ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 208 1974

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАДАННОГО ЧИСЛА КОНТРОЛЬНЫХ ТОЧЕК МЕЖДУ УСТРОЙСТВАМИ РАДИОЭЛЕКТРОННОГО КОМПЛЕКСА

В. М. РАЗИН, Н. И. САБЛИН

(Представлена научным семинаром кафедры вычислительной техники)

При разработке и эксплуатации радиоэлектронных комплексов возникает задача распределения заданного числа контрольных точек между сложными устройствами, входящих в эти комплексы таким образом, чтобы система автоматического контроля (САК) с максимальной вероятностью обнаружила неисправность, возникшую в комплексе.

Пусть радиоэлектронный комплекс состоит из n устройств. Будем предполагать, что эти устройства достаточно сложны и требуют, по крайней мере, размещения на них не менее одной контрольной точки. Если всего контрольных точек m, то это условие можно записать в виде неравенства

$$m \geqslant n \ . \ . \ . \ . \qquad (1)$$

Считаем известными вероятности $P_i \{i = \overline{1, n}\}$ безотказной работы каждого устройства и вероятности $\gamma_i \{i = \overline{1, n}\}$ обнаружения системой автоконтроля неисправности в i-м устройстве при наличии в ней одной контрольной точки. Требуется m контрольных точек распределить между n устройствами комплекса таким образом, чтобы вероятность обнаружения неисправности с помощью САК в комплексе была максимальна.

Введем следующие обозначения:

Событие A — обнаружение неисправности САК в комплексе, причем предполагается, что САК абсолютно надежна.

Гипотеза $H_i \{K = \overline{1, n}\}$ — неисправность возникла в i-м устройстве. Полагаем, что при установлении факта неисправности комплекса неисправность является единичной, т. е. она имеется только в одном устройстве, при этом очевидно, что

$$\sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1.$$

В этом случае вероятность $P(A)$ обнаружения неисправности САК в комплексе определяется следующим соотношением:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(A/H_i). \ . \ . \qquad (2)$$

$P(H_i)$ равна априорной вероятности того, что отказало i-е устройство, и определяется соотношением (3):

$$P(H_i) = 1 - P_i^* = \frac{\dfrac{1-P_i}{P_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1-P_i}{P_i}} \bullet \qquad (3)$$

Предположим, что на первых $n-1$ устройствах размещено $m_i\ \{i = 1, \overline{n-1}\}$ контрольных точек, тогда на n-м устройстве будет размещено $m_n = m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i$ контрольных точек; при этом общее число контрольных точек равно $\sum\limits_{i=1}^{n} m_n = m$.

Допустим, что на i-м блоке размещено m_i идентичных, обладающих одним и тем же эффектом, контрольных точек. Тогда вероятность обнаружения САК неисправности в i-м устройстве равна

$$P(A/H_i) = 1 - (1-\gamma_i)^{m_i} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (4)$$

Выражение (4) представляет зависимость вероятности обнаружения неисправности комплекса при том условии, что отказало i-е устройство, на котором размещено m_i (m_i — величина переменная) контрольных точек.

Подставив соотношение (3) и (4) в (2), получим:

$$P(A) = (1-P_n^*)[1-(1-\gamma_n)]^{m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i} + \sum_{i=1}^{n-1}(1-P_i^*)[1-(1-\gamma_i)^{m_i}] \ldots \qquad (5)$$

или учитывая, что $\sum\limits_{i=1}^{n}(1-P_i^*) = 1$, окончательно имеем

$$P(A) = 1 - (1-P_n^*)(1-\gamma_n)^{m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i} - \sum_{i=1}^{n-1}(1-P_i^*)(1-\gamma_i)^{m_i} \ldots \qquad (6)$$

Вероятность $P(A)$ существенным образом зависит от распределения контрольных точек между устройствами комплекса. В нашем случае необходимо найти такой набор $\{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$, который максимизирует

$$P(A) = f(m_1, m_2, \ldots, m_n) \to \max.$$

Для определения оптимальных $m_i\{i = 1, \overline{n-1}\}$ и тем самым $m_n = m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i$, набор которых максимизирует $P(A)$, продифференцируем последовательно по $m_i\ \{i = 1, \overline{n-1}\}$ выражение (6). Приравняв нулю полученные частные производные, получим систему $n-1$ уравнений:

$$\begin{cases} (1-P_1^*)(1-\gamma_1)^{m_1}\ln(1-\gamma_1) - (1-P_n^*)(1-\gamma_n)^{m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i} \ln(1-\gamma_n) = 0 \\ (1-P_2^*)(1-\gamma_2)^{m_2}\ln(1-\gamma_2) - (1-P_n^*)(1-\gamma_n)^{m - \sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i} \ln(1-\gamma_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \qquad (7)$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
&(1-P_i^*)(1-\gamma_i)^{m_i}\ln(1-\gamma_i)-(1-P_n^*)(1-\gamma_n)^{m-\sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i}\ln(1-\gamma_n)=0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\qquad(1-P_{n-1}^*)(1-\gamma_{n-1})^{m_{n-1}}\ln(1-\gamma_{n-1})-\\
&\qquad-(1-P_n^*)(1-\gamma_n)^{m-\sum\limits_{i=1}^{n-1} m_i}\ln(1-\gamma_n)=0.
\end{aligned}
\right.
$$

Решение системы (7)

$$\{m_1^*, m_2^*, \ldots, m_i^*, \ldots, m_{n-1}^*, m-\sum_{i=1}^{n-1} m_i^*\}$$

оптимальным образом распределяет m контрольных точек между устройствами комплекса.

Система уравнений (7) относительно m_i легко разрешается аналитически, путем переноса одного из членов разности левых частей уравнений системы в правую с последующим логарифмированием обеих частей, после чего получаем систему обычных линейных уравнений, которая решается известными методами. Рассмотрим гипотетический пример. Пусть исследуемый комплекс состоит из $n=3$ устройств с $(1-P_1^*)=0{,}25$, $(1-P_2^*)=0{,}30$ и $(1-P_3^*)=0{,}45$ и $\gamma_i\,\{i=\overline{1,3}\}=\gamma=0{,}8$. Требуется распределить $m=5$ контрольных точек. На основании вышеизложенной методики получим систему из 2-х уравнений:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&0{,}25\cdot 0{,}2^{m_1}-0{,}45\cdot 0{,}2^{5-m_1-m_2}=0\\
&0{,}30\cdot 0{,}2^{m_2}-0{,}45\cdot 0{,}2^{5-m_1-m_2}=0
\end{aligned}
\right.
\qquad (8)
$$

Решив систему (8) и ограничившись целочисленными значениями (берется ближайшее целое число) m_i, получим следующее оптимальное распределение:

$$\{m_1=1;\quad m_2=2;\quad m_3=2\}.$$

При этом

$$P(A)=1-0{,}25\cdot 0{,}2^1-0{,}30\cdot 0{,}2^2-0{,}45\cdot 0{,}2^2=0{,}92.$$

Изложенную выше методику оптимального распределения m контрольных точек между n устройствами комплекса можно также интерпретировать при $m=n$, как определение оптимальных кратностей опроса всех устройств комплекса для повышения достоверности контроля.

Предлагаемая методика позволяет также при заданной вероятности $p^*[A]$ обнаружения САК неисправности в комплексе определить минимальное значение m, характеризующего глубину контроля исследуемого комплекса. Алгоритм определения m очень прост:

1-й шаг. Принимается $m=n$ и вычисляется $P(A/m)$. Если $P(A/m)<P^*(A)$, переходим ко второму шагу.

2-й шаг. Берем $m+1$ контрольных точек и вычисляем $P(A/m+1)$. Если $P(A/m+1)<P^*(A)$, переходим к 3-му шагу и т. д.

Процесс заканчивается на $к-m$ шаге, при этом число контрольных точек равно $m+к$, а

$$P(A/m+к)\approx P^*(A).$$

В данном случае при переходе от шага к шагу число контрольных точек увеличивается на $\Delta m=1$. Чтобы ускорить процесс вычисления, целесообразнее принимать $\Delta m>1$ до первого превышения $P(A/m+к)>P^*(A)$, а затем принимать $\Delta m=-1$ до получения соотношения $P(A/m+к-j\cdot\Delta m)\approx P^*(A)$, где j — число шагов с $\Delta m=-1$.