

**СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ  
РЕДУКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С КОРОТКОЗАМКНУТОЙ  
ОБМОТКОЙ НА РОТОРЕ**

А. А. БУИМОВ, Б. П. ГАРГАНЕЕВ, Е. В. КОНОНЕНКО

Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники

Тихоходные двигатели с электромагнитной редукцией скорости вращения наиболее успешно решают проблему тихоходности. Благодаря ряду преимуществ они находят применение в различных системах автоматики как исполнительные двигатели. Имеется несколько типов тихоходных двигателей, которые отличаются по конструкции, числу обмоток, расположению обмоток, по виду питающего напряжения и т. д. В данной статье рассмотрена статическая устойчивость синхронных реактивных редукторных двигателей (СРРД), так как эти двигатели имеют сравнительно простую технологичную конструкцию, что обеспечивает высокую надежность работы.

Применение СРРД в системах автоматики накладывает требование, которое заключается в том, что не только средняя, но и мгновенная скорость вращения ротора должна быть равной синхронной, т. е. должны отсутствовать колебания скорости относительно средней. Причинами колебаний скорости вращения ротора могут быть как внешние факторы — изменение напряжения, частоты, нагрузки, так и внутренние — соотношение параметров двигателя. Поэтому при изучении режимов работы СРРД необходимо исследовать влияние параметров на статическую устойчивость.

Нарушение статической устойчивости представляет собой электро-механический переходный процесс и поведение синхронного реактивного редукторного двигателя в этом режиме описывается полной системой уравнений, которая при переменной скорости вращения ротора является нелинейной:

$$\begin{aligned} U_d &= p\Psi_d - \Psi_q k_p \omega_p + r i_d; \\ U_q &= p\Psi_q + \Psi_d k_p \omega_p + r i_q; \\ 0 &= p\Psi_{rd} - \Psi_{rq} (k_p - 1) \omega_p + r i_{rd}; \\ 0 &= p\Psi_{rq} + \Psi_{rd} (k_p - 1) \omega_p + r i_{rq}; \\ H \frac{d\omega_p}{dt} &= (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) - \frac{k_p - 1}{k_p} (i_{rd} \Psi_{rq} - i_{rq} \Psi_{rd}) - k_M \omega_p - M_c \\ p\Theta &= \omega_1 - k_p \omega_p, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $k_p$  — коэффициент редукции;  
 $H$  — механическая постоянная;  
 $\omega_p$  — скорость вращения ротора;  
 $k_M$  — коэффициент механического демпфирования.



При выводе уравнений предполагалось, что на роторе имеются две эквивалентные короткозамкнутые обмотки, расположенные по продольной и поперечной осям.

Существующие методы позволяют анализировать устойчивость системы, не требуя при этом интегрирования дифференциальных уравнений. Наиболее доступным из них является так называемый прямой метод Ляпунова. Прямой метод Ляпунова позволяет исследовать устойчивость динамических систем при любых больших отклонениях переменных, если только при этом сохраняют силу исходные дифференциальные уравнения системы.

Однако во многих задачах отыскание функций Ляпунова, необходимых для анализа устойчивости прямым методом, связано с большими трудностями. Поэтому можно ограничиться рассмотрением устойчивости при малых отклонениях переменных, рассматривая линеаризованные дифференциальные уравнения (уравнения первого приближения).

Для линеаризации уравнений возмущения принимаются бесконечно малыми и гармоническими. Положение ротора при этом в любой момент времени можно определить углом [1]:

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta.$$

Отклонение ротора на угол  $\Delta\theta$  от своего исходного положения приведет к соответствующему изменению всех величин: токов, напряжений, потокосцеплений и скорости, которые входят в систему уравнений. Поэтому в систему (1) необходимо произвести подстановку:

$$U_d = U_{d0} + \Delta U_d, \quad i_d = i_{d0} + \Delta i_d \text{ и т. д.}$$

После подстановки в уравнениях величины с индексом нуль характеризуют исходный установившийся режим, а величины со значком  $\Delta$  обусловлены малыми колебаниями ротора.

Исключая в уравнениях члены, соответствующие установившемуся режиму, и пренебрегая произведениями приращений величин, имеющих второй порядок малости, их можно представить в виде уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \left(x_d - \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}}\right) p \Delta i_d = & -r \Delta i_d + \omega_{po} \left[ x_q k_p - \frac{x_{ad}}{x_{rd}} x_{aq} (k_p - 1) \right] \Delta i_q + \\ & + \frac{x_{ad}}{x_{rd}} r_r \Delta i_{rd} + \omega_{po} \left[ x_{aq} k_p - \frac{x_{ad}}{x_{rd}} x_{rq} (k_p - 1) \right] \Delta i_{rq} - \\ & - \left[ \frac{x_{ad}}{x_{rd}} (k_p - 1) (x_{aq} i_{q0} + x_{rq} i_{rq0}) - k_p (x_q i_{q0} + x_{aq} i_{rq0}) \right] \Delta \omega_p - \\ & - U \cos \theta \Delta \theta; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \left(x_q - \frac{x_{aq}^2}{x_{rq}}\right) p \Delta i_q = & -\omega_{po} \left[ x_d k_p - \frac{x_{aq}}{x_{rq}} x_{ad} (k_p - 1) \right] \Delta i_d - r \Delta i_q - \\ & - \omega_{po} \left[ x_{ad} k_p - \frac{x_{aq}}{x_{rq}} x_{rd} (k_p - 1) \right] \Delta i_{rd} + \frac{x_{aq}}{x_{rq}} r_r \Delta i_{rq} + \\ & + \left[ \frac{x_{aq}}{x_{rq}} (k_p - 1) (x_{ad} i_{d0} + x_{rd} i_{rd0}) - k_p (x_d i_{d0} + x_{ad} i_{rd0}) \right] \Delta \omega_p - \\ & - U \sin \theta \Delta \theta; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \left(x_{rd} - \frac{x_{ad}^2}{x_d}\right) p \Delta i_{rd} &= \frac{x_{ad}}{x_d} r \Delta i_d - \omega_{po} \left[ k_p x_q \frac{x_{ad}}{x_d} - x_{aq} (k_p - 1) \right] \Delta i_q - \\ &- r_r \Delta i_{rd} - \omega_{po} \left[ x_{aq} k_p \frac{x_{ad}}{x_d} - x_{rq} (k_p - 1) \right] \Delta i_{rq} - \\ &- \left[ \frac{x_{ad}}{x_d} k_p (x_q i_{qo} + x_{aq} i_{rqo}) - (k_p - 1) (x_{aq} i_{qo} + \right. \\ &\quad \left. + x_{rq} i_{rqo}) \right] \Delta \omega_p + \frac{x_{ad}}{x_d} U \cos \Theta \Delta \Theta ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(x_{rq} - \frac{x_{aq}^2}{x_q}\right) p \Delta i_{rq} &= - \left[ x_{ad} (k_p - 1) \omega_{po} - x_d k_p \omega_{po} \frac{x_{aq}}{x_q} \right] \Delta i_d + \\ &+ \frac{x_{aq}}{x_q} r \Delta i_q + \omega_{po} \left[ x_{ad} k_p \frac{x_{aq}}{x_q} - x_{rd} (k_p - 1) \right] \Delta i_{rd} - r_r \Delta i_{rq} + \\ &+ \left[ \frac{x_{aq}}{x_q} - k_p (x_d i_{do} + x_{ad} i_{rdo}) - (k_p - 1) (x_{ad} i_{do} + x_{rd} i_{rdo}) \right] \Delta \omega_p + \\ &\quad + \frac{x_{aq}}{x_q} U \sin \Theta \Delta \Theta ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n p \Delta \omega + [(x_d - x_q) i_{qo} + (n x_{ad} - x_{aq}) i_{rqo}] \Delta i_d + [(x_d - x_q) i_{do} + \\ + (x_{ad} - n x_{aq}) i_{rdo}] \Delta i_q + [(x_{ad} - n x_{aq}) i_{qo} + n (x_{rd} - \\ - x_{rq}) i_{rqo}] \Delta i_{rd} + [(n x_{ad} - x_{aq}) i_{do} + n (x_{rd} - x_{rq}) i_{rdo}] \Delta i_{rq} - k_M \Delta \omega_p ; \\ P \Delta \Theta = -k_p \Delta \omega_p . \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение системы (2) для СРРД с короткозамкнутой обмоткой на роторе имеет шестую степень

$$a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0.$$

Коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_6$  могут быть получены путем раскрытия характеристического определителя, составленного из коэффициентов уравнений.

А. М. Ляпунов впервые строго определил условия, при которых допустимо исследование устойчивого невозмущенного движения по уравнениям первого приближения. Согласно Ляпунову, если линеаризованные дифференциальные уравнения (уравнения первого приближения) системы имеют характеристическое уравнение, вещественные части корней которого отрицательны, то невозмущенное движение неустойчиво. Существуют критерии, позволяющие определить отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения без решения: алгебраические критерии Гурвица, Рауса, частотные критерии Найквиста, Михайлова и др.

Учитывая большой объем вычислений, расчет статической устойчивости необходимо производить с помощью цифровых вычислительных машин. На цифровой вычислительной машине удобнее пользоваться алгебраическими критериями, так как при этом выполняются операции лишь с вещественными числами, а суждения об устойчивости выносятся в зависимости от знака чисел, полученных при расчете.

Для получения коэффициентов характеристического уравнения (3) необходимо раскрыть характеристический определитель, составленный из коэффициентов системы (2). Раскрытие определителя шестого порядка связано с большим объемом вычислительной работы, поэтому целесообразно воспользоваться стандартными подпрограммами, имеющимися для цифровых вычислительных машин. В данной работе использовалась подпрограмма, основанная на методе Данилевского.



Для характеристического уравнения выше четвертой степени из алгебраических критериев удобнее пользоваться критерием Рауса. Критерий Рауса для уравнения (3) записывается в виде табл. 1.

Таблица 1

$a_0$	$a_2$	$a_4$	$a_6$
$a_1$	$a_3$	$a_5$	
$c_{13} = a_2 - \frac{a_0}{a_1} a_3$	$c_{23} = a_4 - \frac{a_0}{a_1} a_5$	$a_6$	
$c_{14} = a_3 - \frac{a_1}{c_{13}} c_{23}$	$c_{24} = a_5 - \frac{a_1}{c_{13}} a_6$		
$c_{15} = c_{23} - \frac{c_{13}}{c_{14}} c_{24}$	$a_6$		
$c_{16} = c_{24} - \frac{c_{14}}{c_{14}} a_6$			
$a_6$			

Для того, чтобы система, соответствующая характеристическому уравнению (3), была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительными величинами. Если хотя бы один из этих коэффициентов станет отрицательным, устойчивая работа СРРД нарушается. Следовательно, граница устойчивой работы СРРД будет соответствовать тем значениям параметров, входящих в уравнения (2), при которых один из коэффициентов первого столбца табл. 1 обращается в нуль. Изменение знака коэффициента  $a_6$  означает переход границы сползания, а изменение знака  $c_{16}$  — переход границы самораскачивания. Так находятся области устойчивой и неустойчивой работы в плоскости двух каких-либо параметров при неизменных всех остальных параметрах.

При изменении параметров СРРД изменяются границы устойчивой работы. Расчеты показывают, что влияние параметров на области устойчивой работы проявляется в следующем.

Перегрузочная способность (сползание) СРРД зависит от отношения синхронных индуктивных сопротивлений по осям  $d$ ,  $q$  и от величины активных сопротивлений обмоток ротора и статора. С увеличением отношения  $x_d/x_q$  и уменьшением активных сопротивлений обмоток ротора и статора перегрузочная способность возрастает.

На область самораскачивания оказывают основное влияние механическая постоянная, коэффициент трения и активные сопротивления обмоток.

На рис. 1а представлены границы сползания и самораскачивания в зависимости от величины активного сопротивления обмотки статора. Как следует из рисунка, с увеличением сопротивления обмотки статора от 0,01 до 0,5 перегрузочная способность уменьшается на 25—30%.

Устойчивая работа возможна при значениях сопротивления меньше 0,03 относительных единиц и значениях, превышающих 0,3. С увеличением нагрузки область самораскачивания смещается в сторону увеличения сопротивлений, расширяясь при малых  $\gamma$  и уменьшаясь при больших.

Влияние активного сопротивления обмотки ротора на устойчивость



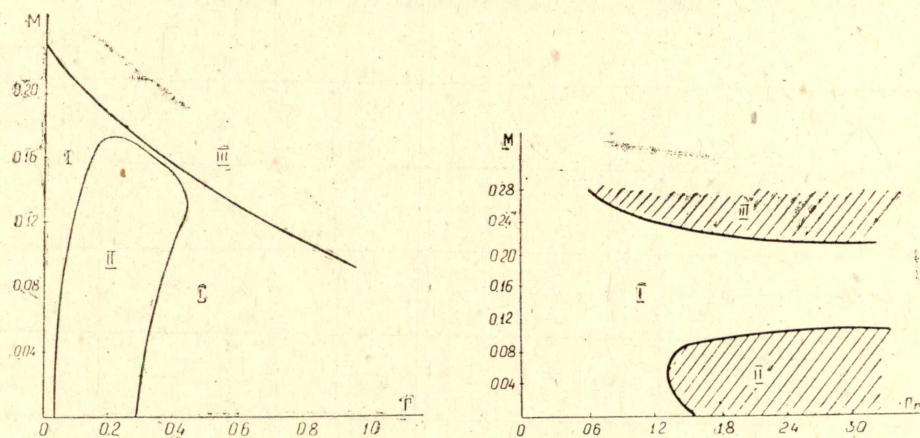


Рис. 1. Области устойчивой работы СРРД: а)  $r_r=4$ ;  $k_M=0,3$ ;  $N=5$  эл. сек.; б)  $N=5$  эл. сек.;  $r=0,08$ ;  $\frac{x_d}{x_q}=1,4$ ;  $k_M=0,3$ ; I — область устойчивой работы; II — область самораскачивания; III — область сползания

работы СРРД показано на рис. 16. Расчеты показывают, что двигатель при значении активного сопротивления обмотки статора 0,1 работает устойчиво до  $r_r=1,2$ . В диапазоне  $r_r=1,2 \div 1,5$  происходит резкое сужение области устойчивой работы. При этом сужение происходит за счет неустойчивой работы при малых нагрузках. Дальнейшее увеличение  $r_r$  незначительно влияет на область устойчивой работы. Перегрузочная способность двигателя, как это следует из рис. 2, снижается при увеличении  $r_r$ . Наиболее значительное снижение наблюдается до  $r_r=1,5$ , а при дальнейшем увеличении активного сопротивления обмотки ротора оно проявляется слабее. Уменьшение перегрузочной способности двигателя объясняется тем, что с увеличением асинхронная составляющая момента, обусловленная обмоткой ротора, уменьшается.

Влияние момента инерции вращающихся масс СРРД с обмоткой на роторе проявляется качественно так же, как и в двигателях без обмотки на роторе [3]. На рис. 2 приведены границы устойчивой работы при изменении механической постоянной  $N$ . Из приведенных кривых видно, что в синхронных реактивных редукторных двигателях с увеличением момента инерции область устойчивой работы сокращается. При малых значениях  $N$  двигатель работает устойчиво практически во всем диапазоне изменения  $r$ .

Существенное влияние на устойчивость работы СРРД оказывает величина коэффициента механического демпфирования, однако характер областей устойчивой работы при изменении  $k_M$  аналогичен двигателю без обмотки на роторе [3].

Обобщая результаты исследования обмотки ротора на статическую ус-

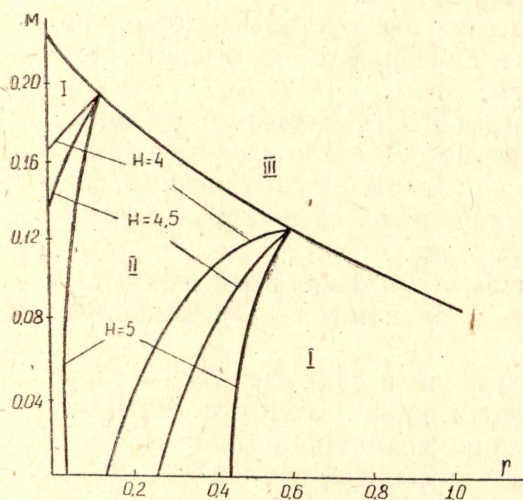


Рис. 2. Область устойчивой работы СРРД:  $k_M=0,2$ ;  $\frac{x_d}{x_q}=1,5$ ;  $r_r=10$ ; I — область устойчивой работы; II — область самораскачивания; III — область сползания



тойчивость СРРД, можно сделать вывод, что короткозамкнутая обмотка ротора расширяет область устойчивой работы СРРД в синхронном режиме. Однако существенное уменьшение области самораскачивания имеет место в диапазоне малых значений активного сопротивления обмотки ротора, при которых пуск двигателей вхолостую становится невозможным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. В. Кононенко. Синхронные реактивные машины. М., «Энергия», 1970.
2. Б. М. Каган, Т. М. Тер-Микаэлян. Решение инженерных задач на цифровых вычислительных машинах. М.-Л., «Энергия», 1964.
3. А. А. Буймов, Е. В. Кононенко, Р. П. Лаас, Б. П. Гарганев. Повышение статической устойчивости тихоходных синхронных двигателей с электромагнитной редукцией скорости. В кн.: «Проектирование устройств электропитания и электропривода», т. 2, «Электромеханические устройства и элементы технологии». М., «Энергия», 1973.