ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М. КИРОВА

Том 200 1974

ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ СЛУЧАЙНОЙ НАГРУЗКЕ

Ю. М. БАШАГУРОВ, Д. И. САННИКОВ

Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники

Известные классические методы проверки электродвигателей по нагреву основаны, как правило, на представлении изменения статической нагрузки детерминированными функциями времени. Однако, во-первых, случаи детерминированных нагрузочных диаграмм составляют только некоторую часть в многообразии режимов работы электроприводов, среди которых широко распространены режимы со случайным характером изменения нагрузки во времени. Во-вторых, представление эксплуатационной нагрузки электродвигателей детерминированными функциями в большинстве случаев является некоторой идеализацией реального графика нагрузки.

Случайную нагрузку практически невозможно охарактеризовать детерминированной функцией, поэтому в данной статье предлагается метод расчета случайного теплового режима асинхронных электродвигателей, основанный на известных положениях теории случайных функций [1].

Асинхронный двигатель предлагается рассматривать как одномерную стационарную линейную динамическую систему, преобразующую случайную функцию тока $I(t)$ в случайную функцию температуры $\Theta(t)$, где первая является входом, а вторая выходом рассматриваемой динамической системы.

Получение закона распределения температуры расчетным путем требует знания многомерных законов распределения входной функции $I(t)$, что оказывается слишком сложным для технических применений, так как на практике обычно сведения о входном процессе ограничены.

Поэтому, как это делается в большинстве практических приложений, мы будем пользоваться корреляционной теорией случайных процессов, которая базируется на двух основных характеристиках случайной функции: математическом ожидании $m(\Theta)$ и дисперсии $D(\Theta)$ выходного процесса.

В качестве оператора динамической системы, моделирующего процесс нагрева обмотки асинхронного двигателя закрытой конструкции, принимается система трех дифференциальных уравнений нагрева при рассмотрении двигателя как тепловой системы из трех тел.

Разделение асинхронного двигателя на три тела: обмотка статора (1), короткозамкнутый ротор (2) и сердечник статора с корпусом (3) является наиболее естественным с точки зрения взаимного влияния отдельных частей двигателя в процессе нагрева. Увеличение числа тел свыше трех, как показывают исследования, существенного уточнения уже не дает, но значительно усложняет расчет.

Система дифференциальных уравнений нагрева трех тел:

$$C_1 \frac{d\Theta_1}{dt} + \Theta_1\Lambda_1 - \Theta_3\Lambda_1 = P_1; \tag{1}$$

$$C_2 \frac{d\Theta_2}{dt} + \Theta_2\Lambda_2 - \Theta_3\Lambda_2 = P_2;$$

$$C_3 \frac{d\Theta_3}{dt} + \Theta_3(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3) - \Theta_1\Lambda_1 - \Theta_2\Lambda_2 = P_3,$$

где P_1 — потери в обмотке статора;

P_2 — потери в обмотке ротора и добавочные потери;

P_3 — потери в стали и механические;

Θ_1, Θ_2, Θ_3 — превышения температур над окружающим воздухом соответственно для первого, второго и третьего тел;

Λ_1 — тепловая проводимость от обмотки статора к пакету статора;

Λ_2 — суммарная тепловая проводимость от ротора к статору через зазор и от ротора через воздух к корпусу;

Λ_3 — тепловая проводимость от пакета статора через корпус к окружающему воздуху;

C_1 — теплоемкость обмотки статора;

C_2 — общая теплоемкость ротора;

C_3 — теплоемкость пакета статора, станины и щитов.

Определим зависимость потерь от нагрузки:

$$P_1 = P_{10} + P_{пн} \cdot K^2;$$
$$P_2 = P_{доб} + P_{м2} \cdot K^2; \tag{2}$$
$$P_3 = P_{ст} + P_{мех},$$

где $K = I_n/I_{пн}$;

I_n — нагрузочный ток обмотки статора;

$I_{пн}$ — нагрузочный ток обмотки статора при номинальном режиме;

P_{10} — потери в обмотке статора при холостом ходе;

$P_{пн}$ — потери в обмотке статора от нагрузочного тока при номинальном режиме.

Потери в обмотках могут быть взяты при их средней температуре (либо при допустимом превышении температуры).

Согласно принципу наложения, превышения температуры будут слагаться из двух составляющих, обусловленных постоянными и переменными потерями:

$$\Theta_1 = \Theta_{1c} + \Delta\Theta_1(t);$$
$$\Theta_2 = \Theta_{2c} + \Delta\Theta_2(t); \tag{3}$$
$$\Theta_3 = \Theta_{3c} + \Delta\Theta_3(t).$$

При достаточно длительном времени работы превышения температуры от постоянных составляющих достигают установившихся значений. Эти установившиеся значения равны:

$$\Theta_{1c} = \frac{P_{10}}{\Lambda_1} + \frac{P_0}{\Lambda_3};$$

$$\Theta_{2c} = \frac{P_{доб}}{\Lambda_2} + \frac{P_0}{\Lambda_3}; \tag{4}$$

$$\Theta_{3c} = \frac{P_0}{\Lambda_3},$$

где $P_0 = P_{10} + P_{доб} + P_{ст} + P_{мех}$.

Составляющие $\Delta\Theta_1(t)$, $\Delta\Theta_2(t)$, $\Delta\Theta_3(t)$ зависят от закона изменения нагрузки $K^2(t)$ и могут быть получены из (1) путем подстановки:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{пн} \cdot K^2; \\ P_2 &= P_{м2} \cdot K^2; \\ P_3 &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} &C_1 \frac{d\Delta\Theta_1}{dt} + \Delta\Theta_1\Lambda_1 - \Delta\Theta_3\Lambda_1 = P_{пн} \cdot K^2; \\ &C_2 \frac{d\Delta\Theta_2}{dt} + \Delta\Theta_2\Lambda_2 - \Delta\Theta_3\Lambda_2 = P_{м2} \cdot K^2; \\ &C_3 \frac{d\Delta\Theta_3}{dt} + \Delta\Theta_3(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3) - \Delta\Theta_1\Lambda_1 - \Delta\Theta_2\Lambda_2 = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Система (6) представляет собой оператор рассматриваемой динамической системы.

В данной задаче необходимо определить среднее значение превышения температуры обмотки $\overline{\Theta_1}$ и дисперсию $D(\Delta\Theta_1)$.

Перейдем от системы уравнений (6) к одному уравнению относительно $\Delta\Theta_1$. Обозначим $\Lambda_c = (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3)$ и $K^2 = y$.

Продифференцировав третье уравнение системы один раз, а второе дважды и произведя соответствующие операции подстановок, получим дифференциальное уравнение относительно $\Delta\Theta_1$:

$$\begin{aligned} &\frac{d^3\Delta\Theta_1}{dt^3} + a_1 \frac{d^2\Delta\Theta_1}{dt^2} + a_2 \frac{d\Delta\Theta_1}{dt} + a_3\Delta\Theta_1 = \\ &= b_0 \frac{d^2y}{dt^2} + b_1 \frac{dy}{dt} + b_2 y, \end{aligned} \tag{7}$$

где
$$a_1 = \frac{\dfrac{C_2 \cdot C_3}{\Lambda_2} + \dfrac{\Lambda_c \cdot C_1 \cdot C_2}{\Lambda_1 \cdot \Lambda_2} + \dfrac{C_1 \cdot C_3}{\Lambda_1}}{n};$$

$$a_2 = \frac{\dfrac{C_2(\Lambda_2 + \Lambda_3)}{\Lambda_2} + C_3 + \dfrac{C_1(\Lambda_1 + \Lambda_3)}{\Lambda_1}}{n};$$

$$a_3 = \frac{\Lambda_3}{n}; \quad b_0 = \frac{P_{пн}}{C_1};$$

$$b_1 = \frac{\dfrac{P_{пн}}{\Lambda_1}\left(\dfrac{\Lambda_c \cdot C_2}{\Lambda_2} + C_3\right)}{n};$$

$$b_2 = \frac{P_{м2} + P_{пн}\left(\dfrac{\Lambda_1 + \Lambda_3}{\Lambda_1}\right)}{n};$$

$$n = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}{\Lambda_1 \cdot \Lambda_2}.$$

Уравнение для среднего значения превышения температуры следует из (7) путем усреднения по множеству обеих его частей

$$\frac{d^3\overline{\Delta\Theta_1}}{dt^3} + a_1\frac{d^2\overline{\Delta\Theta_1}}{dt^2} + a_2\frac{d\overline{\Delta\Theta_1}}{dt} + a_3\overline{\Delta\Theta_1} =$$

$$= b_0\frac{d^2\overline{y}}{dt^2} + b_1\frac{d\overline{y}}{dt} + b_2\overline{y}. \tag{8}$$

Из условия стационарности процесса $I^2(t)$ математическое ожидание $\overline{y}$=const, поэтому (8) перепишется

$$\frac{d^3\overline{\Delta\Theta_1}}{dt^3} + a_1\frac{d^2\overline{\Delta\Theta_1}}{dt^2} + a_2\frac{d\overline{\Delta\Theta_1}}{dt} + a_3\overline{\Delta\Theta_1} = b_2\overline{y}. \tag{9}$$

Система, описываемая уравнением (9), устойчива. Как известно, решение в данном случае содержит постоянный член и сумму затухающих экспонент, которая по истечении достаточного времени может быть отброшена ввиду малости. Таким образом, для определения среднего значения $\overline{\Delta\Theta_1}$ из уравнения (9) достаточно положить $\overline{\Delta\Theta_1}$=const, тогда

$$a_3\overline{\Delta\Theta_1} = b_2\overline{y}. \tag{10}$$

Откуда следует

$$\overline{\Delta\Theta_1} = \frac{b_2}{a_3}\,\overline{y} = \left(\frac{P_{пн} + P_{м2}}{\Lambda_3} + \frac{P_{пн}}{\Lambda_1}\right)\cdot\overline{y}. \tag{11}$$

Суммарное среднее повышение температуры обмотки над температурой окружающей среды, согласно выражениям (3), (4) и (11), имеет вид

$$\overline{\Theta}_1 = \left(\frac{P_{10}}{\Lambda_1} + \frac{P_0}{\Lambda_3}\right) + \left(\frac{P_{пн} + P_{м2}}{\Lambda_3} + \frac{P_{пн}}{\Lambda_1}\right)\cdot\overline{y}. \tag{12}$$

Для определения дисперсии $D(\Theta_1)$ необходимо знать корреляционную функцию процесса $y(t)$. В нашем случае нормированная корреляционная функция процесса $y(t)$ имеет вид

$$R_y(\tau) = e^{-\alpha\tau}. \tag{13}$$

Спектральная плотность превышения температуры (1)

$$S_{\Theta 1}(\omega) = S_y(\omega)\,|\,\Phi(j\omega)\,|^2\cdot I_{1н}^4, \tag{14}$$

где $S_y(\omega)$ — спектральная плотность входного процесса;

$|\,\Phi(j\omega)\,|^2$ — квадрат модуля температурной частотной характеристики двигателя.

Частотная характеристика была получена путем подачи на вход двигателя гармонического процесса квадрата тока. Отношение амплитуд процессов на выходе и входе системы, как известно, дает амплитудную частотную характеристику.

Квадрат модуля частотной характеристики аппроксимирован выражением

$$|\,\Phi(j\omega)\,|^2 = \Phi_0 e^{-\gamma\omega} = 0{,}242\,e^{-2250\cdot\omega}, \tag{15}$$

где Φ_0—значение квадрата модуля частотной характеристики при $\omega=0$.

Спектральная плотность процесса $y(t)$, соответствующая корреляционной функции (13), имеет вид

$$S_y(\omega) = \frac{\alpha}{\pi}\,\frac{D(y)}{\alpha^2 + \omega^2}. \tag{16}$$

Дисперсия превышения температуры

$$D(\Theta_1) = 2\int_0^\infty S_{\Theta 1}(\omega)\, d\omega = \frac{2 \cdot I_{1H}^4 D(y)\Phi_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma\omega}}{\alpha^2 + \omega^2}\, d\omega =$$

$$= \frac{2D(I_1^2)\Phi_0}{\pi} \left[ci(\alpha\gamma) \cdot \sin(\alpha\gamma) - \sin(\alpha\gamma) \cdot \cos(\alpha\gamma) \right]. \qquad (17)$$

В качестве примера применения изложенного метода ниже приводятся расчеты средних значений и дисперсий превышения температуры обмотки статора асинхронного двигателя 4А112М4.

На вход электродвигателя методом, указанным в (2), подавались смоделированные на ЭЦВМ реализации процесса $J(t)$ длительностью по 7 часов, имеющие корреляционные функции вида (13). Результаты эксперимента при указанных параметрах процесса нагрузки и частотной характеристики двигателя представлены в таблице.

Таблица

Параметры		Реализации	
		1	2
$m(I_1)$, *a*		6,75	6,9
$D(I_1^2)$, a^4		41518	45000
α, $^1/сек$		0,092	0,053
$m(\Theta_1)$, °C	расчет	32,1	32,23
	опыт	32,0	34,0
$D(\Theta_1)$, °C^2	расчет	28,8	36,3
	опыт	29,4	33,0

Результаты исследований показывают, что расчетные данные при определении средних значений и дисперсий превышения температуры обмотки статора расходятся с опытными не более чем на 10 процентов.

Такое расхождение можно считать удовлетворительным.

Выводы

1. Применение теории случайных процессов при тепловых расчетах электродвигателей позволяет преодолеть ограниченность существующих методов, в основном предназначенных для детерминированных графиков нагрузки.

2. Для определения превышения температуры обмотки в случайных режимах целесообразно рассматривать двигатель как динамическую систему. Приведенный метод является универсальным, так как может быть применен для любых режимов, и наиболее естественным с точки зрения физического представления тепловых процессов в электродвигателях.

3. Предлагаемый метод теплового расчета рассмотрен на примере асинхронного двигателя. Основные положения метода могут быть распространены и на другие типы электрических машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1969.

2. Ю. М. Башагуров, Д. И. Санников. Исследование нагрева электродвигателей в случайных режимах. Известия ТПИ, т. 284, Томск, 1974.

3. Н. П. Бусленко. Математическое моделирование производственных процессов. М., «Наука», 1964.