

## ДИНАМИКА ФЕРХЮЛЬСТА – ПАРАДИГМА УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ СРЕДСТВ СЛЕЖЕНИЯ

С.М. Слободян

Инновационный центр «ТЕСТ», г. Томск

E-mail: IC\_Test@inbox.ru

*Проведен анализ сценария срыва слежения в автоматических телевизионных системах. Установлена аналогия поведения следящей системы динамике Ферхюльста. Компьютерное моделирование и натурный эксперимент подтверждают результат анализа.*

Движение объекта контроля телевизионным средством слежения (ТС) как физического тела опирается на законы перемещения. Даже при априори известной траектории изначального движения по истечению значительного временного периода, из-за влияния факторов, присутствующих или возникающих при движении и взаимодействии объекта с окружающей средой, достоверная предсказуемость траектории его движения резко снижается. Любая малая погрешность в оценке начальных условий очень сильно влияет на поведение объекта при последующих перемещениях и долгосрочный безошибочный прогноз достоверного поведения ТС в области близкой к границе устойчивости становится не возможным. В математике это отражается понятием неинтегрируемости уравнений ТС.

Возрастающий интерес [1, 2] к изучению хаотических процессов в детерминированных системах и поиску практического применения хаоса как явления обуславливает оценку влияния возникновения хаоса в ТС актуальной для анализа. В настоящее время нелинейная динамика ТС практически не изучена. В основном исследования ТС идут в режимах близких к линейному. Дальнейшее внимание следует уделить особенностям поведения ТС в стационарных динамических режимах, включая периодические, квазипериодические и хаотические.

ТС (сканирующие оптические системы, сканирующие фазометры и т.п.), использующие принцип поэлементной дискретизации двумерного поля изображения, – динамические структуры с обратной связью [3–7]. Как любая динамическая структура они обладают ограниченной полосой пропускания частот или конечным временем срабатывания. Практически всем типам ТС свойственна временная задержка принятия решения или формирования результата оценки параметра траектории координат. То есть, ТС – динамические системы с запаздыванием. Причем, в ряде случаев, например [6], при варьировании размером рабочего поля, кадра, следящего микроастро или строба, ТС будет иметь переменный интервал или период оценки координат траектории перемещения изображения объекта (ИО). Это эквивалентно наличию в ТС переменного запаздывания, порождающего динамическую составляющую погрешности оценки координат траектории смещений ИО.

Закономерности такого стохастического поведения ТС, вполне естественно, применимы на ограниченных интервалах времени. Для роста динамической погрешности всегда существуют определенные пределы и ограничения разными факторами. Динамика подобного поведения ТС находится в хорошем соответствии с описанием динамики изменения роста численности популяции (динамика Ферхюльста). Сформулированный П.Ф. Ферхюльстом в 1845 г., закон изменения размножения природных популяций различных видов организмов в зависимости от ограничений естественными условиями существования данной популяции в окружающей среде нашел за последние годы применение, как универсальная аналогия, для описания широкого круга явлений в природе, физике, экономике, социальной сфере и т.п. Так, в частности, Э.Н. Лоренц еще в 1963 г. показал [1], что закон Ферхюльста описывает некоторые свойства турбулентности при достаточно сильных потоках.

Понятно, что при малых темпах стохастического роста динамической погрешности ТС будет «в среднем» успевать ее обрабатывать и достигать определенной оптимальности следования изменениям координат и соответствующей эффективности. Когда же удвоение погрешности произойдет достаточно быстро, то ТС с той же скоростью окажется на границе устойчивости. Развитие, вытекающего отсюда, состояния ТС может пойти по пути слабо контролируемого движения к хаосу через удвоение периода параметрических колебаний (пережимаемость) к неустойчивости и срыву слежения. Изучить тонкие эффекты сложной динамики поведения разрывного для ТС процесса перехода от устойчивой работы к неустойчивому состоянию, именуемого в одних технических средствах – «срывом слежения», в других – переходом к «хаосу», можно во всех тонкостях только в компьютерном эксперименте. Натурный эксперимент прерывает изучение из-за «катастрофы» устойчивой работы на начальной стадии развития процесса срыва слежения.

Даже простейший анализ показывает насколько опасно, с точки зрения устойчивости ТС, пренебрежение весьма малой по величине относительной динамической погрешности слежения. Так, при относительной погрешности  $\sim 0,05$  динамическая составляющая оценки траектории перемеще-

ния объекта может удвоиться за 14 циклов оценки координат или следящего микрорастра; при 2 % погрешности – за 36 циклов; при 1 % – за 70 циклов. Даже при погрешности 0,1 % она удвоится за 700 циклов. Отсюда, функциональную связь скорости удвоения представим через  $N_2$  – число циклов оценки в интервале  $T_\delta$  удвоения динамической погрешности слежения при относительной погрешности  $\delta_0$  и  $\tau_\delta$  времени цикла оценки в виде

$$N_2 = (\delta_0 \sqrt{2})^{-1} \quad \text{или} \quad T_\delta = (\delta_0 \sqrt{2})^{-1} \tau_\delta.$$

Учитывая быстродействие ТС  $\sim 0,01$  с, можно говорить о весьма вероятном удвоении погрешности примерно каждые полсекунды.

Что же понимать под хаосом в ТС при нарушении процесса устойчивого слежения за объектом? Наверное, это то состояние, когда ТС выходит из под контроля, происходит потеря устойчивости – нарушение процесса слежения и не существует способа предсказать поведение ТС на относительно длительный интервал ее последующего функционирования. Этого нельзя увидеть на основе поведения границы области устойчивости ТС и других статичных графических отображений, представленных на рисунках ниже.

Под динамическим хаосом понимают случайное поведение полностью детерминированной системы. ТС в большинстве своем является классом сложных детерминированных средств с запаздыванием. Самый простой из видов хаоса – маломерный динамический хаос [1]. Он часто встречается в природе и технике и описывается детерминированными моделями.

Фактор запаздывания момента формирования результата оценки координат траектории перемещения объекта порождает  $\Delta_x$  – динамическую составляющую погрешности оценки координат траектории как случайных, так и детерминированных смещений ИО. В адаптивных атмосферно-оптических ТС [6, 7] динамическая составляющая погрешности оценки координат траектории случайных смещений ИО пропорциональна не скомпенсированной части стохастических смещений ИО, обусловленных турбулентным воздействием. Когда величина динамической составляющей погрешности слежения весьма мала, то зачастую не учитывается. Если величина динамической погрешности остается постоянной в течение всего периода работы ТС, то рост ее во времени как показателя траектории будет линейным, а сама закономерность роста – экспоненциальной. Это видно на отображении изменения координат диффузионной траектории случайных смещений центра тяжести изображения лазерного пучка от неподвижного источника излучения (рис. 1). Траектория имеет тенденцию медленного сползания в отрицательную область амплитуд.

Устойчивому режиму слежения в ТС присуща некоторая динамическая ошибка оценки координат, обусловленная дискретностью цикла контроля и динамикой движения объекта. При установив-

шемся значении  $\Delta_x$  динамической ошибки слежения за движущимся со средней скоростью  $v_0$  ИО, не выходящей за пределы микрорастра, строга слежения или линейного участка характеристики дискриминатора ТС, справедливо соотношение [3]:

$$\Delta_x = v_0 T_{mp} / nK_v,$$

где  $T_{mp}/n$  – периодичность цикла оценки данной координаты;  $n$  – число циклов оценки координаты за  $T_{mp}$  полный цикл микрорастра или строга слежения размером  $l_{mp}$  и  $K_v$  – коэффициент передачи разомкнутого контура ТС [5, 6] или измерительной системы с обратной связью [7]. Зависимость коэффициента передачи разомкнутого контура от скорости перемещения ИО имеет вид [3]:

$$K_v = K_{v_0} (1 - v_0 \cdot v_{mp}^{-1}), \quad K_{v_0} = K_v \quad (\text{при } v_{mp} \rightarrow \infty). \quad (1)$$

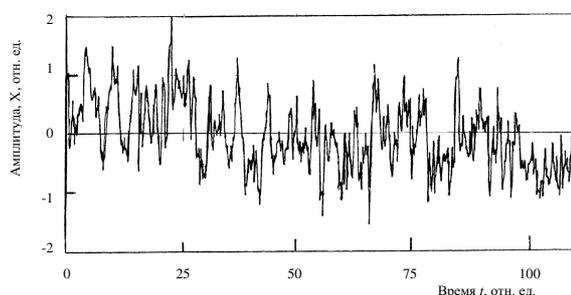


Рис. 1. Диффузионная траектория случайных смещений изображения лазерного пучка от неподвижного источника при воздействии конвективной турбулентности:  $X=0$  – координата центра изображения

Решение уравнения (1) по условию наступления срыва слежения или перехода ТС в область состояния перемежаемости и хаоса при превышении погрешностью  $\Delta_x$  половины размера  $d_s$  элемента, строга микрорастра или характеристики дискриминатора (для двухходового микрорастра  $n=2$  размером  $l_{mp}=2d_s$ ) представлено на рис. 2 в виде сплошной линии. Ранее в [3] показано, что оптимальное значение соотношения скоростей сканирования  $v_{mp}$  и  $v_0$  – смещения ИО, обеспечивающее при оптимальном коэффициенте передачи контура минимум дисперсии суммарной (динамическая плюс флуктуационная) погрешности оценки координат, определяется выражением

$$v_{mp} / v_0 = (K_v^2 l_{mp} d_s / 2v_0)^{1/2} / \psi_{cl}, \quad (2)$$

где  $\psi_{cl}$  – отношение сигнал/шум.

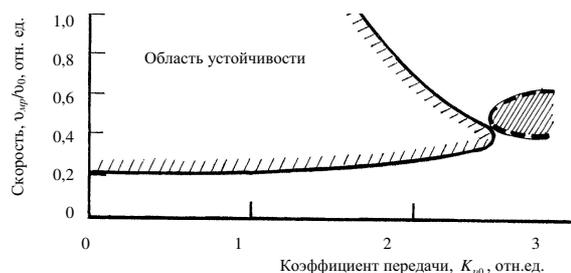


Рис. 2. Граница области устойчивости и область возникновения колебаний с удвоенным периодом («почка» – заштрихована)

На рис. 2 граница области устойчивости показана сплошной линией, а путь развития хаоса в ТС через удвоение периода колебаний – пунктиром. Область параметров, определяющих удвоение – «почка» – заштрихована. На границе области устойчивости ТС процесс перехода от порядка – устойчивого слежения к беспорядку, влекущему сначала единичные выбросы траектории случайных смещений и пропуски устойчивой оценки координат положения ИО, а затем и полную потерю устойчивости ТС – срыв слежения, хаотичен настолько, насколько возможно этот процесс назвать хаосом. Когда точка координат траектории случайных смещений ИО попадает на линию границы области устойчивости, то дальнейший выбор детерминированного решения уравнений (1) и (2) и последствия поведения ТС практически невозможно предсказать. Дальнейшее поведение ТС, балансирующей на грани устойчивости, зависит от многих весьма и весьма незначительных факторов, влияющих на изменение координат ИО по траектории случайного смещения. Перечислим некоторые из них: фазовые соотношения сигналов внешнего, например, турбулентного и внутреннего (в том числе, динамической составляющей) воздействий и их производных; величина коэффициента передачи контура ТС, функциональные закономерности его влияния на нестабильность характеристик ТС и многое другое.

Сценарий удвоения периода колебаний наблюдается (рис. 2, «почка») при изменении коэффициента передачи как действительного параметра или при изменении соотношения скоростей, определяющих параметр роста в законе Ферхюльста. Бифуркация соответствует точке узла раздвоения (проластанию «почек», «окна» и т.п.), разрывающих пелену хаоса. Ферхюльстов сценарий удвоения периода колебаний наблюдается здесь на действительной оси координат. Аттрактор, соответствующий каждой точке на границе раздела, представляет некоторый предельный цикл определенной размерности и периода. Представленное на рис. 3, изменение структуры видеосигнала ТС в области весьма близкой к границе устойчивости, наглядно показывает, что параметры аттрактора на подходе к границе раздела «порядок-хаос» также меняются. Граница раздела областей «устойчивость-порядок» / «неустойчивость-беспорядок» говорит о том, что явление срыва слежения лишь в среднем точно отражает динамику перемещения критической точки координат  $x_0=0$  вдоль линии границы при изменении соотношения скоростей или других параметров, к влиянию которых чувствительно поведение ТС.

Сложную динамику двумерной структуры пограничной области иллюстративно хорошо можно отобразить только на комплексной плоскости [2]. Разнообразие траекторий срыва слежения ТС на границе области раздела «устойчивость-порядок» / «неустойчивость-беспорядок» выявляется также при моделировании диффузии (рис. 1) случайных смещений изображения и траектории координат ИО, показанной ранее в [7, 8].

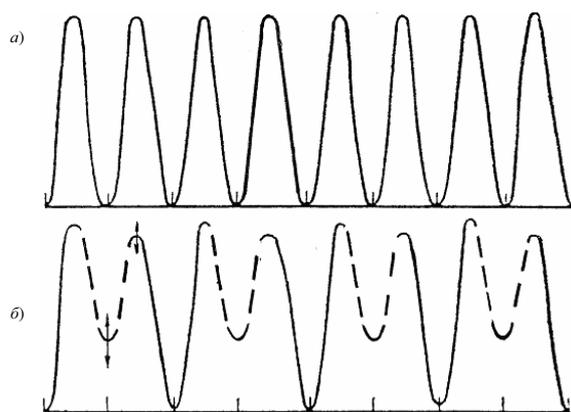


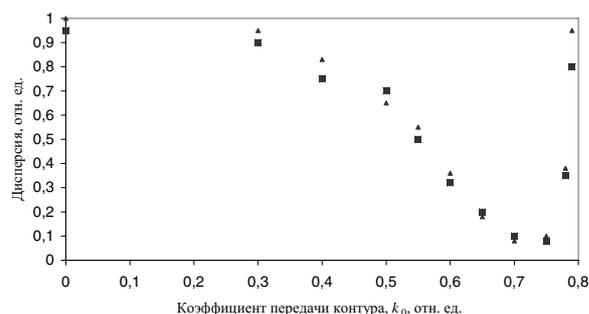
Рис. 3. Структура видеосигнала в области: а) устойчивости и б) в области «перемежаемости» (стрелками показано направление изменений амплитуды сигнала)

В динамике Ферхюльста поведения ТС наиболее информативен не хаос, как таковой, а сценарий изменения структуры видеосигнала и траектории координат случайных смещений ИО при переходе ТС через область границы устойчивости, когда порядок превращается в хаос, приводящий к срыву слежения и потере контроля над объектом. Точное значение коэффициента передачи контура ТС, при котором начинаются бифуркации перехода от колебаний периода  $T^n=2^n$  к колебаниям периода  $T^{n+1}=2^{n+1}$ , определить часто затруднительно. Можно установить только среднее значение коэффициента передачи контура и «в среднем» начало процесса удвоения периода, влекущего рост дисперсии флуктуации координат случайных смещений (рис. 4).

Для понимания нелинейного стохастического явления срыва слежения и нарушения нормальной работы ТС при потере устойчивости бифуркационный сценарий развития процесса преодоления следящим средством границы области устойчивости приобретает важное значение. Проведенные исследования показали, что основные аспекты закономерностей изменения динамики ТС, как системы с запаздыванием, сводятся к поведению, описываемому уравнением Ферхюльста [1]. Динамика развития процессов, отображаемых уравнением Ферхюльста, как и уравнениями (1) и (2), дает весьма хорошую иллюстрацию закономерности поведения ТС на границе области устойчивости. Анализ процесса срыва слежения в ТС на основе динамики Ферхюльста позволяет не только понять возникновение и течение детерминированного хаоса в нелинейной детерминированной системе с запаздыванием, но и выявить некоторые универсальные свойства эволюции динамических процессов в ТС.

Увеличение коэффициента передачи контура (рис. 2 и 4) приводит к росту скорости изменения амплитуды внешнего воздействия, как управляющего параметра. Скорость перехода к хаосу растет, увеличивая вероятность срыва слежения с ростом числа пересечений случайными выбросами смещений ИО границы области устойчивости ТС. При увеличении коэффициента передачи контура ТС

траектория случайных смещений ИО все чаще пересекает границу области устойчивого слежения, ее относительно детерминированный уровень контроля на больших интервалах времени прерывается пребыванием ИО в области неустойчивости. Число случайных смещений ИО, пересекающих некоторый уровень предела устойчивости ТС, увеличивается с усилением турбулентности в канале наблюдения и ростом коэффициента передачи контура ТС [6]. Этот процесс продолжает ускорять динамику эволюции траектории случайных смещений ИО до ее полной хаотизации.



**Рис. 4.** Изменение дисперсии случайных смещений центра тяжести изображения лазерного пучка в зависимости от коэффициента передачи контура (натурный эксперимент в модельной конвекции на трассе 2 м; ■ – отражение пучка строго назад ( $\alpha=0$ ); ▲ – отражение под углом  $\alpha=0,6^\circ$ ; структурная характеристика показателя преломления среды  $C_n^2=4,9 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-2/3}$  [5])

Из-за наличия усиления ( $k_0 > 1$ ) в контуре ТС, весьма малая неточность оценки координат, обусловленная задержкой и динамической погрешностью их оценки, будет усилена. Это также приводит к далеко идущему и неоднозначному смещению траектории оценки координат. Поскольку ТС находится на границе устойчивости, то точка траектории координат случайных смещений, балансирует на границе раздела областей – развилке пути «устойчивость-порядок»/«неустойчивость-беспорядок». ТС, в зависимости от влияния какого-либо фактора или суммарного результата воздействия многих факторов, выберет одну из ветвей развилки направлений изменения траектории случайных смещений с альтернативными состояниями и направлением движения. Хотя в каждый отдельный момент оценки координат случайного смещения ИО причинная связь между смежными оценками  $x_{n+1} \leftrightarrow x_n$  сохраняется, но после нескольких ветвлений траекторного процесса случайных смещений ИО, она теряет свою весомость. То есть, начальная информация об исходном положении ИО и состоянии ТС становится малозначительной. В ходе контроля эволюции процесса случайных смещений, производимая ТС на каждом отдельном такте, оценка координаты положения ИО фиксируется. Закономерность изменения траектории координат

случайных смещений, из-за наличия динамических и других погрешностей, как факторов влияния, допускает на каждом такте оценки координат множество различных исходов, получаемых решений, изначально имеющих одну «историю» – координату оценки ИО в начальный момент контроля.

При коэффициенте передачи контура меньшим  $k_0 < k_{0cp}$  некоторого граничного значения точка отображения ТС находится в области устойчивого слежения – относительного порядка состояния ТС. Устойчивым колебаниям предельного цикла – регулярного аттрактора соответствует устойчивая неподвижная точка на отображении Пуанкаре. При увеличении  $k_0 > k_{0cp}$  точка на отображении вектора состояния становится неустойчивой, и возможен переход ТС через перемежаемость состояний в область хаоса, влекущего срыв слежения. С ростом вариаций управляющего параметра (коэффициента передачи контура, соотношения скоростей слежения и смещений ИО) беспорядочные изменения траектории оценки координат кажущихся случайных смещений ИО (за счет выбросов входных возмущений, возникновения параметрических колебаний и связанного с этим удвоения периода случайных изменений сигнала рассогласования и т.п.) превращают ее в последовательность выбросов траектории координат периода  $\sim 2^{-n}$ .

Хаотическую динамику маломерного хаоса с небольшим числом заданных пространственных мод можно отождествить с реальной динамикой нелинейных полей и процессов в узком диапазоне изменений значений параметров на границе областей устойчивости – неустойчивости. То есть, при относительно «малом» числе превышений траекторией смещений уровня границы устойчивости. С увеличением числа выбросов траектории случайных смещений число степеней свободы среды и ТС, вовлекаемых в хаотическую динамику, увеличивается, степень корреляции между ними снижается, и динамика хаоса случайных смещений становится все более сложной. Размерность странного аттрактора, вложенного в фазовое пространство ТС увеличивается, ускоряя срыв слежения (переход ТС в область хаоса).

Таким образом, приведенный анализ показывает, что телевизионные средства слежения, как динамические системы с запаздыванием, подвержены с определенной степенью вероятности возникновению в них при срыве слежения сценария перехода к хаосу через возникновение удвоенного периода хаотических колебаний. Сценарий удвоения периода хаотической динамики реальных ТС аналогичен динамике Ферхюльста, проявляющейся во многих природных, социальных и естественных системах, из-за влияния турбулентности в канале наблюдения, нелинейности дискриминатора, влекущих нарушение нормальной работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шустер Г. Детерминированный хаос: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 242 с.
2. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск: РХД, 2001. – 528 с.
3. Слободян С.М. Анализ и оптимизация телевизионного принципа сканирования фазового пространства оптическим фазометром: 2. Следящие микроаэстры // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308. – № 1. – С. 40–46.
4. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
5. Слободян С.М., Сазанович В.М., Галахов В.Н. Следящая система с диссектором для измерения угловых флуктуаций оптического пучка // Приборы и техника эксперимента. – 1980. – № 4. – С. 192–194.
6. Пустынский И.Н., Слободян С.М. Диссекторные следящие системы. – М.: Радио и связь, 1984. – 136 с.
7. Слободян С.М. Оптимизация биморфного привода оптических измерительных систем с обратной связью // Измерительная техника. – 2003. – № 1. – С. 19–23.
8. Слободян С.М. Диффузия координат изображения в средствах видеонаблюдения // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 1. – С. 47–50.

УДК 539.32:548.053

## УПРУГИЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КЕРАМИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

В.Л. Ульянов, А.А. Ботаки, Э.В. Поздеева

Томский политехнический университет  
E-mail: bottacchi@mail.ru*Представлены результаты экспериментальных исследований упругих характеристик и скоростей акустических волн в керамических диэлектриках, кристаллические фазы которых состоят из монокристаллов с преимущественно ионным типом связи.*

Многофазные керамики находят широкое применение в промышленности и энергетике [1, 2]. Нами выполнены исследования упругих и акустических свойств электрокерамических диэлектриков МК, ГБ-7, УФ-46, СК-1 и СНЦ. Измерялись модули Юнга и сдвига, а также скорости распространения упругих продольных и поперечных волн. Поскольку эти материалы применяются в атомной энергетике, интерес представляло изучение воздействия на их упругие свойства реакторных нейтронов. Образцы подвергались бомбардировке нейтронами в канале атомного реактора. Флюенсы нейтронов составляли:  $\Phi_1=1,20 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-2}$  и  $\Phi_2=1,73 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-2}$ ; плотность потока нейтронов была  $2,0 \cdot 10^{17}$  нейтрон/ $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ ; соотношение между быстрыми и тепловыми нейтронами составляло 1,6:20,0; средняя температура в канале реактора не превышала  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ . Энергетический спектр быстрых нейтронов находился в диапазоне от 0,4 до 7,0 МэВ. Максимум приходился на интервал энергий 0,6...0,8 МэВ. Энергия тепловых нейтронов порядка  $kT \approx 0,05 \text{ эВ}$ . Измерения упругих и акустических параметров материалов производились в температурном диапазоне 100...300 К. Определялись характеристики исходных и подвергнутых воздействию реакторных нейтронных потоков материалов. Измерения выполнялись резонансным методом с использованием составного пьезоэлектрического вибратора. Методика измерений изложена в работах [3, 4].

Основной кристаллической фазой высокоглиноземистых керамик марок МК, ГБ-7 и муллитокорундовой керамики марки УФ-46 является корунд. Его содержание в МК – ~99 %, ГБ-7 – 91...92 % и УФ-46 – ~70 %; средние линейные раз-

меры зерен – 3...6 мкм). Алюмосиликатная форма выделений в виде тонких прожилок шириной порядка 1 мкм называется стеклофазой. Содержание алюмосиликатов в керамике МК около 1 %, в ГБ-7 – 8...9 % и в УФ-46 – ~30 %. Стеатитовые керамические материалы СК-1 и СНЦ близки по химическому составу. Они содержат кристаллофазу  $\text{MgO} \cdot \text{SiO}_2$  (60...65 %, размер зерен – 3...6 мкм) и алюмосиликатную стеклофазу – 35...40 % [1, 2].

Результаты измерений скоростей распространения упругих волн продольного  $v_l$  и крутильного  $v_t$  типов в керамиках разных марок представлены в табл. 1. Измерения скоростей  $v_l$  производились на частотах ~100 кГц, а  $v_t$  – на частотах ~75 кГц. Монотонность изменения с температурой скоростей упругих волн у всех рассматриваемых материалов означает, что в исследуемом диапазоне температур керамики не испытывают полиморфных превращений. Скорости монотонно возрастают с понижением температуры и с увеличением содержания кристаллической фазы. Быстрота изменения скорости распространения упругих волн с температурой тем выше, чем больше концентрация в керамике кристаллофазы. В близких по химическому и фазовому составу стеатитовых керамиках СК-1 и СНЦ оказались близкими по величине скорости упругих волн. Затухание ультразвуковых волн в керамиках увеличивалось с ростом температуры. Логарифмический декремент затухания  $\delta$ , оцененный на частоте ~100 кГц в области температур 100...300 К, монотонно изменялся в пределах  $(2,0...4,5) \cdot 10^{-4}$  для керамики марки МК;  $(3,0...4,5) \cdot 10^{-4}$  – ГБ-7;  $(4,2...5,0) \cdot 10^{-4}$  – УФ-46 и  $(2,0...5,1) \cdot 10^{-4}$  – СК-1 и СНЦ.