ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 201 1972

ВЫВОД ФОРМУЛЫ ПРИТОКА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИ НЕСОВЕРШЕННУЮ СКВАЖИНУ

Л. А. ПУХЛЯКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры высшей математики)

В настоящей статье рассматривается приток в скважину, обсаженную обсадной колонной, зацементированную и проперфорированную с определенной плотностью. Область дренирования такой скважины можно разделить на две зоны: внешнюю и внутреннюю, или зону влияния отверстий. В первой из этих зон отдельные струи потока движутся как бы по радиусам плоского круга к его центру, через который проходит ось скважины. Различные характеристики потока в этой зоне могут быть расчитаны по формуле Дюпюи, которую можно записать в следующем виде

$$P_c - P_1 = \frac{Q_{пл}\,\mu}{2\pi к\, h}\, ln \frac{R}{r+s}, \tag{1}$$

где P_0 — пластовое давление в ати, P_1— давление на границе зоны влияния отверстий в ати, $Q_{пл}$ —приток в скважину в пластовых условиях в см³/сек, μ—вязкость нефти в пластовых условиях в сантипуазах, к—проницаемость пласта в дарси, h—мощность пласта в см, R—радиус влияния скважины в см, r—радиус скважины в см и s—средний радиус влияния отверстий, т. е. половина расстояния между соседними отверстиями в см.

В зоне влияния отверстий отдельные струи потока движутся как бы вдоль радиусов шаров к их центрам. Для характеристики различных параметров потока формула Дюпюи здесь непригодна ни в чистом виде, ни с поправками В. И. Щурова, которыми рекомендуют пользоваться И. М. Муравьев и др. [1, стр. 164—168; 2, стр. 137—140].

Дело в том, что названные поправки, или коэффициенты, вводятся в формулу таким образом, что их влияние распространяется на всю область дренирования, между тем законы движения жидкости в разных зонах данной области различны.

Более точной в данном отношении является формула, выведенная автором в содружестве с М. В. Самойловой [3]. Одна из частей данной формулы характеризует зону влияния отверстий, или внутреннюю зону, а вторая внешнюю. Однако та часть названной формулы, которая характеризовала зону влияния отверстий, содержала в себе поправочный коэффициент φ определенный приближенно без достаточного математического обоснования. Попытка обосновать математически, а заодно и определить его с достаточной точностью и привела к тому, что была выведена новая предлагаемая ниже формула притока в гидродинамически несовершенную скважину. Вывод формулы производился в следующем порядке.

Прежде всего была определена площадь фильтрации потока F_φ на некотором расстоянии от отверстия в колонне. Она выражается следующим соотношением

$$F_\varphi = 4\pi\rho^2 - F_в. \tag{2}$$

где $4\pi\rho^2$ — поверхность сферы радиуса ρ и F — площадь выреза, сделанного в этой сфере обсадной колонной. Для расчета последней из этих величин берется одна четверть ее в верхней половине данного выреза (рис. 1-а) и в ее пределах выделяется горизонтальная полоска шириной $\rho d\alpha$, где α — угол между образующей колонны и радиусом сферы, проведенным от центра отверстия к любой точке на сфере (угол $\angle AOB$ на рис. 1).

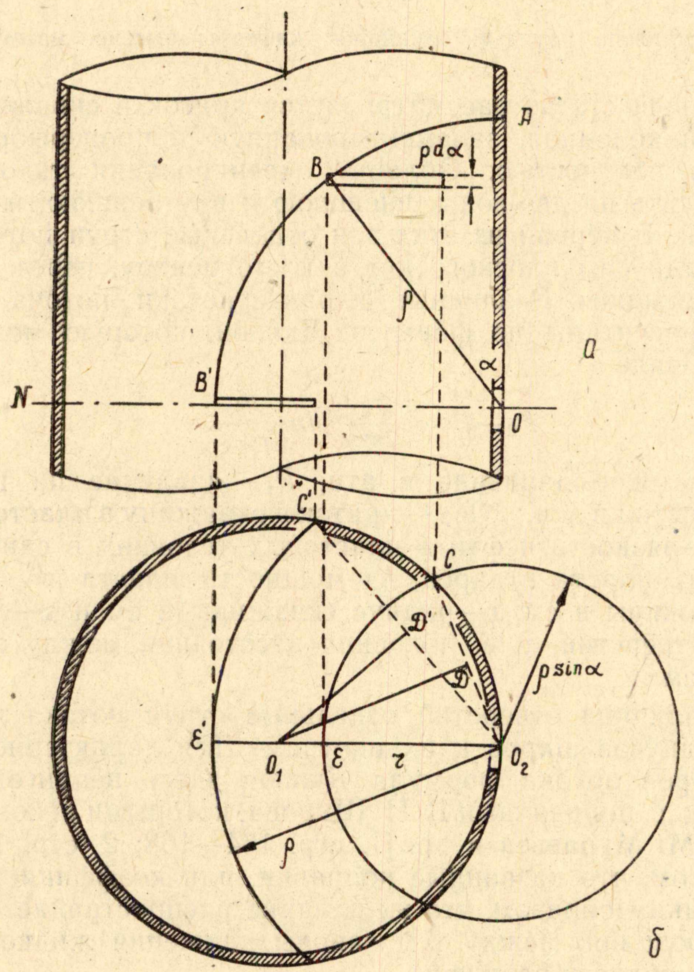

Рис. 1. Элементы, определяющие площадь выреза в сфере, очерченной радиусом ρ вокруг отверстия в обсадной колонне радиуса r наружной поверхностью этой колонны: а — вид сбоку (обсадная колонна в продольном разрезе); б — вид сверху (обсадная колонна в поперечном разрезе).

Чтобы выразить длину данной полоски, рассечем колонну и выбранную нами сферу плоскостью, перпендикулярной оси скважины (для простоты рассуждений скважину будем считать вертикальной, а плоскость горизонтальной). В сечении мы получаем две пересекающиеся окружности (рис. 1-б), часть одной из которых (дуга CE) будет соответствовать интересующей нас полоске. Длину ее в сечении, проходящем через центр отверстия в колонне (сечение ON на рис. 1-а) можно выразить через радиус выбранной сферы ρ и арккосинус угла $D^1O_1O_2$ (рис. 1-б) или соотношением

$$l' = \rho \arccos \frac{\rho}{2r}. \tag{3}$$

Если же выбрать сечение, проходящее выше отверстия в колонне, например, в плоскости выбранной нами полоски то длина рассматриваемой дуги выразится через арккосинус угла DO_1O_2, или соотношением

$$l = \rho \cdot \sin\alpha \cdot \arccos \frac{\rho \cdot \sin\alpha}{2r}. \tag{4}$$

Таким образом, площадь выбранной нами полоски можно выразить соотношением

$$\frac{1}{4} dF_в = \rho \cdot \sin\alpha \cdot \arccos\left(\frac{\rho \cdot \sin\alpha}{2r}\right) \cdot \rho d\alpha, \tag{5}$$

интегрируя которое в пределах $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, получаем

$$\frac{1}{4} F_в = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\alpha \cdot \arccos\left(\frac{\rho \cdot \sin\alpha}{2r}\right) d\alpha. \tag{6}$$

Для удобства интегрирования разложим содержащийся в подинтегральном выражении арккосинус. В итоге выражение (6) принимает вид

$$\frac{1}{4} F_в = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\alpha \left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\rho}{2r} \sin\alpha + \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{\rho^3}{8r^3} \sin^3\alpha + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \frac{\rho^5}{32r^5} \sin^5\alpha + \ldots\right)\right] d\alpha \tag{7}$$

$$\frac{1}{4} F_в = \rho^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} \sin\alpha - \frac{\rho}{2r} \sin^2\alpha - \frac{\rho^3}{48r^3} \sin^4\alpha - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{1280} \frac{\rho^5}{r^5} \sin^6\alpha - \ldots\right) d\alpha \tag{8}$$

Интегрируя выражение (8) в заданных пределах, получаем

$$\frac{1}{4} F_в = \rho^2 \left[\frac{\pi}{2}(-\cos\alpha) - \frac{\rho}{2r}\left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{4}\sin 2\alpha\right) - \frac{\rho^3}{48r^3}\left(\frac{3}{8}\alpha - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{1}{4}\sin 2\alpha + \frac{1}{32}\sin 4\alpha\right) - \frac{3}{1280} \frac{\rho^5}{r^5}\left(\frac{\sin^5\alpha \cdot \cos\alpha}{6} + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 8}\alpha - \frac{5}{6 \cdot 4}\sin 2\alpha + \frac{5}{6 \cdot 32}\sin 4\alpha\right)\right]\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}. \tag{9}$$

Наконец, подставляя в выражение (9) заданные значения и произведя соответствующие сокращения, получаем

$$\frac{1}{4}F_{в}=\rho^2\left[\frac{\pi}{2}(-0+1)-\frac{\rho}{2r}\frac{\pi}{2}-\frac{\rho^3}{48r^3}\cdot\frac{3}{8}\frac{\pi}{2}-\frac{3}{1280}\frac{\rho^5}{r^5}\cdot\frac{5}{6}\frac{\pi}{2}\right] \quad (10)$$

откуда полная площадь интересующего нас выреза выразится соотношением

$$F_{в}=2\pi\left(\rho^2-\frac{\rho^3}{4r}-\frac{\rho^5}{128r^3}-\frac{3}{4096}\frac{\rho^7}{r^5}-\ldots\right). \quad (11)$$

Пользуясь полученным выражением (11), а также выражением (2), можно получить площадь фильтрации в зоне влияния отдельного отверстия на любом расстоянии от него. Она выражается соотношением

$$F_{\varphi}=2\pi\left(\rho^2+\frac{\rho^3}{4r}+\frac{\rho^5}{128r^3}+\frac{3}{4096}\frac{\rho^7}{r^5}+\ldots\right). \quad (12)$$

Теперь мы имеем возможность составить исходное выражение для определения перепада давлений в зоне влияния отдельного отверстия. Оно оказывается следующим

$$dP=\frac{Q_{пл}\,\mu}{nk2\pi\left(\rho^2+\frac{\rho^3}{4r}+\frac{\rho^5}{128r^3}+\frac{3}{4096}\frac{\rho^7}{r^5}+\ldots\right)}\,d\rho. \quad (13)$$

где n — число отверстий в колонне.

Выражение это является неудобным для интегрирования, так как в знаменателе его имеется многочлен, содержащий переменное, по которому производится интегрирование. Приводя его к виду, удобному для интегрирования, получаем

$$dP=\frac{Q_{пл}\,\mu}{n\,2\pi k}\left(\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{4\rho r}+\frac{1}{16r^2}-\frac{3}{128}\frac{\rho}{r^3}+\frac{1}{128}\frac{\rho^2}{r^4}-\right.$$

$$\left.-\frac{13}{4096}\frac{\rho^3}{r^5}+\frac{17}{16384}\frac{\rho^4}{r^6}-\frac{3}{8192}\frac{\rho^5}{r^7}+\ldots\right)d\rho. \quad (14)$$

Интегрируя выражение (14) в пределах $\lambda<\rho<s$ получаем

$$P_1-P_2=\frac{Q_{пл}\,\mu}{n\,2\pi k}\left(\frac{1}{-\rho}-\frac{1}{4r}ln\,\rho+\frac{\rho}{16r^2}-\frac{3}{128\cdot2}\frac{\rho^2}{r^3}+\frac{1}{128\cdot3}\frac{\rho^3}{r^4}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{13}{4096\cdot4}\frac{\rho^4}{r^5}+\frac{17}{16384\cdot5}\frac{\rho^5}{r^6}-\frac{3}{8192\cdot6}\frac{\rho^6}{r^7}\right)\right|_{\lambda}^{s}. \quad (15)$$

Наконец, подставляя в выражение (15) в качестве пределов сначала s, а затем λ, а также производя соответствующие преобразования коэффициентов и добавляя к полученному результату правую часть выражения (1), находим формулу притока в гидродинамически несовершенную скважину

$$P_0-P_{заб}=\frac{Q_{пл}\,\mu}{n\,2\pi k}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{s}-\frac{0{,}25}{r}\ln\frac{s}{\lambda}+0{,}0625\frac{s-\lambda}{r^2}-\right.$$

$$-0{,}0117187\frac{s^2-\lambda^2}{r^3}+0{,}0026042\frac{s^3-\lambda^3}{r^4}-0{,}0007935\frac{s^4-\lambda^4}{r^5}+$$

$$\left.+0{,}0002075\frac{s^5-\lambda^5}{r^6}-0{,}0000610\frac{s^6-\lambda^6}{r^7}+\ldots+\frac{n}{h}\ln\frac{R}{r+s}\right). \quad (16)$$

где λ — радиус отверстия в колонне в *см*, h — мощность пласта в *см*, $Q_{пл}$ — приток в пластовых условиях в *см³/сек*, определяемый по формуле.

$$Q_{пл}=\frac{1000000\,Q\,b}{86400}, \quad (17)$$

где коэффициент 1000000 означает количество см^3 в м^3, 86400 — количество секунд в сутках, Q—общий приток в скважину в поверхностных условиях в м^3/сут., b — объемный коэффициент нефти, т. е. отношение ее объема в пластовых условиях к объему в поверхностных условиях, n — число отверстий в фильтре и $P_{заб}$ — забойное давление в ати. Остальные буквы объяснены при описании формулы (1), (30) и (31).

Для удобства пользования формулой (16) рекомендуется последний член заключенной в скобки части ее именовать геометрической характеристикой зоны радиально-плоскостного потока, а первые девять — геометрической характеристикой зоны влияния отверстия.

Формула (16) справедлива при условии, что радиус влияния отверстия s не превышает $2r$. В противном случае выражение

$$\arccos\frac{\rho\sin\alpha}{2r},$$

являющееся составной частью соотношения (4) и др., не будет иметь смысла. Одновременно нарушается и второе условие. При получении выражения (10) в качестве верхнего предела интегрирования мы брали $\frac{\pi}{2}$. Если же у нас радиус влияния отверстия s будет превышать $2r$, то нижний край выреза, сделанного цилиндром в сфере, будет удален от самой верхней точки его не на 90°, а на несколько меньшую величину, определяемую соотношением

$$\alpha_{\max}=\arcsin\frac{2r}{\rho}. \tag{18}$$

В связи с этим в подобных случаях зону влияния отверстий рекомендуется представлять в виде двух частей: первая ограничивается радиусом, равным диаметру скважины ($2r$), и вторая это часть, лежащая за пределами $2r$. Геометрическая характеристика первой из них приблизительно может быть выражена соотношением

$$G_1=\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{2r}-\frac{0{,}25}{r}\ln\frac{2r}{\lambda}+0{,}0625\frac{2r}{r^2}-0{,}0117187\frac{4r^2}{r^3}+$$

$$+0{,}0026042\frac{8r^3}{r^4}-0{,}0007935\frac{16r^4}{r^5}+0{,}0002075\frac{32r^5}{r^6}-0{,}000061\frac{64r^6}{r^7} \tag{19}$$

или после соответствующих преобразований

$$G_1=\frac{1}{\lambda}-\frac{0{,}411}{r}-\frac{0{,}25}{r}\ln\frac{2r}{\lambda}. \tag{20}$$

Что касается геометрической характеристики второй части, то для ее определения следует принять во внимание, во-первых, то, что выражение площади выреза при $\rho>2r$ очень сложно, и во-вторых, то, что величина этой площади изменяется в весьма ограниченных пределах. А именно, при $\rho=2r$, согласно формуле (11)

$$F_в=4\pi r^2\left(1-\frac{11}{64}\right)$$

или

$$F_в=3{,}31\pi r^2 \tag{21}$$

и при $\rho\to\infty$

$$F_в=2\pi r^2. \tag{22}$$

Поэтому для практического использования величину выреза можно принять постоянной и выражать соотношением

$$F_в=3\pi r^2. \tag{23}$$

Максимальное значение ошибки в определении перепада давлений при таком допущении не превышает 0,2%. Таким образом, исходное выражение для определения перепада давлений во второй части зоны влияния отверстий выразится соотношением

$$dP = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n\,k(4\pi\rho^2 - 3\pi r^2)} d\rho, \tag{24}$$

которое приводится к виду

$$dP = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n4\pi k\left(\rho^2 - \frac{3}{4} r^2\right)} d\rho$$

$$dP = \frac{Q_{пл}\mu}{n4\pi k}\left(\frac{1}{\rho^2} + \frac{3}{4}\frac{r^2}{\rho^4} + \frac{9}{16}\frac{r^4}{\rho^6}\right) d\rho. \tag{25}$$

Интегрируя выражение (25) в пределах $2r < \rho < s$, получаем

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n4\pi k}\left(-\frac{1}{\rho} - \frac{r^2}{4\rho^3} - \frac{9}{16\cdot 5}\frac{r^4}{\rho^5}\right)\Bigg|_{2r}^{s}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n4\pi k}\left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{s} - \frac{r^2}{4s^3} + \frac{r^2}{4\cdot 8\cdot r^3} - \frac{9}{16\cdot 5}\frac{r^4}{s^5} + \frac{9}{16\cdot 5\cdot 32}\frac{r^4}{r^5}\right)$$

или, вводя в скобки множитель $\frac{1}{2}$ и производя соответствующие преобразования

$$P_1 - P_2 = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n2\pi k}\left(\frac{0{,}25}{r} - \frac{0{,}5}{s} - 0{,}125\frac{r^2}{s^3} + 0{,}015625\frac{1}{r} - \right.$$

$$\left. - 0{,}05625\frac{r^4}{s^5} + \frac{0{,}0017578}{r}\right) \tag{26}$$

Таким образом, геометрическая характеристика рассматриваемой части выразится соотношением

$$G_2 = 0{,}26738\frac{1}{r} - \frac{0{,}5}{s} - 0{,}125\frac{r^2}{s^3} - 0{,}05625\frac{r^4}{s^5}. \tag{27}$$

Геометрическая характеристика внешней зоны, как вытекает из сказанного выше, выражается соотношением

$$G_3 = \frac{n}{h}\ln\frac{R}{r+s}.$$

В итоге полный перепад давлений в скважине с малой плотностью перфорации (при $s > 2r$), принимая во внимание выражение (20), оказывается равным

$$P_0 - P_{заб} = \frac{Q_{пл}\,\mu}{n2\pi k}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{0{,}14362}{r} - \frac{0{,}25}{r}\ln\frac{2r}{\lambda} - \frac{0{,}5}{s} - 0{,}125\frac{r^2}{s^3} - \right.$$

$$\left. - 0{,}05625\frac{r^4}{s^5} + \frac{n}{h}\ln\frac{R}{r+s}\right). \tag{28}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основное назначение выведенных формул (16) и (28) — это определение проницаемости пластов по притокам в скважины на установившихся режимах, прежде всего по результатам испытаний скважин, которые проводятся в процессе вызова притока в них. Кроме того, данные формулы можно использовать для определения давления в различных точках пласта, для установления зависимости между плотностью перфорации и притоком в скважины и других целей. При этом формула (16) может применяться лишь в случаях высокой плотности перфорации скважин, а формула (28) при низкой. Работу эту рекомендуется вести в следующем порядке.

1. Определяется мощность пласта на одно отверстие. Расчет ведется по формуле $h' = \frac{h}{n}$, (29)

где h — общая мощность пласта, или длина интервала перфорации в см, n — число отверстий в данном интервале перфорации.

2. Определяется радиус влияния отверстия, который, как отмечалось выше, равен половине среднего расстояния между отверстиями. При этом, если мощность пласта на одно отверстие h^1 не превышает 1,27 диаметра, или 2,55 радиуса скважины, расчет ведется через площадь на одно отверстие, то есть по формуле.

$$s = 0{,}5\sqrt{2\pi r \frac{h}{n}} \qquad (30)$$

и определение перепада давлений ведется по формуле (16).
Если же мощность на одно отверстие превышает 1,27 диаметра скважины, расчет ведется по принципу среднего квадратичного, то есть по формуле

$$s = 0{,}5\sqrt{\left(\frac{h}{n}\right)^2 + \left(\frac{2\pi r}{3}\right)^2}, \qquad (31)$$

и перепад давлений определяется по формуле (28).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Муравьев, Р. С. Андриасов, Ш. К. Гиматудинов, Г. Л. Говорова, В. Т. Полозков. Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений. «Недра», 1965.

2. И. М. Муравьев, Р. С. Андриасов, Ш. К. Гиматудинов, Г. Л. Говорова, В. Т. Полозков. Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений. Изд-во «Недра», 1970.

3. Л. А. Пухляков, М. В. Самойлова. К вопросу притока нефти в гидродинамически несовершенную скважину. Известия ТПИ, т. 196, 1969.