ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 187 1974

ПОСТРОЕНИЕ НА АВМ ЛИНИЙ, ЛЕЖАЩИХ НА n-МЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

И. Г. ВИНТИЗЕНКО, В. А. ТАРТАКОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории)

Рассматриваются построения пространственных кривых на аналоговых вычислительных машинах. Для этого предлагается использовать поверхность, содержащую необходимую кривую, и дополнительные условия, характеризующие ее; метод неявных функций играет при этом главную роль. Подобные построения могут служить для воспроизведения на АВМ заданных функций, получения графической·информации, вычисления криволинейных интегралов и т. д.

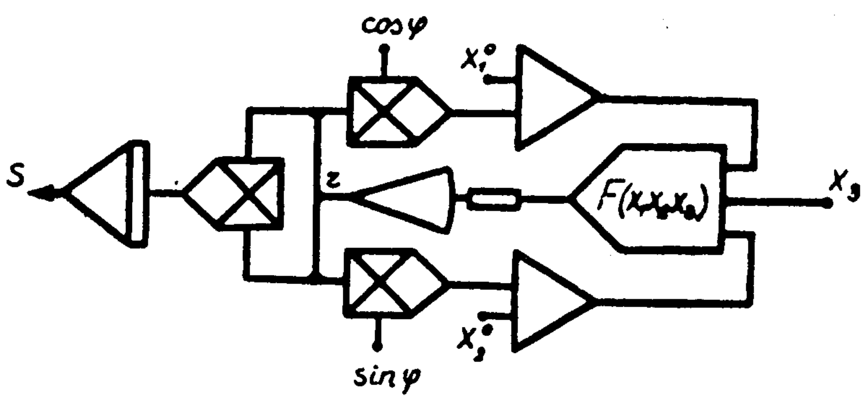

Рис. 1. Схема для получения эквипотенциалей и вычисления площади сечения

Пусть задана n-мерная поверхность $F(x_1 \ldots x_n)$ и точка $M_0(x_1^0 x_2^0 \ldots x_n^0)$, прямоугольные декартовы координаты текущей точки на поверхности $F(x_1 x_2 \ldots x_n)$ выразим так:

$$x_1 = x_1^0 + r\cos\varphi_1,$$
$$x_2 = x_2^0 + r\cos\varphi_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$x_n = x_n^0 + r\cos\varphi_n.$$

Здесь r — модуль n-мерного радиуса-вектора с началом в точке M_0, а φ — углы между $\bar{r}$ и координатными осями. Если $F(x_1 x_2 \cdots x_n)$ замкнута и точка M_0 внутри ее, то r всегда конечен. Если же $F(x_1 x_2 \cdots x_n)$ незамкнутая поверхность, то необходимо наложить ограничения на радиус-вектор: $|\bar{r}| \leqslant R$ — n-мерный шар. Таким образом, в любом случае мы получаем замкнутую вокруг точки M_0 поверхность и при любых наперед заданных φ_i мы будем иметь точку либо на поверхности $F(x_1x_2...x_n)$, либо на ограничивающей поверхности $|\vec{r}|=R$. Различать их можно по ошибке слежения, которая равна нулю, когда точка лежит на $F(x_1x_2...x_n)$, и не равна нулю, когда $|\vec{r}|=R$.

Важным является непрерывность соответствия множества точек кривой множеству значений углов φ_i. Если из точки $M_0(x_1^0x_2^0\cdots x_n^0)$ не «виден» участок кривой, то функции $z_i(t)$ терпят разрыв и этот участок будет пропущен. Чтобы избежать этого, M_0 заставляют двигаться по заранее выбранной $f(\varphi_1\varphi_2\cdots\varphi_n)$.

Вычисление площади плоской фигуры

Так как функция $r = r(\varphi)$ известна, то, полагая $\varphi = t$, получим:

$$S=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{T} r^2(t)dt. \quad (1)$$

Вычисление объема трехмерного тела $V(x_1x_2x_3)$

Известно, что

$$V = \int_{x_1^0}^{x_1} S(x_1)dx_1,$$

где $S(x_1)$ сечение $V(x_1x_2x_3)$ нормальное оси x_1. $S(x_1)$ определяем по (1). Если процесс вычисления площади сечения происходит значительно быстрее, чем интегрирование по $x_1=t$, и имеется схема управления, которая позволяет сбрасывать напряжение на выходе интегратора, вычисляющего $S(x_1)$ до нуля, когда $t=2\bar{\Lambda}n$, где $n=0, 1, 2...m$, то получим

$$V\simeq\int_{t_0}^{t}\left[\int_{0}^{2\bar{\Lambda}} r^2(t)\,dt\right]dt.$$

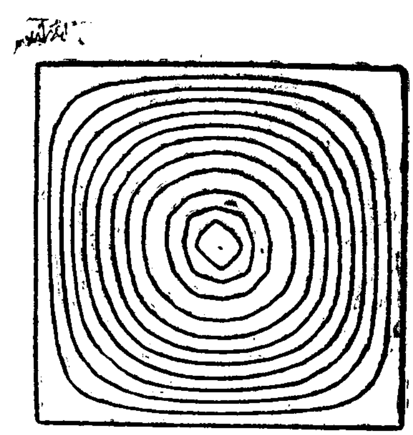

Рис. 2. Эквипотенциали функции $x_3=\cos x_1\cdot\cos x_2$

Неточность в вычислении объема будет, очевидно, преимущественно обусловлена числом циклов m вычисления S на интервал изменения $x_1(t)$.

Вычисление криволинейного интеграла

Криволинейный интеграл первого рода выражается так:

$$\int_h f(x_1x_2x_3)ds =\int_{t_0}^{t} f[x_1(t),x_2(t),x_3(t)]\sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2+\dot{x}_1^2}\, dt.$$

Для получения $\dot{r}$ и $\dot{x}_1$ используются дополнительные интеграторы, $\dot{\varphi}=\text{const}$.

Если интересным является лишь получение графической информации, то не имеет значения, как функции x_i зависят от времени, поэтому для обеспечения плавности движения регистрирующего элемента (пера

ДРП, луча индикатора) необходимо ввести стабилизацию модуля линейной скорости

$$|\dot{\bar{V}}| = \sqrt{\sum_{i}^{n} \dot{x}_i^2},$$

которая может быть достигнута неравномерным изменением углов φ_i во времени. Следует отметить, что точность получения $x_i\ (t)$ определяется в основном коэффициентом усиления следящего усилителя и погрешностью задания $F(x_1 x_2 \cdots x_n)$. Точность всех остальных элементов не имеет существенного значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стефан Банах. Дифференциальное и интегральное исчисление. Главное издательство физико-математической литературы. «Наука», М., 1966.
2. Леон Левин. «Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин». «Мир», М., 1966.