

**ПОСТРОЕНИЕ НА АВМ ПРОЕКЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР
МЕТОДОМ ЦЕНТРАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

И. Э. НААЦ, В. М. РЕЙДЕР

(Представлена научным семинаром вычислительной лаборатории)

В настоящей работе рассматриваются вопросы получения проекционных изображений трехмерных геометрических объектов на АВМ с регистрацией на экране электронно-лучевого индикатора. Основное внимание при этом уделяется методу центрального проектирования при построении изображений на поверхности плоского носителя и сопоставлению полученных осциллограмм с осциллограммами, соответствующими параллельному проектированию.

Одним из удобств, помимо отмеченных в работе [1], применения проекционных методов при регистрации геометрической информации на АВМ является возможность набора проекционных соотношений как части программы решаемой задачи. В результате выходные величины X и Y могут быть поданы на двухкоординатный самописец или электронно-лучевой индикатор для регистрации проекционного изображения решения в форме $z(x, y)$.

Известно, что проекционные изображения геометрических объектов, полученные методом центрального проектирования, обладают большей наглядностью по сравнению с аналогичными изображениями в методе параллельного проектирования. Однако в таком случае изображение проигрывает в метричности, т. е. выяснение количественных отношений по изображению становится более сложным. Определенный интерес представляет сравнение этих двух методов на примере изображений поверхности $z(x, y)$. Предварительно сделаем несколько замечаний к выводу проекционных соотношений в центральном проектировании, используя систему проектирования работы [1].

Совершенно очевидно, что при переходе к центральному проектированию угловые параметры α и ν аппарата проектирования должны быть дополнены метрическими характеристиками, в качестве которых выберем расстояния полюса проектирования P и начала координат системы S точки O до плоскости проекций W (рис. 1). В целях упрощения будем полагать, что полюс P и точка O лежат на нормали n к W . В частном случае, как указано на рис. 1, точка O попадает на плоскость W , тогда соответствующий параметр $l = 0$. В отличие от параллельного проектирования параметр $l \neq 0$ в центральном проектировании и войдет в проекционные соотношения.

Пусть имеется точка A в системе S с координатами x, y, z (тоже самое вектор \vec{r} с направляющими углами φ, ψ, θ). Для нахождения

проекционных соотношений необходимо определить проекцию вектора r на оси X, Y плоскости W . С этой целью проектируем вектор \vec{r} в начале на плоскость W . Величина этой проекции определится выражением

$$OA' = \frac{L \cdot r \cos \omega}{L - l - r \sin \omega}, \quad (1)$$

где

r — модуль \vec{r} ,

L — расстояние полюса P до плоскости и

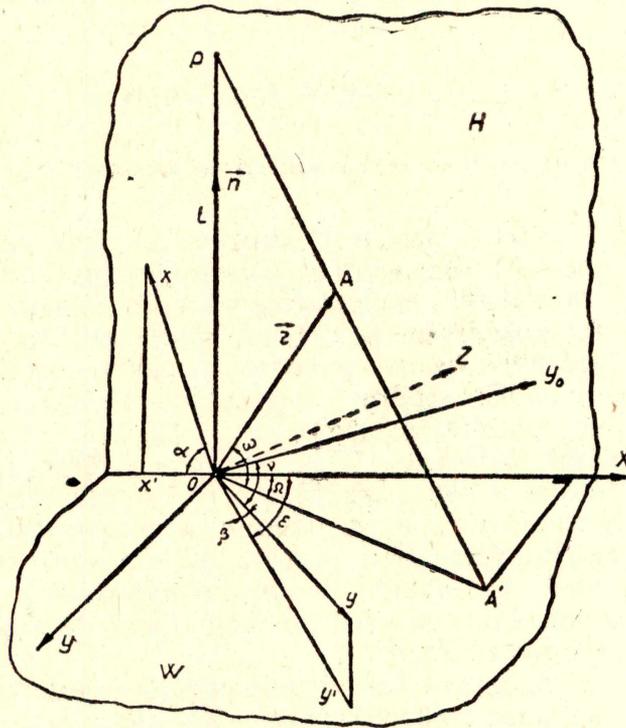


Рис. 1. Геометрические построения при центральном проектировании точки на плоскость

$$\sin \omega = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \sin \beta \cdot \cos \psi + \sin \gamma \cdot \cos \vartheta. \quad (2)$$

Затем определяется проекция отрезка OA' на оси X и Y :

$$\left. \begin{aligned} X &= OA' \cdot \cos \Omega \\ Y &= OA' \cdot \sin \Omega \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Выполнив соответствующие геометрические построения, нетрудно найти значение угла Ω :

$$\left. \begin{aligned} \sin \Omega &= \frac{\cos \psi \cdot \sin \nu - \cos \vartheta \cdot \cos \nu}{\cos \omega}, \\ \cos \Omega &= \frac{\cos \psi \cdot \cos \nu \cdot \sin \alpha + \cos \vartheta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \nu - \cos \alpha \cdot \cos \varphi}{\cos \omega} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), после элементарных преобразований получим проекционные соотношения, связывающие координаты точки (x, y, z) с

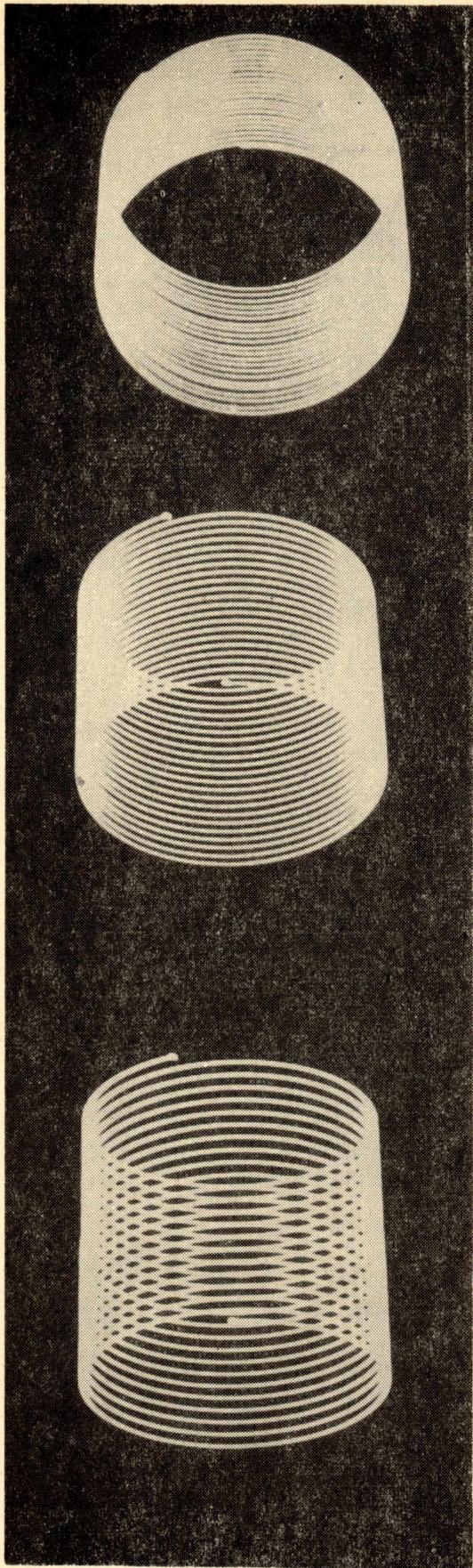


Рис. 2. Проекционные осциллограммы, полученные методом параллельного проектирования.

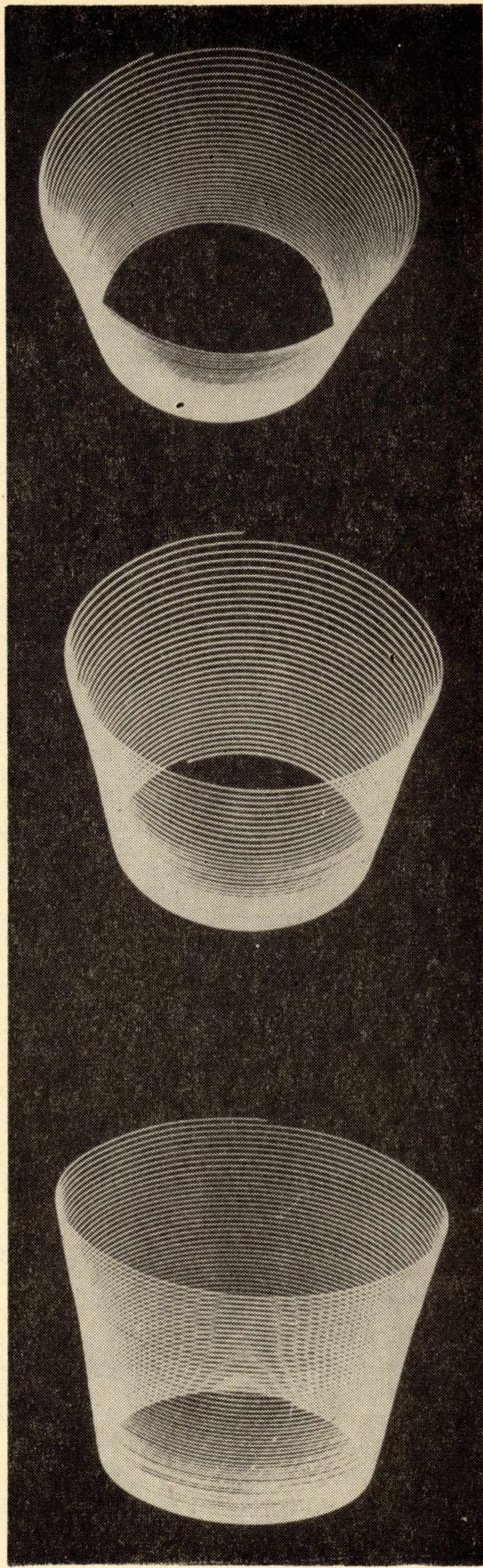


Рис. 3. Проекционные осциллограммы, полученные методом центрального проектирования.

координатами ее проекционного центрального изображения на плоскости:

$$\left. \begin{aligned} X &= L \cdot \frac{y \cdot \cos \nu \cdot \sin \alpha + z \sin \alpha \cdot \sin \nu - x \cos \alpha}{L - l - x \sin \alpha - y \cos \alpha \cdot \cos \nu - z \cos \alpha \cdot \sin \nu}, \\ Y &= L \cdot \frac{y \sin \nu - z \cos \nu}{L - l - x \sin \alpha - y \cos \alpha \cdot \cos \nu - z \cos \alpha \cdot \sin \nu} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Интересно отметить, что при бесконечном удалении полюса P от плоскости W проекционное изображение точки, согласно (5), все меньше и меньше отличается от проекционного изображения этой точки при параллельном проектировании. Иными словами, при $L \rightarrow \infty$ соотношения (5) перейдут в соотношения параллельного проектирования [1], а именно:

$$\left. \begin{aligned} X &= y \cos \nu \cdot \sin \alpha + z \sin \alpha \cdot \sin \nu - x \cos \alpha, \\ Y &= y \sin \nu - z \cos \nu. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Полученная система соотношений (5) достаточно проста как для вычислений, так и для моделирования в отличие от уравнений, предлагаемых в работе [2], где параметры аппарата проектирования определялись посредством задания плоскости проекций W и полюса P в системе S , несмотря на ряд значительных упрощений, вводимых автором в аппарат проектирования.

Используя соотношения (5) и (6), можно провести сравнительный анализ получающихся при этом проекционных изображений на примере какой-либо поверхности второго порядка.

На рис. 2 и 3 приведены проекционные осциллограммы, дающие изображения цилиндрической поверхности (тоже винтовой линии) соответственно в параллельном и центральном проектировании на экране электронно-лучевой трубки. Набор задачи по синтезу поверхности и проекционных соотношений выполнялся на АВМ МН-14 при следующих данных: $\nu = 0$ и $\alpha = 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ$ (сверху вниз на рис. 2, 3). Приведенные осциллограммы позволяют судить о наглядности проекционных изображений. Осциллограммы рис. 3 более наглядны, хотя по ним трудно судить о линейных размерах цилиндра. Однако это не является существенным недостатком этих осциллограмм, так как чисто аппаратным путем можно ввести систему координатных меток для определения метрических соотношений в оригинале. Описанные методы построения проекционных осциллограмм могут быть использованы также для регистрации более сложных пространственных фигур.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Э. На а ц. Вопросы построения проекционных изображений при регистрации графической информации. (Настоящий сборник).
2. А. В. Кузнецов. Номографирование построений центральных аксонометрических проекций. См.: Номографический сборник № 2. Вычислительный центр АН СССР. М., 1964.