

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ И СТАТИКИ  
ПЕЧЕЙ ДЛЯ СУШКИ ИЗОЛЯЦИИ ПРОВОДОВ ПРИ  
ПОСТОЯННОМ ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИИ В СТЕНКЕ****Ю. М. ТРИФОНОВ, Ю. А. ТРИФОНОВА, П. А. АНДРИЯНОВ**

(Представлена кафедрой машин и аппаратов химических производств)

Широко распространенными объектами регулирования температуры в кабельной промышленности являются вертикальные печи для сушки изоляции обмоточных и эмальпроводов. Регулирование температуры в этих печах осуществляется автоматически. Для выбора параметров настройки регулятора необходимо знать статические и динамические характеристики печи. Эти характеристики можно определить, если известны уравнения, описывающие динамические и статические свойства объекта регулирования. В литературе отсутствуют уравнения динамики и статики, учитывающие сложный теплообмен в печах кабельного производства. Ниже приведен вывод таких уравнений с учетом теплообмена излучением и конвекцией.

Конструктивное выполнение рассматриваемых печей таково, что они могут быть представлены в виде вертикальной цилиндрической камеры, не замкнутой с торцов. В печах подобного типа тепло выделяется на электрических нагревателях, расположенных вертикально или горизонтально по высоте печи. Температура стенок печи  $T_2(\tau, h)$  в установившемся состоянии является функцией координаты  $h$ . Среднее значение величины  $T_2(\tau, h)$  лежит в пределах  $773^\circ\text{K}$ — $873^\circ\text{K}$ . Теплоносителем в печи является воздух. Разность плотностей нагретого в печи и холодного окружающего воздуха является причиной движения теплоносителя.

При выводе дифференциальных уравнений динамики и статики учитываем теплообмен излучением внутри печи. Вывод уравнений проводим при следующих допущениях: 1) заменяем цилиндрическую камеру произвольного профиля круговой, вертикальной, открытой с торцов цилиндрической полостью (трубой) высотой  $H$  (рис. 1), боковые поверхности которой серые, оптически однородные; 2) тепловыделение в стенке  $Q$  считаем постоянным по высоте трубы; 3) температуры трубы и теплоносителя в рассматриваемом сечении  $h$  постоянны и соответственно равны  $T_2(\tau, h)$  и  $T_1(\tau, h)$ , а изменение температур происходит лишь при движении вдоль оси  $h$  (за начало отсчета принята точка входа теплоносителя в трубу); 4) теплопроводностью в теплоносителе и стенке трубы пренебрегаем, так как критерий  $Pe$  больше 100; 5) теплоноситель считаем диатермичным; 6) при выводе уравнений используем средние значения теплоемкостей, плотностей и коэффициентов теплоотдачи по всей длине цилиндрической полости; 7) тепло, расходуемое на нагрев проволоки, не учитываем [1, 2, 3]. 8) материал трубы с торцевых поверхно-

стей в теплообмене не участвует; 9) обратное излучение окружающей среды не учитываем.

Для элементарного цилиндрического участка длиной  $\Delta h$ , находящегося на расстоянии  $h$  от начала координат, справедливо следующее уравнение теплового баланса:

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 + \Delta Q_4 + \Delta Q_5 = \Delta Q + \Delta Q_6, \quad (1)$$

где  $\Delta Q$  — тепловыделение элемента цилиндрической стенки длиной  $\Delta h$  за время  $\Delta \tau$ ;

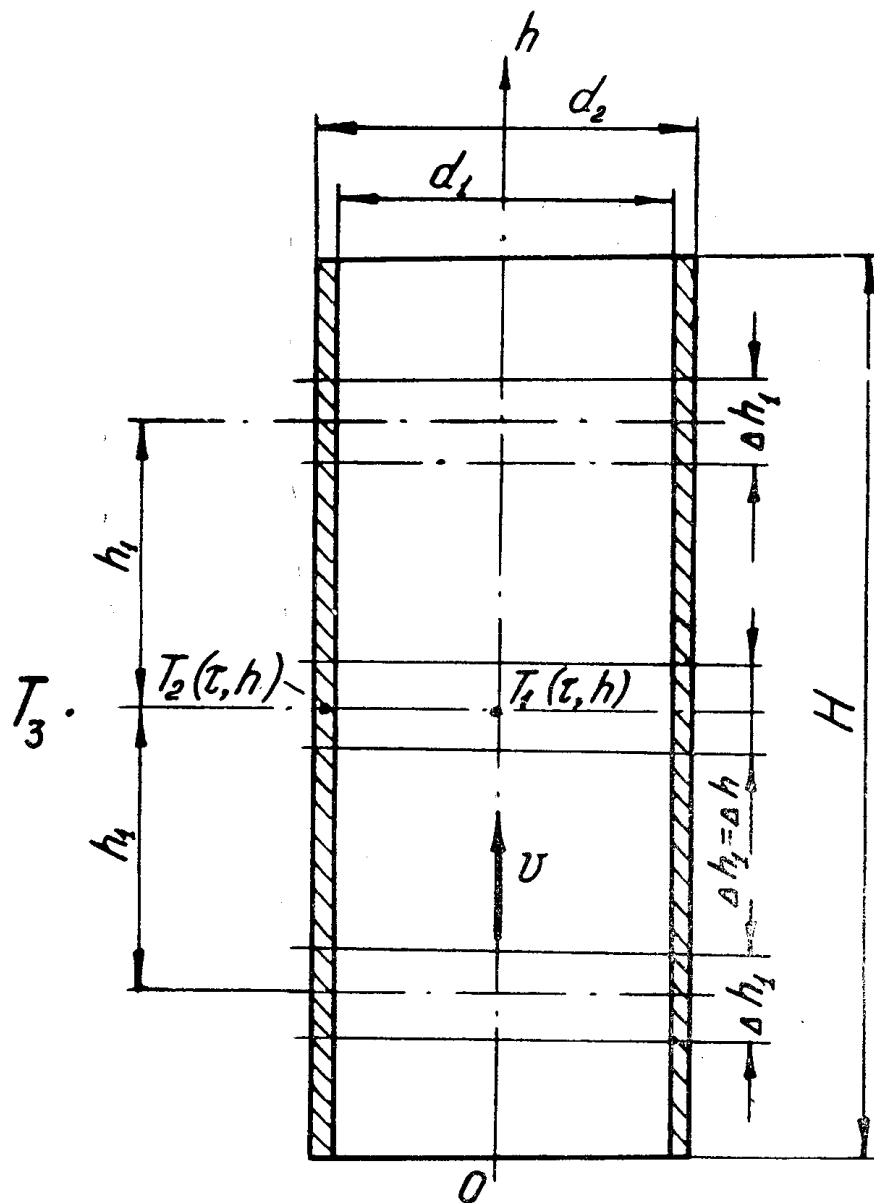


Рис. 1. Вертикальная цилиндрическая полость, не замкнутая с торцов

- $\Delta Q_1$  — количество тепла, переданного теплоносителю от стенки путем конвекции;
- $\Delta Q_2$  — количество тепла, отданного наружной поверхностью трубы окружающей среде путем конвекции;
- $\Delta Q_3$  — количество тепла, аккумулированное стенкой трубы;
- $\Delta Q_4$  — количество тепла, отданное излучением внешней поверхностью цилиндрического кольца высотой  $\Delta h$ ;

$\Delta Q_5$  — количество тепла, отданного излучением элементарным цилиндрическим кольцевым элементом через основания цилиндра;

$\Delta Q_6$  — результирующий лучистый поток между внутренней поверхностью кольцевого элемента и всей внутренней поверхностью цилиндра.

Составляющие уравнения (1) соответственно равны:

$$\Delta Q = \frac{Q}{H} \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (2)$$

$$\Delta Q_1 = \alpha_{21} [T_2(\tau, h) - T_1(\tau, h)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (3)$$

$$\Delta Q_2 = \alpha_{23} [T_2(\tau, h) - T_3] \cdot \pi \cdot d_2 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (4)$$

$$\Delta Q_3 = c_2 \cdot \rho_2 \cdot F_2 \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (5)$$

$$\Delta Q_4 = c_0 \cdot \varepsilon \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4(\tau, h) \cdot \pi \cdot d_2 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (6)$$

$$\Delta Q_5 = c_0 \cdot \varepsilon \cdot 10^{-8} \cdot [\psi(h) + \psi(H-h)] \cdot T_2^4(\tau, h) \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (7)$$

где

$T_1(\tau, h)$  — температура теплоносителя, протекающего внутри цилиндрической полости;

$T_2(\tau, h)$  — температура стенки;

$T_3$  — температура окружающей среды;

$\alpha_{21}, \alpha_{23}$  — коэффициенты теплоотдачи соответственно от внутренней и наружной поверхностей цилиндрической полости;

$d_2$  и  $d_1$  — соответственно наружный и внутренний диаметры трубы;

$c_2$  — средняя теплоемкость материала трубы;

$\rho_2$  — плотность материала трубы;

$\varepsilon$  — степень черноты поверхностей трубы;

$c_0$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела;

$\psi(h), \psi(H-h)$  — коэффициенты облученности от элементарного цилиндрического кольца на основания цилиндра.

Для определения составляющей  $\Delta Q_6$  разобьем цилиндр на  $(n+m)$  элементарных цилиндрических колец высотой  $\Delta h = \Delta h_1$ . Выше координаты  $h$  число колец равно  $n$ , ниже —  $m$ . Введем координату  $h_1$ . Она характеризует собой расстояние от рассматриваемого цилиндрического кольца с координатой  $h$  до подвижного кольца с координатой  $h+h_1$  или  $h-h_1$ . Учитываем, что функция  $T_2(\tau, h)$ , определенная без учета излучения [4, 5], характеризует собой предельное распределение температуры. Тогда результирующий лучистый поток между кольцевыми элементами с координатами  $h, h-h_1$ , приближенно равен

$$\Delta^2 E_{h, h-h_1} = \varepsilon_{\Pi} \cdot c_0 \cdot 10^{-8} \cdot \Delta \varphi(h_1) \cdot [T_2^4(\tau, h) - T_2^4(\tau, h-h_1)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (8)$$

где

$\Delta \varphi(h_1)$  — коэффициент облученности между двумя цилиндрическими кольцами, находящимися друг от друга на расстоянии  $h_1$ ;

$\varepsilon_{\Pi}$  — приведенная степень черноты системы двух цилиндрических элементарных колец.

Степень черноты поверхности трубы  $\varepsilon \gg 0,9$ . Приведенную степень черноты в выражении (8) можно определить по формуле для двух произвольно расположенных поверхностей [6]  $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$ , в нашем случае  $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon^2$ .

Результирующий лучистый поток между кольцами с координатами  $h$ ,  $h + h_1$  равен:

$$\Delta^2 \cdot E_{h, h+h_1} = c_0 \cdot \epsilon_{\Pi} \cdot 10^{-8} \cdot \Delta\varphi(h_1) \cdot [T_2^4(\tau, h + h_1) - T_2^4(\tau, h)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta\tau. \quad (9)$$

Выражение для коэффициента облученности между двумя элементарными цилиндрическими кольцами [7] в приращениях можно представить

$$\Delta\varphi(h_1) = f(h_1) \cdot \Delta h_1.$$

Суммировав выражения типа (8) и (9), после некоторых преобразований имеем

$$\begin{aligned} \Delta Q_6 = c_0 \cdot \epsilon_{\Pi} \cdot 10^{-8} \cdot \left\{ \int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) \cdot dh_1 + \right. \\ \left. + \int_0^h f(h_1) \cdot T_2^4(\tau, h - h_1) dh_1 - \left[ \int_0^{H-h} f(h_1) dh_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^h f(h_1) \cdot dh_1 \right] \cdot T_2^4(\tau, h) \right\} \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta\tau. \quad (11) \end{aligned}$$

Рассмотрев совместно уравнения с (1) по (7) и (11), получаем

$$\begin{aligned} T_{21} \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} + (1 + \alpha) T_2(\tau, h) = \kappa Q + T_1(\tau, h) + \alpha T_3 + \\ + \kappa_2 \left[ \int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) dh_1 + \int_0^h f(h_1) T_2^4(\tau, h - h_1) dh_1 \right] - \\ - \kappa_1 \cdot T_2^4(\tau, h) - \kappa_2 \left\{ \left( \frac{1}{\epsilon} - 1 \right) [\psi(h) + \psi(H - h)] + 1 \right\} \cdot T_2^4(\tau, h), \quad (12) \end{aligned}$$

где обозначено

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{\alpha_{23} \cdot d_2}{\alpha_{21} \cdot d_1}, \quad \kappa = \frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot H \cdot \alpha_{21}}, \quad \kappa_1 = \frac{\epsilon \cdot c_0 \cdot 10^{-8} \cdot d_2}{\alpha_{21} \cdot d_1}, \\ \kappa_2 = \frac{\epsilon^2 \cdot c_0 \cdot 10^{-8}}{\alpha_{21}}, \quad T_{21} = \frac{c_2 \cdot \rho_2 \cdot \delta}{\alpha_{21}}. \end{aligned}$$

Физический смысл обозначенных величин:  $\alpha$  — безразмерный коэффициент теплоотдачи;  $\kappa$  — коэффициент усиления  $^{\circ}K/vm$ ;  $\kappa_1, \kappa_2$  — коэффициенты усиления  $1/^{\circ}K^3$ ;  $T_{21}$  — постоянная времени, сек.

Окончательно динамика рассматриваемой модели печи с учетом уравнения изменения температуры теплоносителя [5], [7] имеет вид:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} T_{21} \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} + (1 + \alpha) T_2(\tau, h) = \kappa Q + T_1(\tau, h) + \alpha T_3 + \\ + \kappa_2 \left[ \int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) dh_1 + \int_0^h f(h_1) T_2^4(\tau, h - h_1) \cdot dh_1 \right] - \\ - \kappa_1 \cdot T_2^4(\tau, h) - \kappa_2 \cdot \left\{ \left( \frac{1}{\epsilon} - 1 \right) \cdot [\psi(h) + \psi(H - h)] + 1 \right\} \cdot T_2^4(\tau, h). \quad (13-a) \\ v \cdot T_{12} \frac{\partial T_1(\tau, h)}{\partial h} + T_{12} \frac{\partial T_1(\tau, h)}{\partial \tau} = T_2(\tau, h) - T_1(\tau, h), \quad (13-b) \end{aligned} \right.$$

где

$$v \cdot T_{12} = \frac{v \cdot F_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1}{a_{21} \cdot \pi \cdot d_1}.$$

Здесь встречаются следующие параметры теплоносителя:  $v$ —скорость движения;  $T_{12}$ —постоянная времени;  $\rho_1$ —плотность;  $c_1$ —теплоемкость.

Соотношения (13-а), (13-б) представляют собой нелинейную интегродифференциальную систему уравнений, точное аналитическое решение которой дать пока затруднительно ввиду отсутствия разработанных математических методов решения подобных систем.

Представляется возможным получение решений системы уравнений (13) следующими способами: 1) расчетом на электронных цифровых машинах; 2) приближенными способами при применении аппроксимаций нелинейных членов выражения (13-а); 3) после обработки данных эксперимента методами теории подобия.

Из системы уравнений (13) можно получить следующие часто встречающиеся случаи: 1) при  $\epsilon=1$  имеем уравнения динамики модели печи с абсолютно черными поверхностями; 2) при  $\epsilon=0$  уравнения описывают динамику теплообменника с идеальным перемешиванием в кожухе при наличии тепловыделения в стенке; 3) при  $Q=0$  система уравнений соответствует динамике печи, если температура греющего теплоносителя постоянна; 4) приравнивая нулю производные по времени, в указанных случаях получаем уравнения статических характеристик. Возможны некоторые комбинации перечисленных случаев.

Таким образом, система уравнений (13) получена с учетом передачи тепла излучением от более нагретой внутренней поверхности цилиндрической полости к ее менее нагретой части. Она по структуре слагаемых является общей для теплообменников с идеальным перемешиванием в кожухе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Привезенцев, С. Д. Холодный. Труды НИИКП, вып. III, Госэнергоиздат, 1958.
2. Е. Я. Шварцбурд. Вестник электропромышленности, ГЭИ, 1958, № 5.
3. Е. Я. Шварцбурд. Труды НИИКП, вып. VIII, ГЭИ, 1963.
4. А. А. Таль. Известия АН СССР, № 2, 1957.
5. В. И. Сенькин. Труды ЦКТИ, т. 45, 1964.
6. С. С. Кутателадзе. Основы теории теплообмена, Машгиз, 1962.
7. В. М. Мелентьев. Изв. вузов — Энергетика, № 2, 1965.
8. Д. П. Кемпбелл. Динамика процессов химической технологии, Госхимиздат, М., 1962.