

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА С ЗОЛОТНИКОМ Г68-1

Э. Г. ФРАНК

(Представлена научным семинаром кафедры горных машин и рудничного транспорта)

Исследование динамики привода как линейной системы не всегда приемлемо, так как оно не позволяет учесть **существенные нелинейности**, свойственные гидравлическим приводам. Кроме того, учет основных параметров, влияющих на динамику электрогидравлического привода, приводит к дифференциальным уравнениям высокого порядка, что также затрудняет анализ обычными математическими методами.

В данной работе приведены дифференциальные уравнения электрогидравлического **следающего привода** с учетом сжимаемости жидкости в основных магистралях, гидродинамической силы на золотнике; нелинейной характеристики трения в нагрузке и масс подвижных элементов системы; рассмотрена электронная модель для исследования этих уравнений; приведены и сопоставлены с экспериментом результаты моделирования.

На рис. 1 представлена схема экспериментального привода.

Золотник Г68-13, принцип работы которого известен [4], управляет движением гидромотора МГ-153а (позиция 1). На валу 6, соединенном с валом гидромотора через тензометрический динамометр 2, смонтированы сменные диски 5 и диск фрикционного тормоза 3. Насос нагрузки 7 предусмотрен для создания постоянного момента нагрузки.

Силовая насосная станция включала два насоса НП-26, а в системе управления использовалась насосная станция НС-3.

Электрические сигналы управления на вход золотника Г68-13 подавались от низкочастотного генератора НГПК-3М.

В качестве датчика обратной связи по угловой координате вала гидромотора использовался потенциометр 4.

Суммирование сигнала управления и сигнала обратной связи производилось усилителем постоянного тока УПТ.

При экспериментальных исследованиях регистрировались следующие величины: сигнал управления  $I_t$ , сигнал обратной связи  $\varphi_{K_0}$ , пропорциональный угловой координате  $\varphi$  вала 6, давление  $P_y$  управления, координата  $y$  золотника, давление на входе  $P_0$ ; давления  $P_1$  и  $P_2$ , подведенные к гидромотору, и движущий момент  $M_d$ , развиваемый гидромотором.

Принимая гидравлические потери в магистралях и местных сопротивлениях незначительными, коэффициенты расходов постоянными, а также не учитывая волновые процессы в связи с малой протяженностью

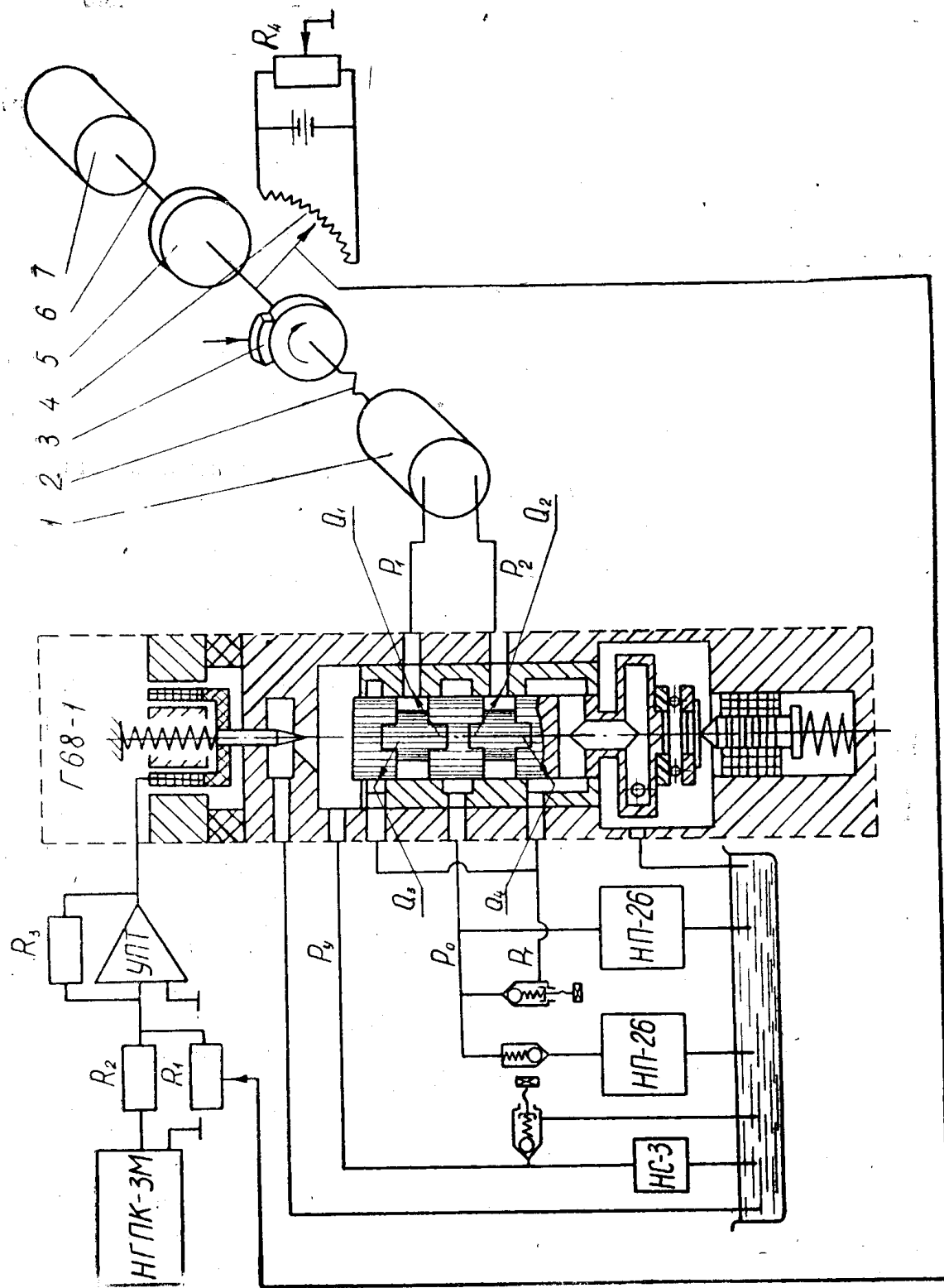


Рис. 1. Схема экспериментального электрогидравлического привода с золотником Г68-1.

трубопроводов, динамические процессы в рассматриваемом следящем приводе могут быть описаны следующей системой уравнений:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \rho_u \frac{dx}{dt} + (C + \beta)x + \Delta P_y F_u^0 = Ik; \quad (1)$$

$$\mu_u (f_u^0 - \Delta f_u) \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_y^0 + \Delta P_y} + F_3 \frac{dy}{dt} + k_p W \frac{dP_y}{dt} = Q_y; \quad (2)$$

$$\rho_3 \frac{dy}{dt} + c_3 y + \beta_3 \frac{d\varphi}{dt} = \Delta P_y F_3; \quad (3)$$

$$(y^0 + y) \mu b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_0 - P_1} - \sigma_1 P_1 - \sigma_{1-2} (P_1 - P_2) - \quad (4)$$

$$- k_{p_1} W_1 \frac{dP_1}{dt} = q_0 \frac{d\varphi}{dt};$$

$$(y^0 + y) \mu b \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{P_2 - P_T} + \sigma_2 P_2 - \sigma_{1-2} (P_1 - P_2) - \quad (5)$$

$$- k_{p_2} W_2 \frac{dP_2}{dt} = q_0 \frac{d\varphi}{dt};$$

$$I_M \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_n + F \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) = \psi (P_1 - P_2); \quad (6)$$

$$I_t - \varphi k_0 = I, \quad (7)$$

где  $x$  — координата иглы;  
 $m$  — масса иглы;  
 $\rho_u$  — коэффициент вязкого трения иглы;  
 $c$  — жесткость пружины иглы;  
 $\beta$  — коэффициент, учитывающий приращение осевой силы на игле, равной  $P_y^0 \Delta F_u$ ;  
 $\Delta F_u$  — приращение площади поперечного сечения конического участка иглы;  
 $P_y^0$  — давление в магистрали управления при обесточенной катушке;  
 $\Delta P_y$  — приращение давления в магистрали управления;  
 $F_u^0$  — площадь поперечного сечения конического участка иглы, на которую воздействует давление  $P_y^0$  в среднем положении золотника;  
 $I$  — ток в катушке иглы;  
 $k$  — коэффициент пропорциональности между током  $I$  и осевой силой, развиваемой катушкой;  
 $\mu_u$  — коэффициент расхода через рабочее окно магистрали управления;  
 $f_u^0$  — площадь рабочего окна магистрали управления при обесточенной катушке;  
 $\Delta f_u$  — приращение площади рабочего окна магистрали управления;

$$\Delta f_u = k_u x; \quad k_u = \frac{2 \sqrt{\pi F_u^0}}{\sin \frac{\alpha}{2} \left( 1 + C \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right)};$$

- $\alpha$  — угол конуса иглы;  
 $\rho$  — плотность рабочей жидкости;  
 $Q_y$  — расход насоса управления;  
 $F_3$  — площадь торца золотника;  
 $k_p$  — коэффициент податливости магистрала управления;  
 $W$  — объем магистрала управления;  
 $\rho_3$  — коэффициент вязкого трения золотника;  
 $y$  — координата золотника;  
 $c_3$  — жесткость пружины золотника;  
 $\beta_3$  — коэффициент осевой гидродинамической силы, действующей на золотник;  
 $\varphi$  — угловая координата вала гидромотора;  
 $q_0$  — рабочий объем гидромотора;  
 $y^0$  — осевое открытие золотника в нейтральном положении;  
 $\mu$  — коэффициент расхода через окна золотника;  
 $b$  — длина кромки рабочих окон золотника;  
 $P_1$  и  $P_2$  — давления, подведенные к гидромотору;  
 $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — коэффициенты утечек из соответствующих полостей гидромотора;  
 $\sigma_{1-2}$  — коэффициент утечек в механизме распределения гидромотора;  
 $k_{p1}$  и  $k_{p2}$  — коэффициенты податливости соответствующих полостей гидромотора;  
 $W_1$  и  $W_2$  — объемы соответствующих полостей гидромотора;  
 $I_M$  — момент инерции вращающихся частей, приведенный к валу гидромотора;  
 $M_H$  — постоянный момент нагрузки;  
 $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$  — релейная функция трения;  
 $\psi$  — коэффициент пропорциональности между перепадом давления на гидромоторе и развиваемым моментом;  
 $I_t$  — сигнал управления;  
 $k_0$  — коэффициент усиления в обратной связи.

После несложных преобразований и общепринятой линеаризации подкоренных выражений представим уравнения (1) — (7) к форме, удобной для моделирования:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = a_1x - a_2 \frac{dy}{dt} - a_3y - a_4 \frac{d^2\varphi}{dt^2} - a_5 \frac{d\varphi}{dt}; \quad (8)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = b_1I_t - b_2 \frac{dx}{dt} - b_3x - b_4 \frac{dy}{dt} - b_5y - b_6 \frac{d\varphi}{dt} - b_7\varphi; \quad (9)$$

$$\frac{dU_1}{dt} = c_1 - c_2 \frac{d\varphi}{dt} + c_3y - c_4U_1 - c_5yU_1; \quad (10)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = d_1 - d_2 \frac{d\varphi}{dt} + d_3y - d_4U_2 - d_5yU_2; \quad (11)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\psi}{I_M} U_1 + \frac{\psi}{I_M} U_2 - \frac{M_H}{I_M} - \frac{F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}{I_M}. \quad (12)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{k_H F_3 Q_y}{f_H \rho_3 k_P W}; \quad a_2 = \frac{c_3}{\rho_3} + \frac{Q_y}{2P_y k_P W} + \frac{F_3^2}{\rho_3 k_P W};$$

$$\begin{aligned}
a_3 &= \frac{\epsilon_3 Q_y}{2P_y^0 \rho_3 k_P W}; & a_4 &= \frac{\beta_3}{\rho_3}; & a_5 &= \frac{\beta_3 Q_y}{2P_y^0 \rho_3 k_P W}; \\
b_1 &= \frac{k}{m}; & b_2 &= \frac{\rho_n}{m}; & b_3 &= \frac{\epsilon + \beta}{m}; & b_4 &= \frac{\rho_3 F_n^0}{m F_3}; \\
b_5 &= \frac{c_3 F_n^0}{m F_3}; & b_6 &= \frac{\beta_3 F_n^0}{m F_3}; & b_7 &= \frac{k_0 k}{m}; \\
c_1 &= \frac{Q_1 - \sigma_1 P_1^0}{k_{P1} W_1}; & c_2 &= \frac{q_0}{k_{P1} W_1}; & c_3 &= \frac{Q_1}{y^0 k_{P1} W_1}; \\
c_4 &= \frac{Q_1}{2(P_0 - P_1^0) k_{P1} W_1} + \frac{\sigma_1 + \sigma_{1-2}}{k_{P1} W_1}; & c_5 &= \frac{Q_1}{2y^0 (P_0 - P_1^0) k_{P1} W_1}; \\
d_1 &= \frac{Q_4 + \sigma_2 P_0^2}{k_{P2} W_2}; & d_2 &= \frac{q_0}{k_{P2} W_2}; & d_3 &= \frac{Q_4}{y^0 k_{P2} W_2}; \\
d_4 &= \frac{Q_4}{2(P_2^0 - P_T) k_{P2} W_2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_{1-2}}{k_{P2} W_2}; \\
d_5 &= \frac{Q_4}{2y^0 (P_2^0 - P_T) k_{P2} W_2}.
\end{aligned}$$

- $P_T$  — давление на сливе перед турбинкой золотника;  
 $U_1$  и  $U_2$  — приращения давления в соответствующих полостях гидромотора;  
 $P_1^0$  и  $P_2^0$  — давления в полостях гидромотора в нейтральном положении золотника;  
 $Q_1$  и  $Q_4$  — расход жидкости через соответствующие рабочие окна в нейтральном положении золотника.

На рис. 2 представлена блок-схема моделирования системы уравнений (8) — (12). При наборе данной схемы на электронной модели ЭМУ-10 использовались блоки перемножения и блок нелинейности. Полученная схема моделирования позволяет проследить взаимосвязи между элементами привода и исследовать качественно и количественно влияние их параметров и характера нагрузок на динамические характеристики привода.

На основе рассмотренной блок-схемы было проведено исследование системы дифференциальных уравнений с подстановкой параметров и коэффициентов реального привода.

На рис. 3 представлены характеристики переходного процесса при одном из сочетаний параметров привода, полученных экспериментально (сплошные линии) и на модели (штриховые линии). Хорошее совпадение переходного процесса на экспериментальной и математической модели показывает, что при математическом описании были правильно учтены основные процессы, происходящие при работе системы, и позволяет результаты исследования математической модели использовать для улучшения реального привода. При моделировании были получены осциллограммы, характеризующие влияние коэффициента обратной связи  $k_0$ , постоянного момента нагрузки  $M_n$ , момента трения в нагрузке  $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ , момента инерции масс  $I_m$ , жесткости пружины иглы  $c$ , коэффициента гидродинамических сил на золотнике  $\beta_3$ , сжимаемости жидкости в плоскости управления  $k_P$ , а также в полостях гидромотора  $k_{P1}$

и  $k_{p2}$  и массы иглы  $m$  на характер переходного процесса. Была исследована возможность улучшения динамических характеристик введением дополнительных обратных связей по приращению давления  $U_1$  в одной из полостей гидромотора, по перепаду давления  $(U_1+U_2)$  на гидромоторе, по угловой скорости  $\frac{d\varphi}{dt}$  вала гидромотора и по координате  $y$  золотника.

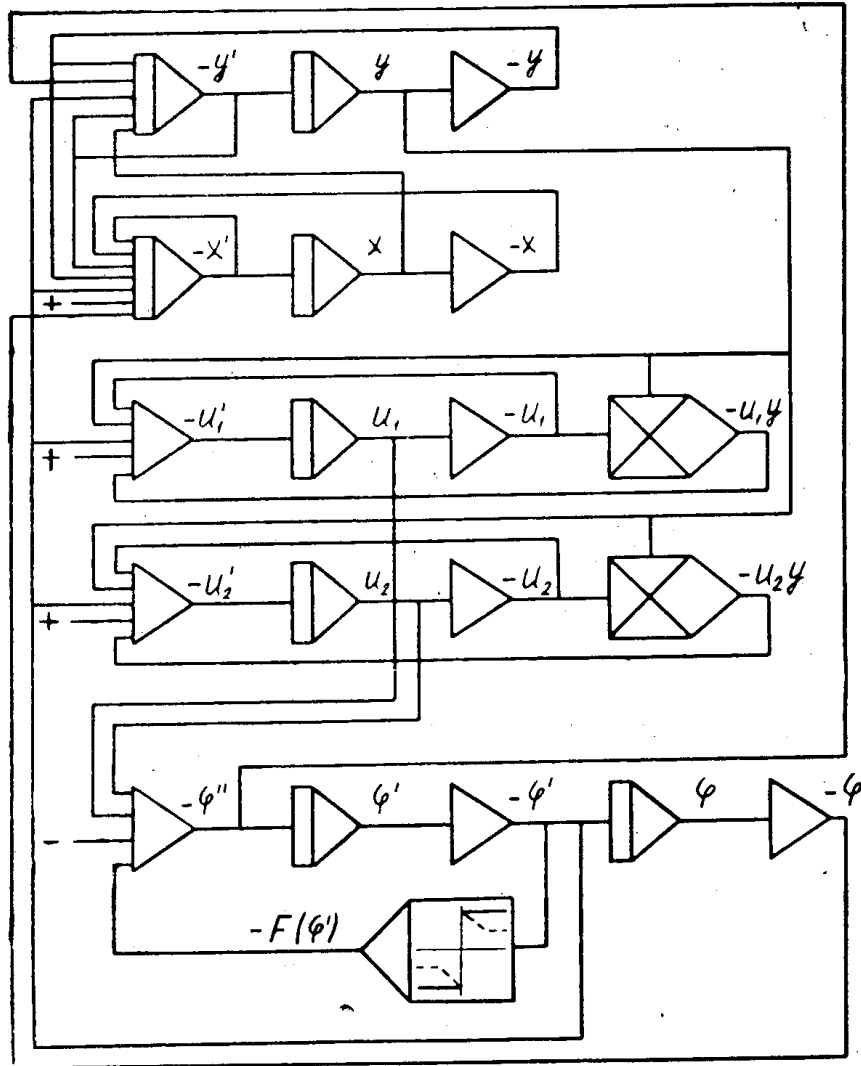


Рис. 2. Блок-схема моделирования электрогидравлического следящего привода

На рис. 4 приведены примеры осциллограмм, из которых видно влияние момента трения в нагрузке  $F\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ , момента инерции  $I_M$ , сжимаемости жидкости  $k_{p1}$  и  $k_{p2}$  и жесткости пружины иглы  $c$  на характер переходного процесса изменения угла вала гидромотора.

Было показано влияние функции момента трения от скорости вращения вала гидромотора на устойчивость привода. Зона устойчивости привода с моментом трения, не зависящим от скорости вращения вала гид-

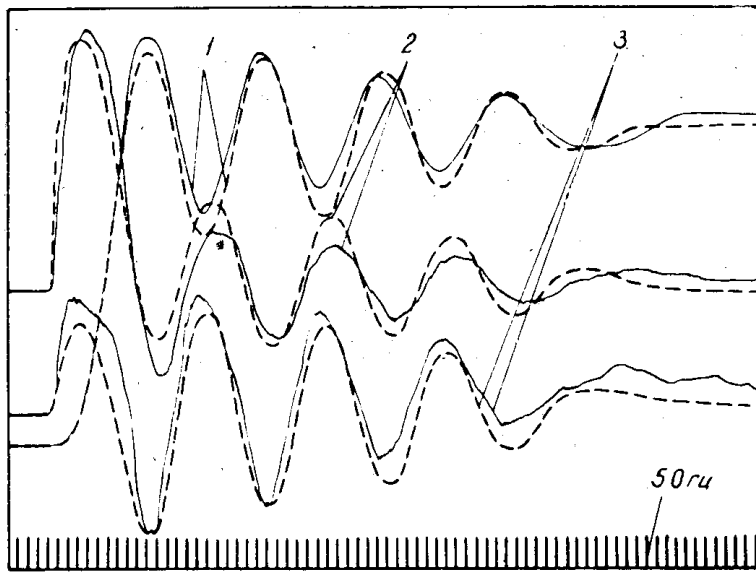


Рис. 3. Характеристики переходного процесса привода: 1 — угловая координата вала гидромотора  $\varphi$ ; 2 — координата золотника  $y$ ; 3 — давление в одной из полостей гидромотора  $p_2$

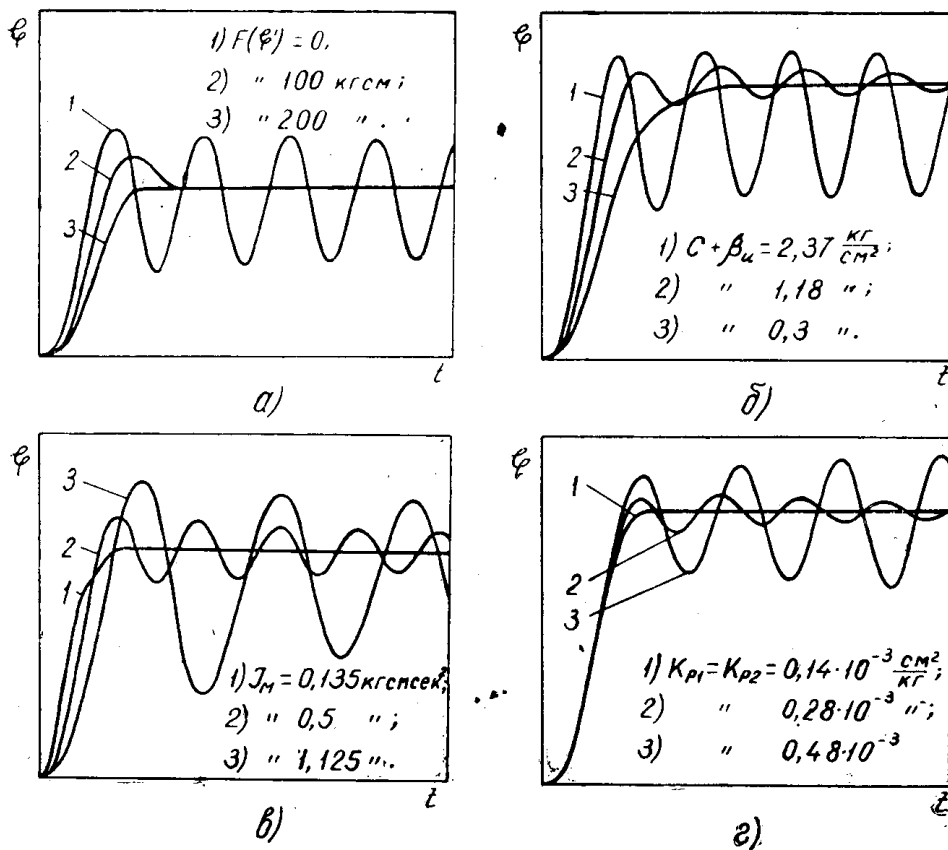


Рис. 4. Влияние некоторых параметров привода на характеристику переходного процесса: а — момента трения  $F \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)$  ; б — жесткости пружины иглы с; в — момента инерции масс  $I_M$ ; г — сжимаемости жидкости в полостях гидромотора  $K_{p1}$ ;  $K_{p2}$

ромотора (релейная функция), значительно больше, чем с нелинейным падающим участком функции трения от скорости, смоделированной при помощи кусочно-линейной аппроксимации.

Это указывает на необходимость учета реальной зависимости сил трения от скорости исполнительных органов при исследованиях и проектировании подобных систем.

Исследование влияния дополнительных обратных связей показало, что наибольший эффект улучшения характера переходного процесса дает отрицательная обратная связь по перепаду давления ( $U_1 + U_2$ ) на гидромоторе и положительная обратная связь по координате золотника  $y$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Балкин д. Динамические свойства электрогидравлического привода с обратной связью по скорости исполнительного механизма. Сборник статей. «Пневмо- и гидроавтоматика» под ред. проф. Айзермана М. А., Изд. «Наука», 1964.
2. А. М. Банштык, Л. И. Радовский, Б. Г. Турбин. Вывод дифференциальных уравнений и исследование методом математического моделирования динамических характеристик электрогидравлического следящего привода. Сборник статей «Пневмо- и гидроавтоматика» под ред. проф. Айзермана М. А., Изд. «Наука», 1964.
3. П. К. Зауервальд, Е. М. Хаймович. Анализ результатов исследования высокоскоростной следящей системы. Сборник статей «Гидропривод и гидропневмоавтоматика», № 3, Изд. «Техника», Киев, 1968.
4. Г. И. Каменецкий. Следящие золотники для станков с программным управлением. «Станки и инструмент», № 5, 1961.
5. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. «Физматгиз». М., 1963.