

ВОПРОСЫ ТЕОРИИ БЕСКОНТАКТНОГО ЭМУ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

М. Л. КОСТЫРЕВ, А. И. СКОРОСПЕШКИН

(Рекомендована семинаром кафедр электрических машин
и общей электротехники)

С развитием систем автоматического управления на переменном токе появилась потребность в усилителях-преобразователях мощности. В качестве одного из таких усилителей сравнительно недавно предложен [1, 2] бесконтактный электромашинный усилитель (БЭМУ) с выходом на повышенной частоте. Усилитель (рис. 1) состоит из обращенного неявнополюсного синхронного генератора и асинхронного преобразователя частоты, совмещенных в одном магнитопроводе и вращаемых приводным двигателем. Для получения высокого усиления, быстрого действия и перегрузочной способности в БЭМУ применена компенсационная обмотка W_k , питаемая от схемы фазового компаундирования [2].

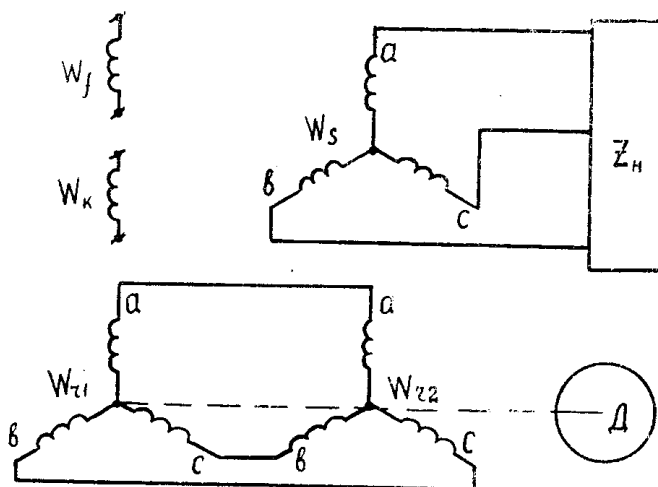


Рис. 1. Схема БЭМУ

Усилитель обычно работает в динамических режимах с изменяющейся нагрузкой и сигналами управления. В связи с этим необходима разработка теории работы БЭМУ в переходных режимах. Этим вопросам и посвящена предлагаемая статья.

При анализе считаем машину идеализированной по Парку-Гореву. Кроме того, предполагаем, что скорость вращения ротора неизменна, магнитная связь между каскадами отсутствует, нагрузка машины

симметрична. Рассматриваем энергетически наиболее целесообразный режим согласного вращению поля и ротора второго каскада.

Исходные уравнения

Исходя из общей теории БЭМУ [3] для мгновенных значений токов и напряжений в матричной форме, можно записать следующие уравнения в собственных осях обмоток:

$$\begin{aligned} \| U_{fkabc}^{S, R1} \| &= \| R_{fkabc}^{S, R1} \| \cdot \| i_{fkabc}^{S, R1} \| + p \| L_{fkabc}^{S, R1} \| \cdot \| i_{fkabc}^{S, R1} \| \\ \| U_{abc abc}^{s, R2} \| &= \| R_{abc abc}^{s, R2} \| \cdot \| i_{abc abc}^{s, R2} \| + p \| L_{abc abc}^{s, R2} \| \cdot \| i_{abc abc}^{s, R2} \| \quad (1) \\ \| U_{abc}^{R1} \| &= - \| U_{acb}^{R2} \| \quad \| i_{abc}^{R1} \| = \| i_{acb}^{R2} \| \end{aligned}$$

Матрицы напряжений и токов

$$\begin{aligned} \| U_{fkabc}^{S, R1} \| &= \begin{vmatrix} U_f^S \\ U_k^S \\ U_a^{R1} \\ U_b^{R1} \\ U_c^{R1} \end{vmatrix} & \| U_{abc abc}^{s, R2} \| &= \begin{vmatrix} U_a^S \\ U_b^S \\ U_c^S \\ U_a^{R2} \\ U_b^{R2} \\ U_c^{R2} \end{vmatrix} \\ \| i_{fk abc}^{s, R1} \| &= \begin{vmatrix} i_f^S \\ i_k^S \\ i_a^{R1} \\ i_b^{R1} \\ i_c^{R1} \end{vmatrix} & \| i_{abc abc}^{s, R2} \| &= \begin{vmatrix} i_a^S \\ i_b^S \\ i_c^S \\ i_a^{R2} \\ i_b^{R2} \\ i_c^{R2} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Матрицы активных сопротивлений

$$\begin{aligned} \| R_{fk abc}^{S, R1} \| &= \begin{array}{|c|c|c|} \hline R_f & & \\ \hline & R_k & \\ \hline & & R_{R1} \cdot \| E \| \\ \hline \end{array} \\ \| R_{abc abc}^{s, R2} \| &= \begin{array}{|c|c|} \hline R_s \cdot \| E \| & \\ \hline & R_{R2} \cdot \| E \| \\ \hline \end{array} \end{aligned}$$

$\| E \|$ — единичная матрица,
 $R_f, R_k, R_s, R_{R1}, R_{R2}$ — активные сопротивления обмотки, управления, компенсационной и фаз обмоток статора и ротора.

Матрицы индуктивных сопротивлений

$$\| L_{fk abc}^{s R1} \| = \begin{array}{|c|c|} \hline L_f & M_{fk} \\ \hline M_{fk} & L_k \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \| I_{fk abc}^{s R1} \| \\ \hline \end{array}$$

$$\| L_{abc abc}^{s R2} \| = \begin{array}{|c|c|} \hline \| I_{abc}^s \| & \| I_{abc}^{s R2} \| \\ \hline \| I_{abc}^{R2 s} \| & \| I_{abc}^{R2} \| \\ \hline \end{array}$$

Субматрицы индуктивных сопротивлений

$$\begin{aligned} \| I_{abc}^{R1} \| &= L_a^{R1} \cdot \| A_1 \|, & \| I_{abc}^{R2} \| &= L_a^{R2} \cdot \| A_1 \|, \\ \| I_{abc}^s \| &= L_a^s \cdot \| A_1 \|, & \| I_{abc fk}^{R1 s} \| &= \| I_{fk abc}^{s R1} \| \cdot t, \\ \| I_{abc}^{R2 s} \| &= \| I_{abc}^{s R2} \| \cdot t, \end{aligned}$$

$$\| A_1 \| = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{4\pi}{3} \\ \hline \cos \frac{2\pi}{3} & 1 & \cos \frac{2\pi}{3} \\ \hline \cos \frac{4\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\| I_{fk abc}^{s R1} \| = \begin{array}{|c|c|c|} \hline M_{fa}^{s R1} \cos \theta_1 & M_{fa}^{s R1} \cos \left(\theta_1 + \frac{2\pi}{3} \right) & M_{fa}^{s R1} \cos \left(\theta_1 + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \hline M_{ka}^{s R1} \cos \theta_1 & M_{ka}^{s R1} \cos \left(\theta_1 + \frac{2\pi}{3} \right) & M_{ka}^{s R1} \cos \left(\theta_1 + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \hline \end{array}$$

$$\| I_{abc}^{s R2} \| = M_a^{s R2} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline \cos \theta_2 & \cos \left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \hline \cos \left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_2 & \cos \left(\theta_2 + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \hline \cos \left(\theta_2 - \frac{4\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_2 \\ \hline \end{array}$$

$L_f, L_k, L_a^{R1}, L_a^{R2}, L_a^s$ — полные индуктивности соответственно обмоток W_f, W_k и фаз обмоток WR_1, WR_2, W_s .

$M_{fk}, M_{fa}^{s R1}, M_{ka}^{s R1}, M_a^{s R2}$ — взаимные индуктивности фаз соответствующих обмоток при совпадении их осей.

Углы между осями обмоток

$$\theta_1 = p_1 \Omega t + \theta_{01} = \omega t + \theta_{01},$$

$$\theta_2 = p_2 \Omega t + \theta_{02} = k \omega t + \theta_{02},$$

где P_1, P_2 — числа пар полюсов каскадов,

$$k = \frac{P_2}{P_1}$$

Ω — механическая скорость ротора,
 $\omega = p_1 \Omega$ — частота тока в роторе БЭМУ,
 θ_{01}, θ_{02} — начальные углы.

Преобразование координат

Дифференциальные уравнения (1) содержат периодические коэффициенты. Для решения этих уравнений выбираем новые оси координат так, чтобы получить систему линейных уравнений. Для этого преобразуем машину к эквивалентной двухфазной (переменные α, β) и выбираем оси координат $d-q$ на роторе (рис. 2). Преобразования выполняем по известным формулам:

$$\begin{aligned} \|U\| &= \|A\| \cdot \|U'\| & \|i\| &= \|A\| \cdot \|i'\| \\ \|Z'\| &= \|A\|^{-1} \cdot \|Z\| \cdot \|A\|, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\|U'\|, \|i'\|, \|Z'\|$ — матрицы токов, напряжений и сопротивлений в новой системе координат,

$\|A\|$ — матрица преобразования.

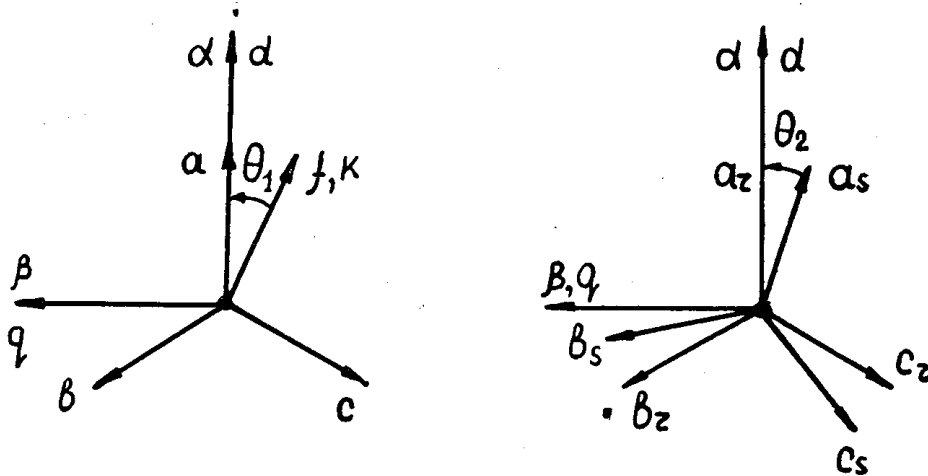


Рис. 2. Оси координат БЭМУ

При переходе от трехфазной машины к эквивалентной двухфазной используем матрицу преобразования.

$$\|A_2\| = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \\ \hline \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \hline \end{array}$$

Множитель $\sqrt{\frac{2}{3}}$, используемый в преобразовании, обеспечивает инвариантность мощности преобразования и обратимость взаимной индукций между обмотками статора и ротора [5]. Так как токи нулевой

последовательности в обмотках исследуемой схемы не протекают, то соответствующие им уравнения опущены.

Ось координат d (рис. 2) совпадает с осью фазы a обмотки ротора, а также с осью α эквивалентной двухфазной обмотки. Ось q опережает ось d на 90 электрических градусов и совпадает с осью β .

При таком выборе осей матрицы преобразования переменных α, β в переменные d, q для роторных обмоток

$$\|A_3\| = \begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \begin{array}{c|c} d & q \\ \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

для статорных обмоток

$$\|A_4\| = \begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \begin{array}{c|c} d & q \\ \hline \cos \theta & -\sin \theta \\ \hline \sin \theta & \cos \theta \end{array}$$

От переменных $d-q$ перейдем к комплексным величинам, используя соотношения

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U_d + jU_q & \dot{I} &= I_d + jI_q \\ \dot{U}^* &= U_d - jU_q & \dot{I}^* &= I_d - jI_q \end{aligned}$$

После преобразований получим уравнения БЭМУ в осях ротора:

$$\begin{array}{c} \dot{U}_f \\ \dot{U}_k \\ 0 \\ \dot{U}_s^* \end{array} = \begin{array}{c|c} R_f + L_f(p + j\omega) & M_{fk}(p + j\omega) \\ \hline M_{fk}(p + j\omega) & R_k + L_k(p + j\omega) \\ \hline pM_{fR} & pM_{kR} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c|c} M_{fR}(p + j\omega) & 0 \\ \hline M_{kR}(p + j\omega) & 0 \\ \hline R_R + pL_R & pM_{SR} \\ \hline M_{SR}(p - jk\omega) & R_s + L_s(p - jk\omega) \end{array} \cdot \begin{array}{c} \dot{I}_f \\ \dot{I}_k \\ I_R \\ \dot{I}_s^* \end{array} \quad (3)$$

Взаимные индуктивности преобразованных обмоток

$$\begin{aligned} M_{fR} &= \sqrt{\frac{3}{2}} M_f^s a^r \\ M_{kR} &= \sqrt{\frac{3}{2}} M_k^s a^k \\ M_{sR} &= \frac{3}{2} M_a^s R \end{aligned}$$

Полные индуктивности преобразованных обмоток

$$L_R = \frac{3}{2}(L_a^{R1} + L_a^{R2}), \quad L_s = \frac{3}{2}L_a^s$$

Активное сопротивление цепи ротора

$$R_R = R_{R1} + R_{R2}.$$

Перейдем к системе относительных единиц, приведя обмотки к контуру ротора и выбрав за базовые ток, напряжение, сопротивление и частоту соответственно номинальные величины приведенной обмотки выхода W_S и частоту тока в роторе.

В системе относительных единиц

$$\begin{aligned} p\theta_1 &= \omega = 1, \\ p\theta_2 &= k\omega = S - 1. \end{aligned}$$

Скольжение второго каскада

$$S = \frac{p_1 + p_2}{p_1}$$

Уравнения БЭМУ в системе относительных единиц:

$$\begin{array}{c} \left. \begin{array}{l} \frac{U_f}{U_k} \\ 0 \\ \frac{*U_s}{U_s} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \frac{r_f + x_f(p+j)}{x_{m1}(p+j)} \\ \frac{x_{m1}(p+j)}{px_{m1}} \\ 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{x_{m1}(p+j)}{r_k + x_k(p+j)} \\ \frac{px_{m1}}{px_{m1}} \\ 0 \end{array} \right\} \rightarrow \\ \\ \leftarrow \left. \begin{array}{l} \frac{x_{m1}(p+j)}{x_{m1}(p+j)} \\ \frac{r_r + px_r}{x_{m2}[p+j(1-s)]} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \frac{px_{m2}}{r_s + x_s[p+j(1-s)]} \end{array} \right\} \cdot \left. \begin{array}{l} \frac{\dot{I}_f}{\dot{I}_k} \\ \frac{\dot{I}_R}{\dot{I}_s^*} \end{array} \right\} \quad (4)$$

Линейные уравнения (4) описывают БЭМУ в любом симметричном режиме.

Решение уравнений БЭМУ

В установившемся режиме частоты преобразованных контуров БЭМУ

$$\begin{aligned} \omega_f &= \omega_k = 0 - p_1\Omega = -p_1\Omega \\ \omega_2 &= -p_1\Omega = -p_1\Omega - 0 \\ \omega_s &= (p_1 + p_2)\Omega - p_2\Omega = p_1\Omega. \end{aligned}$$

Поэтому в системе относительных единиц для установившегося режима

$$\begin{aligned} p\dot{I}_f(t) &= p\dot{I}_f \cdot e^{-jt} = -j\dot{I}_f & p\dot{I}_R(t) &= p\dot{I}_R e^{-jt} = -j\dot{I}_R \\ p\dot{I}_k(t) &= p\dot{I}_k e^{-jt} = -j\dot{I}_k & p\dot{I}_s^*(t) &= p\dot{I}_s^* e^{-jt} = -j\dot{I}_s^* \end{aligned}$$

Итак, для перехода к уравнениям БЭМУ в установившемся режиме достаточно в уравнениях (4) положить $P = -j$.

Рассмотрим простейший переходный процесс — ступенчатое увеличение напряжения управления БЭМУ без обратной связи в режиме холостого хода при нулевых начальных условиях:

$$U_f = 0 \quad (t = 0), \quad \theta_{01} = 0, \quad \theta_{02} = 0.$$

Найдем корни соответствующего характеристического уравнения

$$[r_f + x_f(p+j)](r_r + px_r) - p(p+j)x_{m1}^2 = 0.$$

Введя обозначения

$$T_f = \frac{x_f}{r_f}, \quad T_r = \frac{x_r}{r_z}, \quad T = \left(x_f - \frac{x_{m1}^2}{x_r} \right) \frac{1}{r_f},$$

$$a_1 = \frac{T_f}{T \cdot T_r}, \quad a_2 = \frac{1}{T},$$

получим уравнение в виде

$$p^2 + p(a_1 + a_2 + j) + ja_1 + \frac{1}{T_r \cdot T_f} = 0.$$

Так как в принятой системе единиц для реальных БЭМУ

$$a_1 < 1, \quad a_2 < 1, \quad \frac{1}{T_r \cdot T_f} \ll 1,$$

то корни характеристического уравнения

$$p_1 \approx -a_1, \quad p_2 \approx -a_2 - j.$$

При ступенчатом воздействии изображение по Карсону напряжения управления

$$U_f(t) = U_f \cdot e^{-jt} \doteq U_f \frac{p}{p + j}.$$

Из уравнения (4) напряжение на выходе БЭМУ

$$U_s^*(p) = x_{m2}[p + j(1 - s)]I_r(p) = - \frac{U_s \cdot a_2 p^2 [p + j(1 - s)]}{(p + a_1)(p + j)(p + a_2 + j)},$$

где

$$U_s = \frac{U_f x_{m1} x_{m2}}{r_f x_r}.$$

Перейдя от изображения к оригиналу и пренебрегая величинами второго порядка малости, получим

$$U_s^*(t) = U_s (A \cos t + B \sin t) + j U_s (B \cos t - A \sin t),$$

где

$$A = a_2 (S + 1) e^{-a_2 t} + S \cdot a_1,$$

$$B = S (1 - e^{-a_2 t}).$$

Обратные преобразования выполняем на основании следующих выражений:

$$\dot{U}_s(t) = U_{ds} - j U_{qs},$$

$$U_{sa} = U_{sa} = U_{ds} \cos(S - 1)t - U_{qs} \sin(S - 1)t.$$

В результате решения получаем напряжение в фазе действительной машины при включении тока управления

$$U_{sa} = U_s [a_2 (S + 1) e^{-a_2 t} + S a_1] \cos St + U_s S (1 - e^{-a_2 t}) \sin St.$$

Если пренебречь трансформаторной составляющей напряжения на выходе ввиду малости ее амплитуды и быстрого затухания, то

$$U_{sa} \approx U_s \cdot S (1 - e^{-t/T}) \sin St.$$

Таким образом, в режиме холостого хода БЭМУ по отношению к сигналу управления ведет себя как апериодическое звено с постоянной времени

$$T = \left(x_f - \frac{x_{m1}^2}{x_r} \right) \frac{1}{r_f}. \quad [\text{эл. рад}], \quad (5)$$

или

$$T \pm \left(L_f - \frac{M_{rf}^2}{L_R} \right) \frac{1}{R_f} \quad [\text{сек}],$$

Полученные уравнения были проверены на опытном образце БЭМУ мощностью 300 вт, частотой 50 гц со следующими параметрами $R_f=68$ ом, $L_f=3,4$ гн, $L_R=0,54$ гн, $M_{fR}=1$ гн.

Внешние и регулировочные характеристики БЭМУ, рассчитанные с учетом насыщения, оказались близкими к опытным [6].

Расчетное значение $T=0,023$ сек. подтвердилось на опыте (0,02—0,025 сек). Опыты показали, что быстродействие БЭМУ без обратной связи при номинальной активной и активно-индуктивной нагрузке, определяемое постоянной времени нарастания напряжения на выходе, практически не отличается от быстродействия в режиме холостого хода.

Выводы

1. Получены линейные уравнения БЭМУ для симметричных переходных процессов.
2. Постоянная времени БЭМУ (5) определяет его быстродействие и рекомендуется для использования при проектировании.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Mishkin. Poly-field Alternating-Current Induction Machines. Патент США, № 2966623. 27, 12, 1960.
2. М. Л. Костырев, А. И. Скороспешкин. Фазовое компаундирование БЭМУ переменного тока. Известия ТПИ, т. 172, 1967.
3. А. И. Скороспешкин. Вопросы общей теории электрических машин применительно к бесколлекторным электромашинным усилителям переменного тока. Известия ТПИ, т. 145, 1966.
4. Д. Уайт, Г. Вудсон. Электромеханическое преобразование энергии. «Энергия», 1964.
5. М. Л. Костырев, А. И. Скороспешкин. Расчет характеристик ЭМУ переменного тока. Известия ТПИ, т. 160, 1966.