

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ РЕЗАНИИ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ ПРОЦЕССА СЖАТИЯ

Г. Л. КУФАРЕВ, В. А. ГОВОРУХИН

(Представлена научным семинаром кафедры «Станки и резание металлов»)

В работе [1] доказано, что для процесса резания (плоское деформированное состояние) и процесса сжатия (линейное напряженное состояние) имеет место единая кривая течения, построенная в координатах интенсивность напряжения (σ_i) — интенсивность деформации (e_i). Совпадение этих кривых течения наблюдается во всех случаях резания на микроскоростях, когда температурно-скоростной режим процесса деформирования при резании можно считать совпадающим с таковым при сжатии, а так же в тех случаях резания с высокой скоростью, когда связь $\sigma_i = f(e_i)$ в конечной стадии деформирования удовлетворяет уравнению линии течения при сжатии. Обычно такое совпадение имеет место при значениях e_i близких к 1,5.

Наличие доказательства совпадения кривых течения при сжатии и резании позволяет для этих случаев дать новую трактовку вопроса определения максимального касательного напряжения при резании на основе удельной работы деформации.

Для сжатия удельная работа определится площадью АБГ, ограниченной кривой течения в координатах сжимающее напряжение (σ_{1c}) наибольшая главная деформация ($e_{1c} = \ln \frac{h_0}{h}$, где h_0 и h — начальная и текущая высота образца). На фиг. 1а приведен график такой зависимости для латуни Л62. Для схемы простого сдвига, которая описывает процесс деформации при резании, удельная работа определяется площадью АНК на фиг. 1б. Здесь, τ_p — максимальное касательное напряжение, γ_p — максимальный относительный сдвиг. Как показал Е. Г. Осипов [2], в процессе простого сдвига максимальный относительный сдвиг равен истинному: $\gamma_p = g_p = 2e_{1p}$, где e_{1p} — величина наибольшей главной деформации.

Поскольку при сжатии $\sigma_i = \sigma_{1c}$ и $e_i = e_{1c}$, то график на фиг. 1а представляет собой и кривую течения $\sigma_i = f(e_i)$, которая является единой для сжатия и резания. Единство кривой течения $\sigma_i = f(e_i)$, и связи между напряжениями σ_i и τ , а также между различными

характеристиками деформаций позволяют записать следующие выражения:

$$\sigma_i = 2\tau_c = \sqrt{3}\tau_p; \quad \tau_p = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

τ_c, τ_p — максимальные касательные напряжения при сжатии и резании;

$$e_i = e_{1c} = \ln \frac{h_0}{h} = \frac{2}{\sqrt{3}} e_{1p}; \quad e_{1p} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \frac{h_0}{h}$$

e_{1c}, e_{1p} — наибольшие главные истинные деформации при сжатии и резании;

$$g_c = 1,5 e_{1c} = 1,5 \ln \frac{h_0}{h}; \quad g_p = 2e_{1p} = \sqrt{3} \ln \frac{h_0}{h} \quad (2)$$

g_c, g_p — истинные сдвиги при сжатии и резании. Проф. А. М. Розенберг [3], предложил следующую аппроксимацию кривой течения

$$\sigma_{1c} = B \cdot g_c^\kappa \quad (3)$$

B — величина σ_{1c} при $g_c = 1$, причем величину истинного сдвига он принимал за относительный сдвиг.

Аналогичными зависимостями хорошо аппроксимируются кривые течения в других координатах.

$$\sigma_i = D \cdot e_i^\kappa \quad (4), \quad D — величина \sigma_i \text{ при } e_i = 1$$

$$\tau_p = E \cdot g_p^\kappa \quad (5), \quad E — величина \tau_p \text{ при } g_p = 1$$

Подтверждением этому являются представленные на фиг. 2 экспериментальные зависимости, полученные при сжатии латуни Л62. При построении зависимости $\tau_p = f(g_p)$ эти величины определялись по уравнениям (1) и (2).

Характерным оказывается то, что показатель степени при характеристике деформации в каждом из уравнений (3), (4) и (5) оказался неизменным.

Имея эти уравнения можно рассчитать и удельную работу. При сжатии (фиг. 1а):

$$\begin{aligned} A_{w_c} &= \int_{e_{i0}}^{e_i} \sigma_i \cdot de_i = \int_{e_i}^{e_i} D \cdot e_i^\kappa \cdot de_i = D \cdot \int_{\ln \frac{h_0}{h_0}}^{\ln \frac{h_0}{h}} \left(\ln \frac{h_0}{h} \right)^\kappa \cdot d \left(\ln \frac{h_0}{h} \right) = \\ &= \frac{D}{\kappa + 1} \left(\ln \frac{h_0}{h} \right)^{\kappa+1} = \frac{D \cdot e_i^{\kappa+1}}{\kappa + 1} = \frac{\sigma_i \cdot e_i}{\kappa + 1} \end{aligned} \quad (6)$$

При резании (фиг. 1б):

$$\begin{aligned} A_{w_p} &= \int_{g_{p0}}^{g_p} \tau_p \cdot dg_p = \int_{g_p}^{g_p} E \cdot g_p^\kappa \cdot dg_p = \\ &= E \cdot \int_{\ln \frac{h_0}{h_0}}^{\ln \frac{h_0}{h}} \left(\sqrt{3} \ln \frac{h_0}{h} \right)^\kappa \cdot d \left(\sqrt{3} \ln \frac{h_0}{h} \right) = \\ &= \frac{E \cdot \left(\sqrt{3} \cdot \ln \frac{h_0}{h} \right)^{\kappa+1}}{\kappa + 1} = \frac{E \cdot g_p^{\kappa+1}}{\kappa + 1} = \frac{\tau_p \cdot g_p}{\kappa + 1} \end{aligned} \quad (7)$$

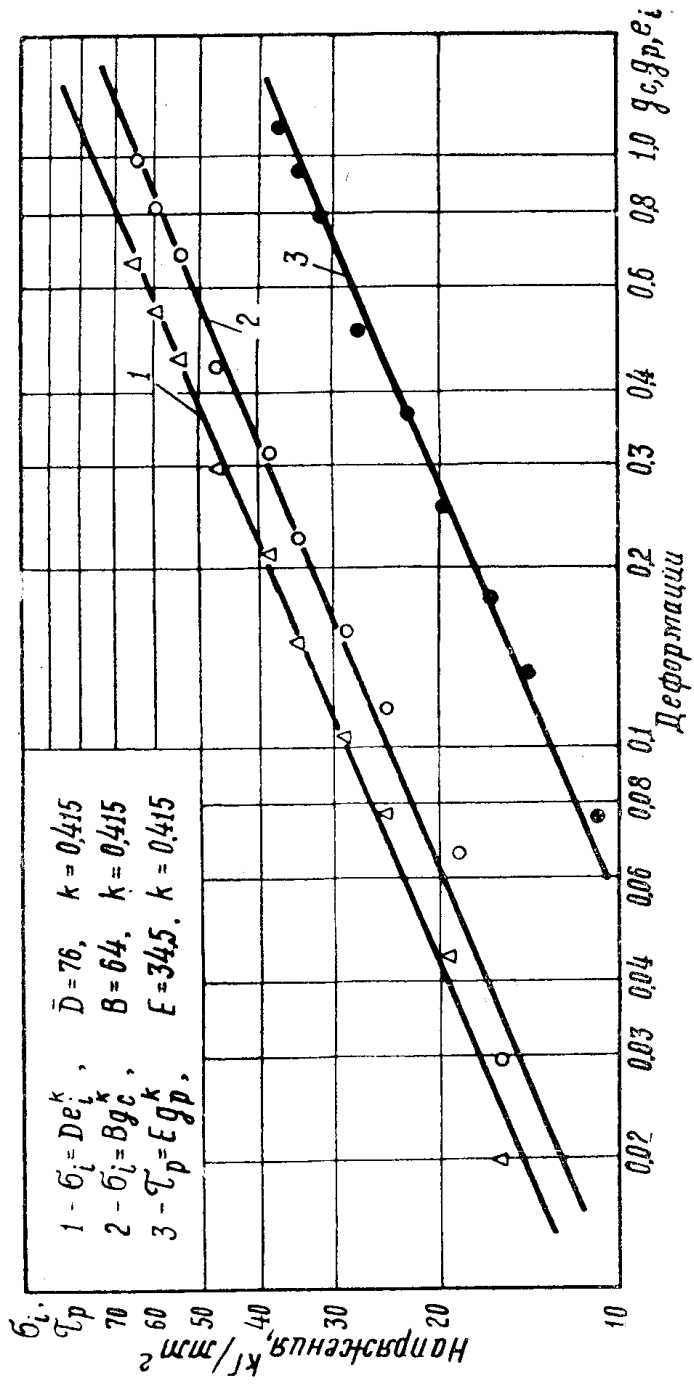


Рис. 2. Аппроксимация кривых течения при сжатии и резании латуни Л62

Нетрудно убедиться, что в случае совпадения кривых течения при сжатии и резании, когда τ_p и g_p определяются уравнениями (1) и (2)

$$A_{w_p} = A_{w_c}; \quad \frac{\tau_p \cdot g_p}{\kappa + 1} = \frac{\sigma_i \cdot e_i}{\kappa + 1} \quad (8)$$

А. М. Розенберг определял удельную работу при резании произведением $\tau_p \cdot g_p$, хотя из уравнения (7) следует, что это будет справедливо лишь при $\kappa = 0$, т. е. при обработке идеально пластичного металла.

Тем не менее он дает экспериментальное подтверждение своих расчетов путем наложения экспериментальных точек, полученных при резании, на кривую $A_w = f(g_c)$, построенную по опытам сжатия. При этом истинный сдвиг при резании g_p принимался равным относительному и рассчитывался по формуле:

$$g_p = \frac{\xi^2 - 2\xi \cdot \sin \gamma + 1}{\xi \cdot \cos \gamma};$$

где ξ — усадка стружки по ее толщине,
 γ — передний угол реза.

Касательное напряжение определялось по силам резания, записанным динамометром:

$$\tau_p = \frac{P_z \cdot \cos(\Phi + \omega) \cdot \sin \Phi}{a \cdot b \cdot \cos \omega}$$

здесь: P_z — главная составляющая силы резания;
 Φ — угол, определяющий направление сдвига при резании, относительно направления скорости резания;
 ω — угол, определяющий направление равнодействующей силы относительно направления скорости резания;
 a, b — толщина и ширина срезаемого слоя.

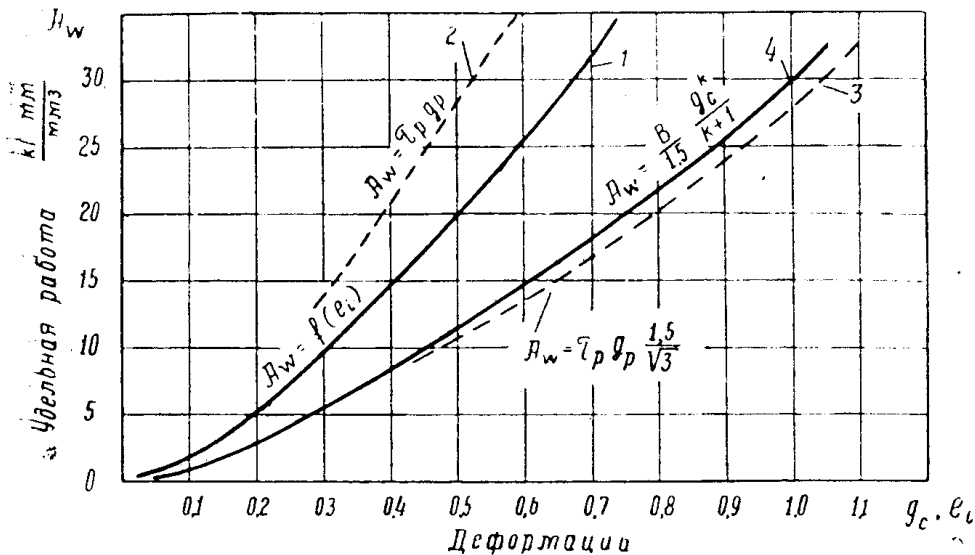


Рис. 3. Сравнение удельной работы при резании и сжатии латуни Л62.

Таким образом τ_p и g_p были определены правильно, однако удельная работа, определяемая произведением $\tau_p \cdot g_p$, превышала действительную, определяемую уравнением (7) в $(\kappa + 1)$ раз. Это хорошо иллюстрируется кривыми 1 и 2 на фиг. 3, построенными

в координатах $A_w = f(e_i)$, из которых первая соответствует опытам по сжатию (уравнение 6), а вторая проведена по экспериментальным точкам, полученным при резании.

А. М. Розенберг сопоставлял удельные работы при резании и сжатии следующим образом:

$$\tau_p \cdot g_p = \frac{B \cdot g_c^{\kappa+1}}{1,5(\kappa+1)} = \frac{B \cdot g_c^\kappa \cdot g_c}{1,5(\kappa+1)} = \frac{\sigma_i \cdot g_c}{1,5(\kappa+1)} \quad (9)$$

При этом предполагалось, что это равенство соблюдается при условии $g_p = g_c$. Последнее условие, как это следует из уравнения (2), будет соблюдено, если уменьшить фактическое значение деформации в левой части уравнения (9) в $\frac{1,5}{\sqrt{3}}$ раз. Следовательно,

А. М. Розенбергом фактически проверялось не уравнение (9), а равенство

$$\frac{1,5}{\sqrt{3}} \tau_p \cdot g_p = \frac{\sigma_i \cdot g_c}{1,5(\kappa+1)} \quad (10)$$

Заменив $\tau_p = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}$ и положив $g_p = g_c$ получим:

$$\frac{1,5}{3} = \frac{1}{1,5(\kappa+1)} \quad \text{или} \quad 1 = \frac{1,33}{\kappa+1}$$

Таким образом, в принятых координатах $A_w = f(g_c)$ при $g_p = g_c$ имеем

$$A_{w_p} = \tau_p \cdot g_p = A_{w_c} \cdot \frac{1,33}{\kappa+1} \quad (11)$$

Очевидно, что равенство (11) выполняется лишь в случае, когда $\kappa = 0,33$. Если $\kappa > 0,33$, кривая $\tau_p \cdot g_p = f(g_p)$ расположится ниже кривой сжатия (смотри кривую 3 и 4 на фиг. 3). При $\kappa < 0,33$ картина получается обратной. Для шести сталей, для которых величина κ колебалась от 0,09 до 0,385 [3] А. М. Розенберг должен был получить погрешности в определении удельной работы при резании в пределах от +12 до -4 %.

В соответствии с уравнением (9) и приравняв $g_p = g_c$ А. М. Розенберг предлагает определять касательное напряжение при резании по формуле:

$$\tau_p = \frac{B \cdot g_p^\kappa}{1,5(\kappa+1)} \quad (12)$$

Это уравнение, хотя и получено при неправильных предпосылках, дает значения, близкие к действительным. Покажем это. Превращение справедливого равенства

$$\frac{\tau_p \cdot g_p}{(\kappa+1)} = \frac{B \cdot g_c^{\kappa+1}}{1,5(\kappa+1)}$$

или иначе

$$\tau_p = \frac{B \cdot g_c^{\kappa+1}}{1,5(\kappa+1)} \cdot \frac{(\kappa+1)}{g_p} = \frac{B \cdot g_c^\kappa \cdot g_c \cdot (\kappa+1)}{1,5(\kappa+1) \cdot g_p} \quad (13)$$

в уравнение (12) требует следующих действий:

1. Необходимо разделить уравнение (13) на $\kappa+1$. Это сделано автором при выводе уравнения удельной работы при резании.

2. Сократить величины g_p и g_c , не равные между собой. При этом в скрытом виде вводится коэффициент $\frac{\sqrt{3}}{1,5}$, т. к. сокращение возможно лишь при условии

$$g_c \cdot \sqrt{3} = g_p \cdot 1,5$$

3. Заменить величину g_c^κ величиной g_p^κ . Это опять возможно лишь при введении коэффициента $\left(\frac{\sqrt{3}}{1,5}\right)^\kappa$.

Таким образом, получая уравнения (12), А. М. Розенберг в скрытом виде вводит коэффициент $\left[\frac{\sqrt{3}}{1,5(\kappa+1)}\right]^{\kappa+1}$. Этот коэффициент не равен единице, но близок к ней.

При	$\kappa = 0,1$	он равен	1,06
	$\kappa = 0,2$		0,985
	$\kappa = 0,4$		0,875

а следовательно и касательное напряжение, определенное по уравнению (12), будет при различных значениях колебаться около его действительного значения, оказываясь равным ему лишь при одном частном значении κ . Это можно показать и другим путем. Уравнение (12) есть не что иное, как аппроксимация кривой течения в координатах $\tau_p = f(g_p) - (5)$. Следовательно, коэффициенты, стоящие в этих уравнениях перед g_p^κ должны быть равны:

$$E = \frac{B}{1,5(\kappa+1)}$$

Проверим это уравнение при $\sigma_{i_p} = \sigma_{i_c}$ и $e_{i_p} = e_{i_c}$

$$\frac{\sigma_i}{1,5(\kappa+1)g_c^\kappa} = \frac{\tau_o}{g_p^\kappa} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3} \cdot g_p^\kappa}; \quad \frac{1}{1,5(\kappa+1) \cdot (1,5 \cdot e_i)^\kappa} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}^\kappa \cdot e_i^\kappa}$$

$$1 = \frac{1}{\kappa+1} \left(\frac{\sqrt{3}}{1,5}\right)^{\kappa+1}$$

Таким образом, левая и правая части этого уравнения не равны друг другу и их отношение определяется тем же коэффициентом, который был получен ранее. Поскольку уравнение (8) не таит в себе недостатков, присущих выражению (11), и идеально выполняется при единстве кривой течения $\sigma_i = f(e_i)$ при резании и сжатии, то именно оно должно быть использовано при определении максимального напряжения при резании по характеристикам процесса сжатия. Из уравнения (8) следует:

$$\tau_p = \frac{\sigma_i \cdot e_i}{g_p} = \frac{D \cdot e_i^\kappa \cdot g_o}{\sqrt{3} \cdot g_p} = \frac{D \cdot g_p^\kappa}{\sqrt{3}^{\kappa+1}} \quad (14)$$

Здесь,

$$g_p = \text{ctg } \Phi + \text{tg } (\Phi - \gamma) = \frac{\xi^2 - 2\xi \cdot \sin \gamma + 1}{\xi \cdot \cos \gamma}$$

Уравнение (14) можно получить не прибегая к равенству удельных работ (8). Общеизвестно [4], что удельная работа пластической деформации пропорциональна интенсивности напряженного состояния.

Следовательно, равенство $\sigma_{i_p} = \sigma_{i_c}$ уже отражает условие равенства удельных работ при резании и сжатии.

$$\tau_p = \frac{\sigma_{i_p}}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_{i_c}}{\sqrt{3}} = \frac{D \cdot e_i^\kappa}{\sqrt{3}} = \frac{D \cdot g_p^\kappa}{\sqrt{3^{\kappa+1}}}$$

В заключение следует еще раз подчеркнуть, что определение τ_p по характеристикам процесса сжатия возможно лишь в случае единой кривой течения для этих процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Л. Куфарев, В. А. Говорухин. «О совпадении кривых течения в процессах резания и сжатия», Известия ТПИ, в печати.
2. В. Г. Осипов. «О характеристиках конечных деформаций», Сб. «Проблемы металлургии», М., 1953 г.
3. Под ред. А. М. Розенберга. «Резание металлов и инструмент». Машиностроение, М., 1964 г.
4. Н. М. Беляев. «Сопротивление материалов», ОГИЗ, М-Л, 1945.