

ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ НА ЦВМ

Н. М. БЫЛИНО, А. Н. ЛАФЁРОВ, И. Э. НААЦ

(Представлена научным семинаром УВЛ ТПИ)

Использование вычислительных машин для автоматизации построения графических изображений приводит к необходимости разработки методов кодирования геометрической информации. В данной статье предлагается один из способов кодирования и обработки геометрической информации при построении аксонометрических изображений. Рассмотренный в работе [1] способ кодирования графического изображения с помощью множества смежных точек наряду со своей общностью обладает большой избыточностью. В ряде же практических случаев можно предложить более экономный способ кодирования графического изображения, а именно: заданием списков координат определенных точек и связей между ними. В частности, для многоугольника в качестве таких списков удобно взять списки вершин и ребер. Промежуточные точки, требуемые при детализации построения аксонометрических изображений, могут быть получены линейным интерполированием, что значительно сокращает объем входной информации.

Аппарат аксонометрического проектирования определяется тремя углами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ (т. е. углами между проекциями осей системы, в которой задано геометрическое тело, рис. 1). Значения углов $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ определяются [2] при ортогональном проектировании углами α, β и γ , характеризующими, в свою очередь, положение исходной системы координат относительно плоскости проекций

$$\begin{aligned}\sin \omega_1 &= \frac{\cos \alpha}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}, \\ \sin \omega_2 &= \frac{\cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \gamma}, \\ \sin \omega_3 &= \frac{\cos \gamma}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}.\end{aligned}\quad (1)$$

Так как углы $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ известны, то, проведя обратные преобразования, будем иметь

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{\cos^2 \omega_1 + \cos \omega_1 \cos \omega_2 \cos \omega_3}{\sin^2 \omega_2 - \sin^2 \omega_1 + \cos^2 \omega_2 \sin^2 \omega_3}},$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{\cos^2 \omega_2 + \cos \omega_1 \cos \omega_2 \cos \omega_3}{\sin^2 \omega_3 - \sin^2 \omega_2 + \cos^2 \omega_3 \sin^2 \omega_1}}, \quad (2)$$

$$\cos \gamma = \sqrt{\frac{\cos^2 \omega_3 + \cos \omega_1 \cos \omega_2 \cos \omega_3}{\sin^2 \omega_1 - \sin^2 \omega_3 + \cos^2 \omega_1 \sin^2 \omega_2}}.$$

Эти выражения справедливы при $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \geq 90^\circ$. При любом $\omega = 90^\circ$ аксонометрическое изображение сводится к проекциям Монжа.

Если $X'Y'Z'$ координаты точки декартовой системы, то система уравнений аксонометрического построения примет вид

$$\begin{aligned} x &= X' \cos \alpha, \\ y &= Y' \cos \beta, \\ z &= Z' \cos \gamma. \end{aligned} \quad (3)$$

Переход от (3) к плоскости с двумя декартовыми осями, необходимый для упрощения процесса построения аксонометрического изображения, осуществляется согласно выражениям

$$\begin{aligned} X &= y \sin \omega_1 + x \sin(\omega_1 + \omega_2), \\ Y &= z + y \cos \omega_1 + x \cos(\omega_1 + \omega_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где X, Y — абсцисса и аппликата в плоскости чертежа, причем ось Y чертежа совпадает с аксонометрической осью Z .

Практически геометрическое тело не всегда может быть задано упорядоченным списком координат. Чаще имеется три проекции Монжа. Тогда требуется ввести исходные данные о теле по проекциям Монжа в машину и по ним рассчитать координаты аксонометрического изображения данного тела.

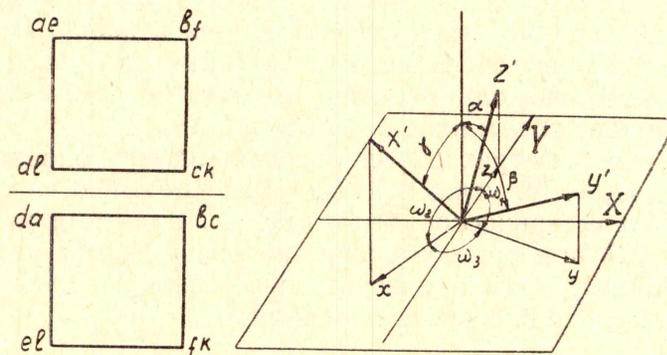


Рис. 1

Рассмотрим более подробно построение аксонометрической проекции тела на некоторую плоскость, если тело задано в 3 проекциях Монжа. В качестве такого тела возьмем куб с ребром $a=1$ (рис. 1). По проекциям Монжа множество вершин куба можно задать двумя списками координат его вершин, составленных в произвольной последовательности и соответствующих, любой паре плоскостей (H, V, W). Из этих двух списков, соответствующих проекциям вершин, формируется общий список, соответствующий действительному множеству вершин куба, путем выбора пар с одной общей координатой (скажем X). Для данного примера результирующий список представится в виде a, b, c, d, e, f, g, h .

Выявление действительных связей между вершинами тела осуществляется следующим образом. Возьмем для примера вершину K . По одной проекции Монжа можно составить список возможных связей этой точки с остальными вершинами куба. Составляя такие списки по всем трем плоскостям проекций, получим таблицу

$$\begin{array}{l} K_v \ d \ b \ e \ f \ l \\ K_n \ d \ b \ e \ a \ l \\ K_w \ d \ a \ e \ f \ l, \end{array}$$

где через K_v , K_n и K_w условно обозначены проекции точки K на соответствующие плоскости. Из таблицы видно, что точка K имеет связи с точками d , e , l , так как действительная связь (ребро) должна присутствовать во всех трех проекциях Монжа. Прделав указанные операции для каждой вершины, получим список связей, который определяет конфигурацию тела.

После установления действительных связей между вершинами упорядочение массива координат вершин выполняется по следующему правилу:

1. Начиная с первой пары списка связей, последовательно сравниваем ее с остальными и находим такую пару, в которой имеется общая вершина с исходной парой (Kl , lf).

2. Вторая вершина найденной пары аналогично сравнивается с остальными и до тех пор, пока не встретится в списке пары с вершиной, у которой искомые координаты (kl , ef , ek , dk , db , cb , ac , ae).

3. Далее берутся следующие пары (ребра) и прделывается то же самое (ad , cb , bl).

Одновременно с поиском происходит упорядоченная запись найденной последовательности вершин и тем самым исключение этих вершин из первоначального списка связей.

После указанных операций определяется аксонометрическая проекция тела, согласно приведенным выше формулам.

Результаты построения 2 аксонометрических проекций на машине «Минск-1» приведены на рис. 2. Промежуточные точки ребер получались линейным интерполированием с шагом 0,2 от наименьшего ребра изображаемого тела.

Указанный метод может применяться для геометрических тел более сложной конфигурации.

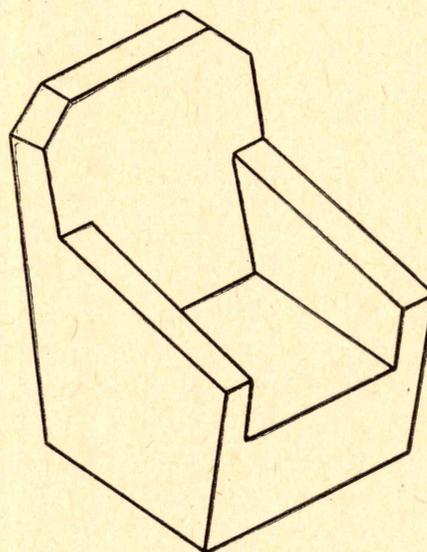


Рис. 2

Выводы

1. В работе предлагается при построении аксонометрических изображений с использованием ЦВМ вводить исходную графическую информацию по проекциям Монжа в виде неупорядоченных списков проекций вершин (в общем случае множество определяющих точек) и возможных, т. е. наблюдаемых на проекциях, связей между ними.

2. Описанный в работе алгоритм упорядочивает эти списки и выделяет действительные связи между вершинами (ребра).

3. Промежуточные точки на ребрах, необходимые для детализации при построении аксонометрического изображения, предлагается получать линейным интерполированием по упорядоченному списку вершин, что значительно сокращает объем вводимой в машину исходной геометрической информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Фролов. Кибернетика и инженерная графика. М., 1967.
 2. Геометрия. ЭЭМ. т. 4. М., 1963.
-