delta_{xm}}{\lambda_m} + \frac{2(\delta_0 + \delta_{x2})}{\lambda_2}} dS \quad (1)$$

Здесь  $R_x$  — удельное термическое сопротивление кольцевого элемента  $dx$ ;

$\lambda_m$  — коэффициент теплопроводности вещества зерен;

$\lambda_2$  — коэффициент теплопроводности газа.

Но

$$\delta_{xm} = \sqrt{r^2 - x^2},$$

$$\delta_0 + \delta_{x2} = \delta_0 + (r - \sqrt{r^2 - x^2}),$$

$$dS = 2\pi x dx,$$

поэтому

$$dQ_0 = \frac{\Delta t \pi x dx}{\frac{\delta_0 + r}{\lambda_2} + \left(\frac{1}{\lambda_m} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \sqrt{r^2 - x^2}}.$$

Обозначим  $\delta_0 + r = b$  и  $1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_m} = k$ .

Тогда

$$dQ_0 = \Delta t \pi \lambda_2 \frac{xdx}{b-k \sqrt{r^2-x^2}}. \quad (3)$$

Полное количество передаваемого тепла от данного зерна к трем нижеследующим составит

$$Q = 3 \Delta t \pi \lambda_2 \int_0^x \frac{xdx}{b-k \sqrt{r^2-x^2}}. \quad (4)$$

При градиенте температур  $1 \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}}$  перепад температур на один ряд зерен при тетраэдрической укладке составит

$$\Delta t = \frac{r}{3} \sqrt{24}. \quad (a)$$

Площадь слоя, приходящаяся на одно зерно, равна

$$S_T = 2\sqrt{3} \cdot r^2. \quad (б)$$

Так как коэффициент теплопроводности есть тепло, передаваемое в единицу времени через единицу площади при градиенте температуры, равном единице, то, подставляя (a) в (4) и деля на (б), получим:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2} \pi \lambda_2}{r} \int_0^x \frac{xdx}{b-k \sqrt{r^2-x^2}}. \quad (5)$$

В результате интегрирования в пределах от  $x=0$  до  $x=r$  получаем

$$\lambda = \frac{\sqrt{2} \pi \lambda_2}{r} \cdot \frac{b}{k} \left[ \frac{1}{k} \ln \frac{1 + \frac{\delta_0}{r}}{(1-k) + \frac{\delta_0}{r}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Выражение (6) получено для зернистого материала, имеющего тетраэдрическую укладку постоянной пористости  $m = 25,95\%$ . Изменение пористости в системах, отклоняющихся по плотности укладки от тетраэдрической, учтем из следующих соображений. Приходящаяся на одно зерно площадь, к которой относится передаваемое тепло при определении  $\lambda$ , для упомянутых систем переменна и зависит от пористости. Она может быть выражена через пористость и объем слоя, приходящийся на одно зерно, если считать высоту этого объема постоянной и равной  $h = \frac{r}{3} \sqrt{24}$ , как для тетраэдрической укладки.

Поскольку

$$m = 1 - \frac{V_{\text{тв.}}}{V_{\text{полн.}}},$$

где  $V_{\text{тв.}}$  — объем твердой фазы в ячейке, равный объему шара

$$V_{\text{тв.}} = \frac{4}{3} \pi r^3,$$

$V_{п. озн.}$  — полный объем ячейки

$$V_{полн.} = \frac{4/3 \pi r^3}{(1-m)},$$

то площадь, приходящаяся на одно зерно, составит

$$S = \frac{V_{полн.}}{h} = \frac{4 \pi r^2}{\sqrt{24}(1-m)}. \quad (7)$$

Так как выражение (6) получено исходя из площади, соответствующей тетраэдрической укладке, то для систем с отличной пористостью необходимо учесть изменение площади, для чего следует (6) умножить на отношение  $\frac{S_T}{S}$ :

$$\lambda = \frac{2 \sqrt{3} r^2}{4 \pi r^2} \cdot \frac{\sqrt{2} \pi \lambda_2}{r} \cdot \frac{b}{k} \left[ \frac{1}{k} \ln \frac{1 + \frac{\delta_0}{r}}{(1-k) + \frac{\delta_0}{r}} - 1 \right]. \quad (8)$$

Учитывая, что  $b$  и  $r$  численно близки и их без ущерба для точности допустимо сократить, окончательно получаем:

$$\lambda = \frac{6(1-m)\lambda_2}{k} \left[ \frac{1}{k} \ln \frac{1 + \frac{\delta_0}{r}}{1 + \frac{\delta_0}{r} - k} - 1 \right]. \quad (9)$$

Формула (9) учитывает все основные факторы, влияющие на теплопроводность зернистого материала. При расчетах коэффициента  $\lambda$  по (9) предполагается использование результатов исследований, касающихся дополнительного термического сопротивления на поверхности раздела твердой и газообразной фаз, представленного в (9) величиной  $\delta_0$ .

Следует напомнить, что соотношение (9) получено для зернистого материала с шаровыми зёрнами. Использование ее для материалов с зёрнами некруглой формы требует дополнительного изучения влияния формы на тепловые свойства материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лялик А. С. Методы расчета коэффициента теплопроводности сыпучих зернистых материалов, „Изв. ТПИ“, т. 109, 1960.
2. Лялик А. С. Распределение по сечению между зёрнами тепла, передаваемого в сухом сыпучем материале, „Изв. ТПИ“, т. 109, 1960.
3. Smoluchowski M. Über wärmeleitung in verdünnten Gasen. Ann. d. Phys. u. Chem., Bd. 64, s. 101, 1898.
4. Smoluchowski M. Über den Temperatursprung bei Wärmeleitung in Gasen. Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akad. der Wiss., Bd CVII, s. 304, Wien, 1899.
5. Smoluchowski M. Weitere Studien über den Temperatursprung bei Wärmeleitung in Gasen. Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akad. der Wiss., Bd. 108, Abt. II-a, s. 5, Wien, 1899.
6. Smoluchowski M. Conductibilité calorifique des corps pulvérisés. Bulletin international de L'Académie des Sciences de Cracovie, № 5, 1910.
7. Лазарев П. О скачке температуры при теплопроводности на границе твердого тела и газа. Журнал Русского физико-химического общества, т-физ., XLIII, вып. 3, 1911.
8. Gehrcke E. Über den Wärmeleitung Verdünnter Gase. Ann. Phys., 4. Folge, Bd. 2, Leipzig, 1900.
9. Hengst G. Die Wärmeleitfähigkeit pulverförmiger Wärmeisierstoffe bei hohen Gasdruck. Diss., München, 1934. (Цитируется по Kling G., „Forschung auf Gebiete des Ingenieurwesens,“ Bd. 9, № 1, 1938).