

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ И СТАТИКИ
ПЕЧЕЙ ДЛЯ СУШКИ ИЗОЛЯЦИИ ПРОВОДОВ ПРИ
ПОСТОЯННОМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ В СТЕНКЕ****Ю. М. ТРИФОНОВ, Ю. А. ТРИФОНОВА, П. А. АНДРИЯНОВ**

(Представлена кафедрой машин и аппаратов химических производств)

Широко распространенными объектами регулирования температуры в кабельной промышленности являются вертикальные печи для сушки изоляции обмоточных и эмальпроводов. Регулирование температуры в этих печах осуществляется автоматически. Для выбора параметров настройки регулятора необходимо знать статические и динамические характеристики печи. Эти характеристики можно определить, если известны уравнения, описывающие динамические и статические свойства объекта регулирования. В литературе отсутствуют уравнения динамики и статики, учитывающие сложный теплообмен в печах кабельного производства. Ниже приведен вывод таких уравнений с учетом теплообмена излучением и конвекцией.

Конструктивное выполнение рассматриваемых печей таково, что они могут быть представлены в виде вертикальной цилиндрической камеры, не замкнутой с торцов. В печах подобного типа тепло выделяется на электрических нагревателях, расположенных вертикально или горизонтально по высоте печи. Температура стенок печи $T_2(\tau, h)$ в установившемся состоянии является функцией координаты h . Среднее значение величины $T_2(\tau, h)$ лежит в пределах 773°K — 873°K . Теплоносителем в печи является воздух. Разность плотностей нагретого в печи и холодного окружающего воздуха является причиной движения теплоносителя.

При выводе дифференциальных уравнений динамики и статики учитываем теплообмен излучением внутри печи. Вывод уравнений проводим при следующих допущениях: 1) заменяем цилиндрическую камеру произвольного профиля круговой, вертикальной, открытой с торцов цилиндрической полостью (трубой) высотой H (рис. 1), боковые поверхности которой серые, оптически однородные; 2) тепловыделение в стенке Q считаем постоянным по высоте трубы; 3) температуры трубы и теплоносителя в рассматриваемом сечении h постоянны и соответственно равны $T_2(\tau, h)$ и $T_1(\tau, h)$, а изменение температур происходит лишь при движении вдоль оси h (за начало отсчета принята точка входа теплоносителя в трубу); 4) теплопроводностью в теплоносителе и стенке трубы пренебрегаем, так как критерий Pe больше 100; 5) теплоноситель считаем диатермичным; 6) при выводе уравнений используем средние значения теплоемкостей, плотностей и коэффициентов теплоотдачи по всей длине цилиндрической полости; 7) тепло, расходуемое на нагрев проволоки, не учитываем [1, 2, 3]. 8) материал трубы с торцевых поверхно-

стей в теплообмене не участвует; 9) обратное излучение окружающей среды не учитываем.

Для элементарного цилиндрического участка длиной Δh , находящегося на расстоянии h от начала координат, справедливо следующее уравнение теплового баланса:

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 + \Delta Q_4 + \Delta Q_5 = \Delta Q + \Delta Q_6, \quad (1)$$

где ΔQ — тепловыделение элемента цилиндрической стенки длиной Δh за время $\Delta \tau$;

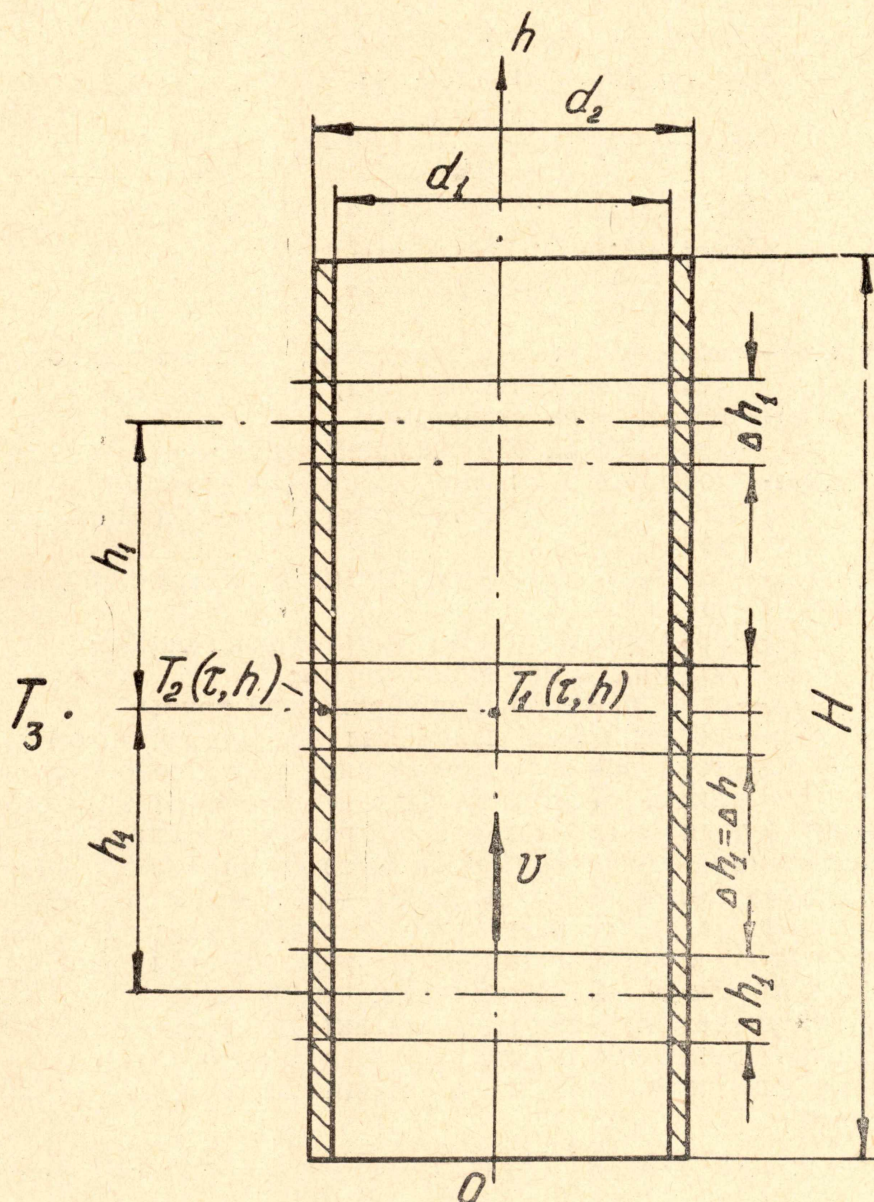


Рис. 1. Вертикальная цилиндрическая полость, не замкнутая с торцов

- ΔQ_1 — количество тепла, переданного теплоносителю от стенки путем конвекции;
- ΔQ_2 — количество тепла, отданного наружной поверхностью трубы окружающей среде путем конвекции;
- ΔQ_3 — количество тепла, аккумулированное стенкой трубы;
- ΔQ_4 — количество тепла, отданное излучением внешней поверхностью цилиндрического кольца высотой Δh ;

ΔQ_5 — количество тепла, отданного излучением элементарным цилиндрическим кольцевым элементом через основания цилиндра;

ΔQ_6 — результирующий лучистый поток между внутренней поверхностью кольцевого элемента и всей внутренней поверхностью цилиндра.

Составляющие уравнения (1) соответственно равны:

$$\Delta Q = \frac{Q}{H} \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (2)$$

$$\Delta Q_1 = \alpha_{21} [T_2(\tau, h) - T_1(\tau, h)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (3)$$

$$\Delta Q_2 = \alpha_{23} [T_2(\tau, h) - T_3] \cdot \pi \cdot d_2 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (4)$$

$$\Delta Q_3 = c_2 \cdot \rho_2 \cdot F_2 \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (5)$$

$$\Delta Q_4 = c_0 \cdot \varepsilon \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4(\tau, h) \cdot \pi \cdot d_2 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (6)$$

$$\Delta Q_5 = c_0 \cdot \varepsilon \cdot 10^{-8} \cdot [\psi(h) + \psi(H-h)] \cdot T_2^4(\tau, h) \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (7)$$

где

$T_1(\tau, h)$ — температура теплоносителя, протекающего внутри цилиндрической полости;

$T_2(\tau, h)$ — температура стенки;

T_3 — температура окружающей среды;

α_{21}, α_{23} — коэффициенты теплоотдачи соответственно от внутренней и наружной поверхностей цилиндрической полости;

d_2 и d_1 — соответственно наружный и внутренний диаметры трубы;

c_2 — средняя теплоемкость материала трубы;

ρ_2 — плотность материала трубы;

ε — степень черноты поверхностей трубы;

c_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела;

$\phi(h), \psi(H-h)$ — коэффициенты облученности от элементарного цилиндрического кольца на основания цилиндра.

Для определения составляющей ΔQ_6 разобьем цилиндр на $(n+m)$ элементарных цилиндрических колец высотой $\Delta h = \Delta h_1$. Выше координаты h число колец равно n , ниже — m . Введем координату h_1 . Она характеризует собой расстояние от рассматриваемого цилиндрического кольца с координатой h до подвижного кольца с координатой $h + h_1$ или $h - h_1$. Учитываем, что функция $T_2(\tau, h)$, определенная без учета излучения [4, 5], характеризует собой предельное распределение температуры. Тогда результирующий лучистый поток между кольцевыми элементами с координатами $h, h - h_1$, приближенно равен

$$\Delta^2 E_{h, h-h_1} = \varepsilon_{\Pi} \cdot c_0 \cdot 10^{-8} \cdot \Delta \varphi(h_1) \cdot [T_2^4(\tau, h) - T_2^4(\tau, h - h_1)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau, \quad (8)$$

где

$\Delta \varphi(h_1)$ — коэффициент облученности между двумя цилиндрическими кольцами, находящимися друг от друга на расстоянии h_1 ;

ε_{Π} — приведенная степень черноты системы двух цилиндрических элементарных колец.

Степень черноты поверхности трубы $\varepsilon \geq 0,3$. Приведенную степень черноты в выражении (8) можно определить по формуле для двух произвольно расположенных поверхностей [6] $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$, в нашем случае $\varepsilon_{\Pi} = \varepsilon^2$.

Результирующий лучистый поток между кольцами с координатами $h, h + h_1$ равен:

$$\Delta^2 \cdot E_{h, h+h_1} = c_0 \cdot \epsilon_{\Pi} \cdot 10^{-8} \cdot \Delta \varphi(h_1) \cdot [T_2^4(\tau, h + h_1) - T_2^4(\tau, h)] \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau. \quad (9)$$

Выражение для коэффициента облученности между двумя элементарными цилиндрическими кольцами [7] в приращениях можно представить

$$\Delta \varphi(h_1) = f(h_1) \cdot \Delta h_1.$$

Суммировав выражения типа (8) и (9), после некоторых преобразований имеем

$$\begin{aligned} \Delta Q_6 = c_0 \cdot \epsilon_{\Pi} \cdot 10^{-8} \cdot \left\{ \int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) \cdot dh_1 + \right. \\ \left. + \int_0^h f(h_1) \cdot T_2^4(\tau, h - h_1) dh_1 - \left[\int_0^{H-h} f(h_1) dh_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^h f(h_1) \cdot dh_1 \right] \cdot T_2^4(\tau, h) \right\} \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \Delta h \cdot \Delta \tau. \quad (11) \end{aligned}$$

Рассмотрев совместно уравнения с (1) по (7) и (11), получаем

$$\begin{aligned} T_{21} \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} + (1 + \alpha) T_2(\tau, h) = \kappa Q + T_1(\tau, h) + \alpha T_3 + \\ + \kappa_2 \left[\int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) dh_1 + \int_0^h f(h_1) T_2^4(\tau, h - h_1) dh_1 \right] - \\ - \kappa_1 \cdot T_2^4(\tau, h) - \kappa_2 \left\{ \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right) [\psi(h) + \psi(H - h)] + 1 \right\} \cdot T_2^4(\tau, h), \quad (12) \end{aligned}$$

где обозначено

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{\alpha_{23} \cdot d_2}{\alpha_{21} \cdot d_1}, \quad \kappa = \frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot H \cdot \alpha_{21}}, \quad \kappa_1 = \frac{\epsilon \cdot c_0 \cdot 10^{-8} \cdot d_2}{\alpha_{21} \cdot d_1}, \\ \kappa_2 = \frac{\epsilon^2 \cdot c_0 \cdot 10^{-8}}{\alpha_{21}}, \quad T_{21} = \frac{c_2 \cdot \rho_2 \cdot \delta}{\alpha_{21}}. \end{aligned}$$

Физический смысл обозначенных величин: α — безразмерный коэффициент теплоотдачи; κ — коэффициент усиления $^{\circ}K/vm$; κ_1, κ_2 — коэффициенты усиления $1/^{\circ}K^3$; T_{21} — постоянная времени, сек.

Окончательно динамика рассматриваемой модели печи с учетом уравнения изменения температуры теплоносителя [5], [7] имеет вид:

$$\begin{aligned} (13) \quad \left\{ \begin{aligned} & T_{21} \frac{\partial T_2(\tau, h)}{\partial \tau} + (1 + \alpha) T_2(\tau, h) = \kappa Q + T_1(\tau, h) + \alpha T_3 + \\ & + \kappa_2 \left[\int_0^{H-h} f(h_1) T_2^4(\tau, h + h_1) dh_1 + \int_0^h f(h_1) T_2^4(\tau, h - h_1) \cdot dh_1 \right] - \\ & - \kappa_1 \cdot T_2^4(\tau, h) - \kappa_2 \cdot \left\{ \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right) \cdot [\psi(h) + \psi(H - h)] + 1 \right\} \cdot T_2^4(\tau, h). \end{aligned} \right. \quad (13-a) \\ \left\{ \begin{aligned} & v \cdot T_{12} \frac{\partial T_1(\tau, h)}{\partial h} + T_{12} \frac{\partial T_1(\tau, h)}{\partial \tau} = T_2(\tau, h) - T_1(\tau, h), \end{aligned} \right. \quad (13-b) \end{aligned}$$

где

$$v \cdot T_{12} = \frac{v \cdot F_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1}{\alpha_{21} \cdot \pi \cdot d_1}.$$

Здесь встречаются следующие параметры теплоносителя: v — скорость движения; T_{12} — постоянная времени; ρ_1 — плотность; c_1 — теплоемкость.

Соотношения (13-а), (13-б) представляют собой нелинейную интегродифференциальную систему уравнений, точное аналитическое решение которой дать пока затруднительно ввиду отсутствия разработанных математических методов решения подобных систем.

Представляется возможным получение решений системы уравнений (13) следующими способами: 1) расчетом на электронных цифровых машинах; 2) приближенными способами при применении аппроксимаций нелинейных членов выражения (13-а); 3) после обработки данных эксперимента методами теории подобия.

Из системы уравнений (13) можно получить следующие часто встречающиеся случаи: 1) при $\varepsilon=1$ имеем уравнения динамики модели печи с абсолютно черными поверхностями; 2) при $\varepsilon=0$ уравнения описывают динамику теплообменника с идеальным перемешиванием в кожухе при наличии тепловыделения в стенке; 3) при $Q=0$ система уравнений соответствует динамике печи, если температура греющего теплоносителя постоянна; 4) приравнивая нулю производные по времени, в указанных случаях получаем уравнения статических характеристик. Возможны некоторые комбинации перечисленных случаев.

Таким образом, система уравнений (13) получена с учетом передачи тепла излучением от более нагретой внутренней поверхности цилиндрической полости к ее менее нагретой части. Она по структуре слагаемых является общей для теплообменников с идеальным перемешиванием в кожухе.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Привезенцев, С. Д. Холодный. Труды НИИКП, вып. III, Госэнергоиздат, 1958.
2. Е. Я. Шварцбурд. Вестник электропромышленности, ГЭИ, 1958, № 5.
3. Е. Я. Шварцбурд. Труды НИИКП, вып. VIII, ГЭИ, 1963.
4. А. А. Таль. Известия АН СССР, № 2, 1957.
5. В. И. Сенькин. Труды ЦКТИ, т. 45, 1964.
6. С. С. Кутателадзе. Основы теории теплообмена, Машгиз, 1962.
7. В. М. Мелентьев. Изв. вузов — Энергетика, № 2, 1965.
8. Д. П. Кемпбелл. Динамика процессов химической технологии, Госхимиздат, М., 1962.