

ПОСТРОЕНИЕ НА АВМ ЛИНИЙ, ЛЕЖАЩИХ НА n-МЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

И. Г. ВИНТИЗЕНКО, В. А. ТАРТАКОВСКИЙ

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории)

Рассматриваются построения пространственных кривых на аналоговых вычислительных машинах. Для этого предлагается использовать поверхность, содержащую необходимую кривую, и дополнительные условия, характеризующие ее; метод неявных функций играет при этом главную роль. Подобные построения могут служить для воспроизведения на АВМ заданных функций, получения графической информации, вычисления криволинейных интегралов и т. д.

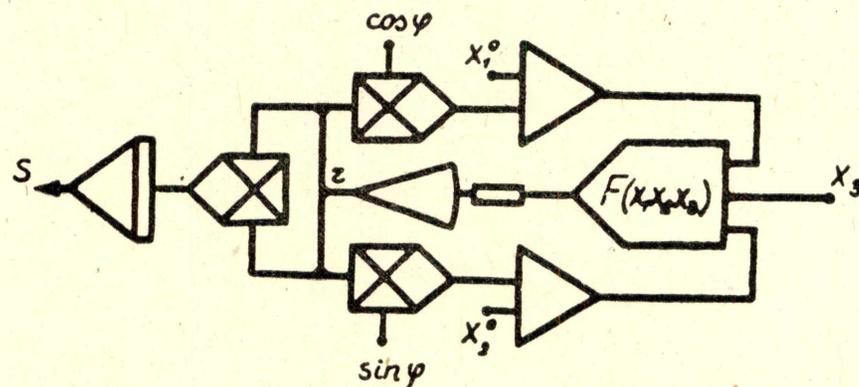


Рис. 1. Схема для получения эквипотенциалей и вычисления площади сечения

Пусть задана n -мерная поверхность $F(x_1 \dots x_n)$ и точка $M_0(x_1^0 x_2^0 \dots x_n^0)$, прямоугольные декартовы координаты текущей точки на поверхности $F(x_1 x_2 \dots x_n)$ выразим так:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1^0 + r \cos \varphi_1, \\ x_2 &= x_2^0 + r \cos \varphi_2, \\ &\dots \dots \dots \\ x_n &= x_n^0 + r \cos \varphi_n. \end{aligned}$$

Здесь r — модуль n -мерного радиуса-вектора с началом в точке M_0 , а φ — углы между r и координатными осями. Если $F(x_1 x_2 \dots x_n)$ замкнута и точка M_0 внутри ее, то r всегда конечен. Если же $F(x_1 x_2 \dots x_n)$ незамкнутая поверхность, то необходимо наложить ограничения на радиус-вектор: $|r| \leq R$ — n -мерный шар. Таким образом, в любом слу-

чае мы получаем замкнутую вокруг точки M_0 поверхность и при любых наперед заданных φ_i мы будем иметь точку либо на поверхности $F(x_1 x_2 \dots x_n)$, либо на ограничивающей поверхности $|\vec{r}| = R$. Различать их можно по ошибке слежения, которая равна нулю, когда точка лежит на $F(x_1 x_2 \dots x_n)$, и не равна нулю, когда $|\vec{r}| = R$.

Важным является непрерывность соответствия множества точек кривой множеству значений углов φ_i . Если из точки $M_0(x_1^0 x_2^0 \dots x_n^0)$ не «виден» участок кривой, то функции $z_i(t)$ терпят разрыв и этот участок будет пропущен. Чтобы избежать этого, M_0 заставляют двигаться по заранее выбранной $f(\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n)$.

Вычисление площади плоской фигуры

Так как функция $r = r(\varphi)$ известна, то, полагая $\varphi = t$, получим:

$$S = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T r^2(t) dt. \quad (1)$$

Вычисление объема трехмерного тела $V(x_1 x_2 x_3)$

Известно, что

$$V = \int_{x_1^0}^{x_1} S(x_1) dx_1,$$

где $S(x_1)$ сечение $V(x_1 x_2 x_3)$ нормальное оси x_1 . $S(x_1)$ определяем по (1). Если процесс вычисления площади сечения происходит значительно быстрее, чем интегрирование по $x_1 = t$, и имеется схема управления, которая позволяет сбрасывать напряжение на выходе интегратора, вычисляющего $S(x_1)$ до нуля, когда $t = 2\Lambda n$, где $n = 0, 1, 2, \dots, m$, то получим

$$V \cong \int_{t_0}^t \left[\int_0^{2\Lambda} r^2(t) dt \right] dt.$$

Неточность в вычислении объема будет, очевидно, преимущественно обусловлена числом циклов m вычисления S на интервал изменения $x_1(t)$.

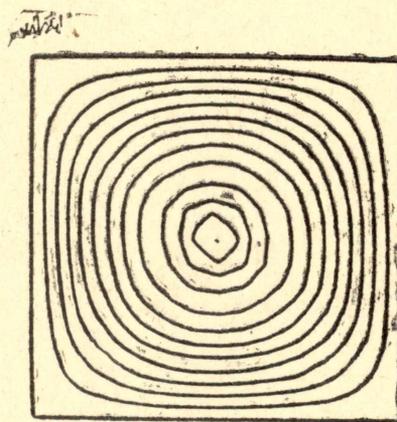


Рис. 2. Эквипотенциали функции $x_3 = \cos x_1 \cdot \cos x_2$

Вычисление криволинейного интеграла

Криволинейный интеграл первого рода выражается так:

$$\int_h^t f(x_1 x_2 x_3) ds = \int_{t_0}^t f[x_1(t), x_2(t), x_3(t)] \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{x}_1^2} dt.$$

Для получения \dot{r} и \dot{x}_1 используются дополнительные интеграторы, $\dot{r} = \text{const}$.

Если интересным является лишь получение графической информации, то не имеет значения, как функции x_i зависят от времени, поэтому для обеспечения плавности движения регистрирующего элемента (пера

ДРП, луча индикатора) необходимо ввести стабилизацию модуля линейной скорости

$$|\bar{V}| = \sqrt{\sum_i^n \dot{x}_i^2},$$

которая может быть достигнута неравномерным изменением углов φ_i во времени. Следует отметить, что точность получения $x_i(t)$ определяется в основном коэффициентом усиления следящего усилителя и погрешностью задания $F(x_1 x_2 \dots x_n)$. Точность всех остальных элементов не имеет существенного значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стефан Банах. Дифференциальное и интегральное исчисление. Главное издательство физико-математической литературы. «Наука», М., 1966.
 2. Леон Левин. «Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин». «Мир», М., 1966.
-