

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕДАЧИ

Л. А. НАУМОВ, Ю. В. ПИКАЛКИН, Э. И. ЦИМБАЛИСТ

(Представлена научным семинаром кафедры радиотехники)

Вопросы анализа чувствительности электрических схем достаточно полно рассмотрены в ряде работ [1, 2, 3 и др.]. Наиболее часто чувствительность передачи по интересующей i -й ветви определяется методом непосредственного дифференцирования найденной передачи T по i -й ветви. Вычисления подобного рода связаны с избыточностью и, как правило, содержат значительное число взаимоуничтожающихся членов и требуют операций приведения подобных. Представляет определенный интерес отыскание чувствительности любой передачи электрической схемы топологически.

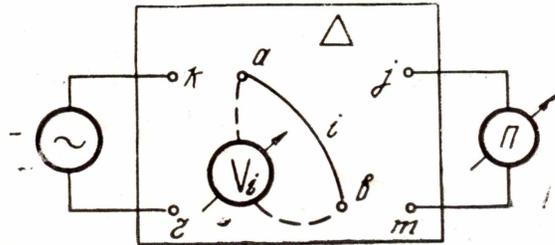


Рис. 1.

На рис. 1 представлена электрическая схема, характеризуемая определителем Δ , с выделенными парами узлов « kr », « jm » подключения генератора (источника сигнала) G , измерительного прибора Π и интересующей i -й ветви. Как известно [4], передача сигнала от генератора до прибора определяется отношением

$$T_{Г\Pi} = \frac{\Pi}{G},$$

где Π — показания прибора,

G — величина источника сигнала.

В настоящей работе доказывается возможность определения чувствительности через произведение передачи сигнала от генератора на вольтметр V_i , подключенный к клеммам « ab » i -й ветви, на передачу сигнала от источника тока I_i , подключенного к тем же клеммам, до прибора:

$$\frac{\partial T_{Г\Pi}}{\partial i} = S_i = \frac{V_i}{G} \cdot \frac{\Pi}{I_i} = -T_{ГV_i} \cdot T_{I_i\Pi}. \quad (1)$$

Докажем справедливость (1). Передача $T_{ГП}$ может быть записана как

$$T_{ГП} = \frac{V_i}{\Gamma} \cdot \frac{\Pi}{V_i}. \quad (2)$$

Уточним характер источника сигнала для выявления характера передачи $T_{ГVi}$: пусть $\Gamma = e$ — источник напряжения. Тогда передача V_i/e может быть определена через внутреннюю полную проводимость схемы g_i относительно клемм a и b и проводимость самой интересующей ветви i :

$$T_{ГVi} = - \frac{V_i}{e} = - \frac{g_i}{g_i + i}, \quad (3)$$

где $g_i = \frac{\Delta_0}{\Delta_i}$, а Δ_0 и Δ_i являются элементами разложения определителя схемы по i -й ветви:

$$\Delta = i \Delta_i + \Delta_0.$$

Передача же Π/V_i может быть определена по формуле Мэсона:

$$\frac{\Pi}{V_i} = \frac{\sum P' \Delta'}{\Delta_i}, \quad (4)$$

где P' — путь, проходящий через измерительный прибор и генератор V_i подключенный к i -й ветви,

Δ' — алгебраическое дополнение пути P' . Подставив (3,4) в (2), получим

$$T_{ГП} = \frac{V_i}{e} \cdot \frac{\Pi}{V_i} = \frac{\Delta_0}{\Delta_0 + i \Delta_i} \cdot \frac{\sum P' \Delta'}{\Delta_i}.$$

Чувствительность по i -й ветви определяется как

$$S_i = \frac{\partial T_{ГП}}{\partial i} = - \frac{\Delta_0}{\Delta} \cdot \frac{\sum P' \Delta'}{\Delta}. \quad (5)$$

Передача $\frac{V_i}{e} = \frac{\Delta_0}{\Delta}$ в свою очередь может быть вычислена через пути, проходящие через источник сигнала и вольтметр, и дополнения к ним:

$$\frac{V_i}{e} = \frac{\sum P'' \Delta''}{\Delta}. \quad (6)$$

С учетом (5, 6) выражение для чувствительности может быть представлено в форме

$$S_i = - \frac{\sum P'' \Delta''}{\Delta} \cdot \frac{\sum P' \Delta'}{\Delta} = - T_{ГVi} \cdot T_{I_iП}, \quad (7)$$

что и требовалось доказать.

Обычно определитель схемы Δ при нахождении чувствительности известен и необходимо вычислить лишь числитель (7). Совершенно очевидно, что он равен числителям (4, 6) при любом характере прибора и генератора, подключаемых к i -й ветви. Полученное соотношение распространяется также и на схемы, содержащие унисторы.

В наиболее интересном случае анализа схем с усилительными элементами, когда варьируемая ветвь является крутизной (например, s_1), алгоритм нахождения числителя (7) сводится к следующему:

1) из графа схемы удаляются ветви с s_1 ;

2) вольтметр V_i подключается между сеткой и катодом (или базой и эмиттером) и вычисляется числитель (4);

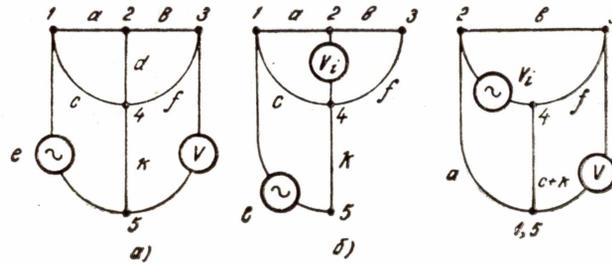
3) источник V_i подключается между анодом и катодом (коллектором и эмиттером) и вычисляется числитель (6).

Относительная нестабильность передачи $T_{\Gamma\Pi}$ схемы при малых изменениях параметров i -й ветви может быть вычислена как

$$\frac{dT_{\Gamma\Pi}}{T_{\Gamma\Pi}} = \frac{1}{T_{\Gamma\Pi}} \sum_{i=1}^n S_i \cdot \delta_i \cdot i = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^n i \cdot \Delta_i \cdot \delta_i,$$

где сумма берется по „ n “ варьируемым ветвям. Пример № 1. Найди S_i по ветви $i = d = r_{ab}$ схемы рис. 2, а

$$(\kappa = 1, r = 5, j = 3, m = 5, a = 2, b = 4).$$



a, b, c, d, f, κ — проводимости

Рис. 2.

Коэффициент передачи по напряжению равен

$$\begin{aligned} T_{13} &= \frac{V}{e} = \\ &= \frac{d[(a+c)(b+f)] + ab(c+f+\kappa) + cf(a+b)}{d[a(b+f) + (c+\kappa)(b+f)] + a[(c+\kappa)(b+f) + bf] + bf(c+\kappa)} = \\ &= \frac{\sum P_{\kappa} \Delta_{\kappa}}{\Delta}. \end{aligned}$$

Прямой метод нахождения

$$S_i = \frac{\partial T_{13}}{\partial r_{ab}} \text{ дает } S_i = \frac{a\kappa(b+f)[af - b(c+\kappa)]}{\Delta^2},$$

причем из 106 членов числителя только 6 являются полезными, а остальные представляют дубликации и сокращаются.

По предлагаемому методу (рис. 2, б, 2, в)

$$S_i = \frac{V_i/e}{\Delta} \cdot \frac{V/V_i}{\Delta} = \frac{a\kappa(b+f)[af - b(c+\kappa)]}{\Delta^2}.$$

Пример № 2. Найти S_i по ветви $i = s_1$ транзисторного усилителя (рис. 3, а, 3, б)

$$(\kappa = 1, r = 5, j = 4, m = 5, a_1 = 1, a_2 = 2, b = 3).$$

Коэффициент передачи по напряжению равен $T_{14} = \frac{V}{e} =$

$$\begin{aligned} &\frac{s_1[s_2(\kappa+f) + \kappa c] + a[\kappa(b+c) - s_2 b]}{s_1[\kappa(c+s_2) + dc] + d[(b+c)(a+f) + c(b+\kappa)] +} \\ &\frac{s_1[s_2(\kappa+f) + \kappa c] + a[\kappa(b+c) - s_2 b]}{+ \kappa[c(a+f) + b(a+f+d+c+s_2)]}. \end{aligned}$$

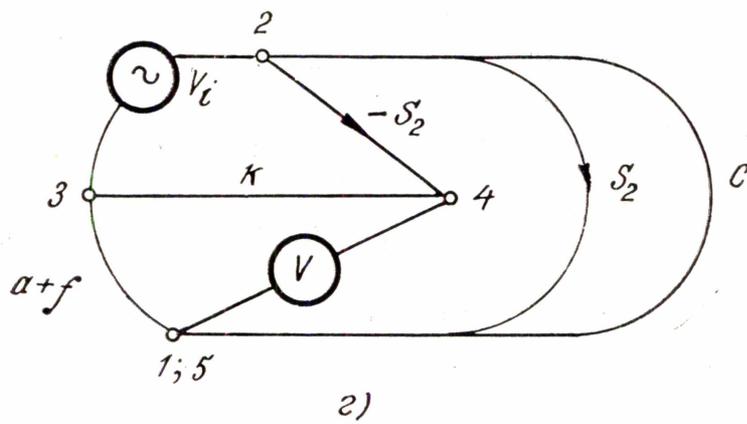
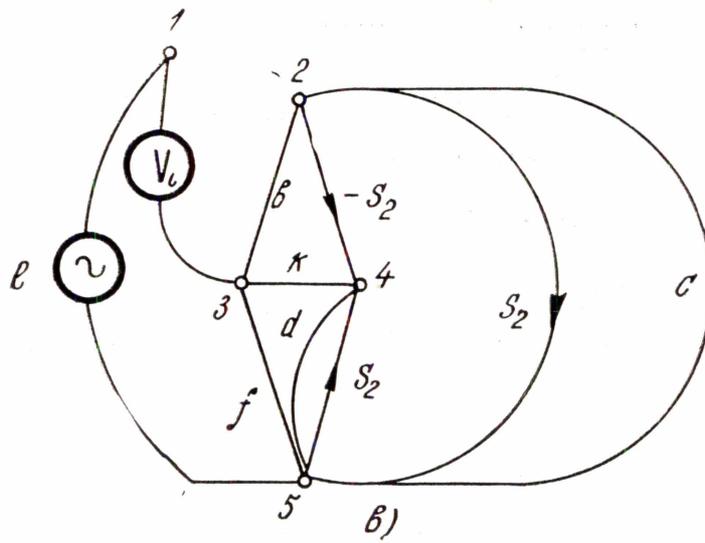
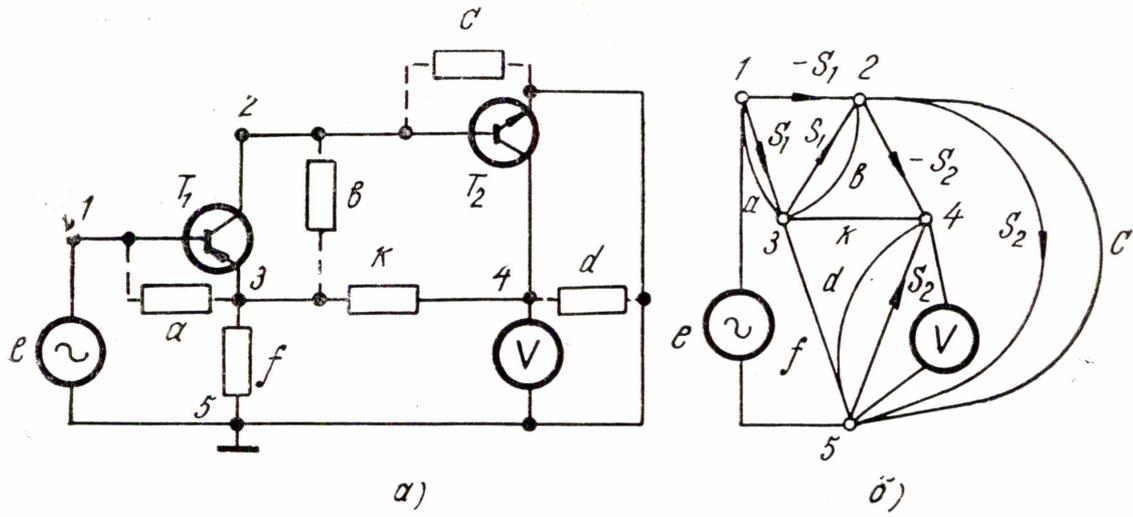


Рис. 3.

Прямой метод нахождения $S_{s_1} = \frac{\partial T_{14}}{\partial S_1}$ дает

$$S_{s_1} = \frac{d[f(c+b) + \kappa(b+c) + bc] + \kappa[f(c+b) + b(c+s_2)] \cdot [s_2(a+f) + \kappa(s_2+c)]}{\Delta^2}$$

По методу непосредственного дифференцирования из 66 членов, 36 полезных, 30 дубликаций.

По предлагаемому методу (рис. 3, г, 3, в)

$$S_{s_1} = \frac{[f(d+\kappa)(c+b) + \kappa d(b+c) + bs_2\kappa + bc(\kappa+d)][s_2(\kappa+f) + \kappa(s_2+c)]}{\Delta^2},$$

причем в передаче (рис. 3, в) появляются две дубликации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Нагорный. Зависимость основных параметров схемы от изменения параметров одного из ее элементов. «Электросвязь», 1961, № 6.
2. И. Чайка. Чувствительность передачи ориентированного графа к изменениям передачи любой ветви графа. Известия вузов СССР, «Радиоэлектроника», 1971, № 3.
3. В. Ф. Борисов. О применении сигнальных графов к расчету параметрической надежности транзисторных схем РЭА. В сб.: «Точность радиоэлектронной аппаратуры», М., РОТО, МДНТП, 1971.
4. С. Мэзон, Г. Циммерман. Электронные цепи, сигналы и системы, М., ИЛ, 1963.