ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 208 1974

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АВМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

А. М. МАЛЫШЕНКО, Е. И. ГРОМАКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры автоматики и телемеханики)

При моделировании движений динамических систем при случайных воздействиях на аналоговых вычислительных машинах (АВМ), возникает потребность в быстром (пусть и не достаточно точном) определении статистических характеристик интересующих координат. При этом предпочтительным может оказаться такой вариант измерения, который помимо АВМ не требует для этого никакой другой аппаратуры. Описываемая ниже методика удовлетворяет этому требованию и позволяет определить статистические характеристики инфранизкочастотного процесса в довольно широком диапазоне частот.

Статистические характеристики стационарного случайного процесса определяют законом распределения, математическим ожиданием и корреляционной функцией, или однозначно с ней связанной спектральной плотностью [1]. Определение математического ожидания практически не представляет каких-либо серьезных трудностей. В то же время техника определения корреляционных функций и спектральных плотностей довольно сложна и трудоемка. Специальная аппаратура, предназначенная для этих целей, достаточно дорога и имеется до сих пор лишь в ограниченном количестве [2].

В основе большого числа приборов для определения спектральной плотности (спектральных анализаторов) лежит линейная фильтрация исследуемого сигнала с помощью частотных избирательных систем-резонаторов и последующее интегрирование квадрата выходного сигнала резонатора [2]. Описываемая ниже методика определения на АВМ спектральной плотности случайного процесса базируется на этом же принципе.

С целью обоснования предлагаемой методики опишем динамику консервативного звена (колебательного звена второго порядка без демпфирования) при случайных возмущениях. Динамика такого звена описывается уравнением

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \nu^2 y(t) = x(t), \tag{1}$$

где x, y — соответственно входной и выходной сигналы;
ν — частота собственных колебаний.

Если предположить, что $x(t)$ — стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, т. е.

$$m_x(t) \equiv 0,$$

то дисперсия выходного сигнала σ_y^2 определится согласно [3] по формуле

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\nu^2}\left[\pi S_x(\nu)\cdot t - a_0 + a_1\cos 2\nu t - b_1\sin 2\nu t\right], \tag{2}$$

где

$$a_0 = \int_0^\infty \left(\tau\cos\nu\tau + \frac{1}{\nu}\sin\nu\tau\right) R_x(\tau)\,d\tau;$$

$$a_1 = \frac{1}{\nu}\int_0^\infty \sin\nu\tau\cdot R_x(\tau)\,d\tau;$$

$$b_1 = \frac{1}{\nu}\int_0^\infty \cos\nu\tau\cdot R_x(\tau)\,d\tau,$$

$R_x(\tau)$ — автокорреляционная функция входного сигнала $x(t)$.

По истечении отрезка времени, в течение которого $R_x(\tau)$ становится малой величиной, с достаточной степенью точности можно считать, что

$$\sigma_y^2 \simeq \frac{\pi}{\nu^2} S_x(\nu)\cdot t, \tag{3}$$

т. е. дисперсия выходного сигнала становится пропорциональной времени и величине спектральной плотности входного сигнала на частоте собственных колебаний консервативного звена.

Из (3) вытекает, что

$$S_x(\nu) \simeq \frac{\nu^2}{\pi\cdot t}\,\sigma_y^2. \tag{4}$$

В силу стационарности входного сигнала и линейности консервативного звена

$$\sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)\cdot dt, \tag{5}$$

поэтому интересующая нас спектральная плотность

$$S_x(\nu) \simeq \frac{\nu^2}{\pi T^2}\int_0^T y^2(t)\cdot dt. \tag{6}$$

Для повышения точности определения спектральной плотности по формуле (6) необходимо увеличивать интервал измерения T.

Согласно (6) для определения спектральной плотности случайного сигнала необходимо выполнить следующие операции: пропустить этот сигнал через консервативное звено, возвести в квадрат выходной сигнал звена и затем проинтегрировать по времени. Необходимые элементы и их функциональная связь приведены на рис. 1.

Меняя частоту собственных колебаний звена и каждый раз определяя по выходному сигналу интегратора значение спектральной плотности входного сигнала на частоте собственных колебаний консервативного звена, можно определить искомую спектральную плотность $S_x(\omega)$ во всем интересующем нас диапазоне частот.

Реализация указанного метода на АВМ приводит к схеме набора, представленной на рис. 2.

Здесь на первом, втором и третьем решающих усилителях реализуется консервативное звено с перестраиваемой частотой собственных колебаний. Четвертый усилитель служит для необходимого масштабирования. Блок деления и умножения БДУ работает в режиме умножения и выполняет функции квадратора. Пятый усилитель используется в режиме интегрирования.

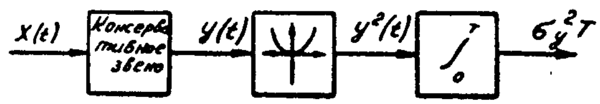

Рис. 1.

Для определни S_x (ν) с помощью приведенной на рис. 2 модели необходимо по истечении достаточного промежутка времени T (в пределах 1—2 *мин*) после запуска модели остановить решение и измерить время T и выходной сигнал модели с помощью измерительного прибора АВМ или входящего в ее комплект электронного индикатора. После этого для определения S_x (ν) достаточно уменьшить выходной сигнал модели в T^2 раз.

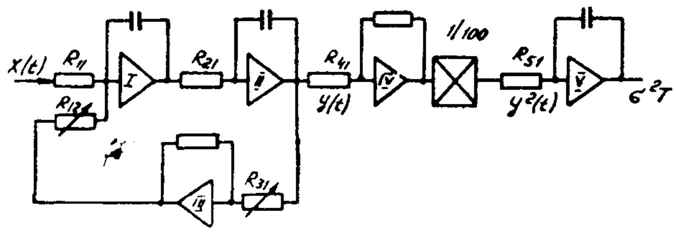

Рис. 2.

Указанная методика не ограничивается только приведенной здесь реализацией консервативного звена на решающих усилителях АВМ. Однако при определении статистических характеристик инфранизкочастотных стационарных сигналов, воспроизводимых на АВМ, указанный метод обладает достаточно весовыми преимуществами.

Возможность определения спектральной плотности описанным методом была подтверждена авторами экспериментально на аналоговой вычислительной машине МНБ-1. Выходной сигнал модели имел четко выраженную параболическую зависимость от времени и позволял вычислять S_x (ω) в пределах рабочего диапазона частот МНБ-1 (до 5 *гц*) с точностью порядка 20—30%.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Пугачев. Теория случайных функций. Физматгиз, М., 1962.
2. А. Ф. Котюк, В. В. Ольшевский, Э. И. Цветков. Методы и аппаратура для анализа характеристик случайных процессов. М., Изд-во «Энергия», 1967.
3. А. А. Свешников. Поведение динамической системы второго порядка без демпфирования под воздействием случайных процессов. Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, № 5, 1962.