

**К ВОПРОСУ АНИЗОТРОПИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО
СМЕЩЕНИЯ**

В. И. МАКСАК

(Представлена кафедрой сопротивления материалов)

Сдвиг соприкасающихся поверхностей, вызванный неполной силой трения, называется предварительным смещением.

Ранее предполагалось, что сила трения всегда направлена в сторону, обратную вектору предварительного смещения. Однако в тех случаях, когда контактирующие поверхности анизотропны по геометрическим и механическим характеристикам, это положение не всегда имеет место. Так, в опытах было обнаружено, что при наличии направленной шероховатости вектор смещения не совпадает с вектором сдвигающей силы. Причем при расхождении векторов уменьшается острый угол между вектором смещения и направлением следов обработки. Большими оказываются перемещения по направлению меньшего коэффициента трения, т. е. вдоль следов обработки [1].

Совершенно ясно, что смещение тела по какому-либо направлению полной силой сдвига возможно только в том случае, если работа силы трения на любом элементарном перемещении по этому направлению будет по абсолютной величине меньше или равна работе соответствующей силы сдвига на том же перемещении, т. е.

$$|dA_{\text{тр}}| \leq |dA_p|.$$

Работу, совершенную такой силой при смещении по данному направлению и отнесенную к единице величины смещения, можно назвать удельной работой силы по данному направлению. Для случая анизотропной поверхности величина удельной работы силы трения будет функцией направления смещения, которую можно изобразить графически.

Однако для шероховатой поверхности проще определить годограф предельных сил сдвига. Так, экспериментально определяя по различным направлениям силу срыва, т. е. такую силу, при которой предварительное смещение переходит в равноускоренное скольжение, и откладывая ее по соответствующим направлениям от центра координат, имеем кривую предельных сил сдвига, которая проходит через концы векторов сил. Форма этой кривой вообще зависит от физических и геометрических свойств контактирующей поверхности и обычно близка эллипсу.

Направление, по которому возможно смещение, существует в том случае, когда окружность l , построенная на векторе сдвигающей силы P как на диаметре, касается кривой удельных работ K в некоторой точке M (рис. 1). Линия OM и будет направлением смещения.

Таким образом, возможны следующие состояния:

1. Устойчивое равновесие в случае, если окружность l расположена внутри кривой удельных работ и не касается ее.

2. Критическое, граничное равновесие, если окружность l касается кривой удельных работ.

3. Движение, если окружность l пересекает кривую удельных работ.

Рассмотрим состояние критического равновесия. Для установления зависимости между направлениями векторов смещения и силы сдвига

примем, что годограф предельных сил сдвига есть эллипс.

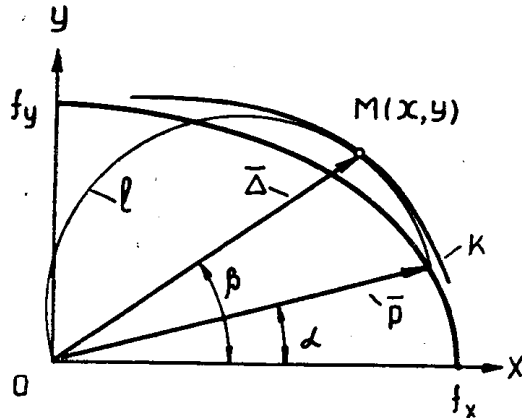


Рис. 1. Схема расхождения векторов силы сдвига и предварительного смещения

$$\frac{x_1^2}{f_x^2} + \frac{y_1^2}{f_y^2} = 1, \quad (1)$$

где $f_x > f_y$ — коэффициенты трения покоя по соответствующим направлениям.

Уравнение окружности l :

$$x^2 - 2xx_1 + y^2 - 2yy_1 = 0. \quad (2)$$

Совместное решение (1) и (2) дает семейство окружностей l для различных направлений силы сдвига

$$\Phi(\operatorname{tg} \alpha) = 0, \quad (3)$$

или

$$x^2 - x \frac{f_x f_y}{\sqrt{f_y^2 + f_x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} + y^2 - y \frac{f_x f_y \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{f_y^2 + f_x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}},$$

где α — угол между направлением сдвигающей силы и большей полуосью эллипса. Кривой удельных работ K будет огибающая семейства окружностей, касательная к которым, определяемая из (3), будет общей.

$$\frac{d\Phi(x, y, \operatorname{tg} \alpha)}{d \operatorname{tg} \alpha} = 0,$$

и после преобразования имеем

$$f_x^2 x \operatorname{tg} \alpha + f_y^2 y = 0. \quad (4)$$

Решая совместно (3) и (4), получаем уравнение точек касания или огибающей семейства окружностей.

$$x^2 (\sqrt{f_x^2 x^2 + f_y^2 y^2} - f_x^2) + y^2 (\sqrt{f_x^2 x^2 + f_y^2 y^2} - f_y^2) = 0. \quad (5)$$

Напомним, что точка касания M кривой удельных работ K и окружности l с координатами x и y лежит на векторе смещения, где

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \beta$$

Совместное решение (5) и (3) определит зависимость между направлениями смещения и сдвигающей силы

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_x^2}{f_y^2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$

Величина расхождения векторов смещения и силы сдвига (угол $\beta - \alpha$) в зависимости от направления последнего получается из формулы (6)

$$\operatorname{tg}(\beta - \alpha) = \frac{(f_x^2 - f_y^2) \operatorname{tg} \alpha}{f_y^2 + f_x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (7)$$

Максимальное расхождение векторов будет при условии

$$\Phi' [\operatorname{tg}(\beta - \alpha)] = 0,$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_y}{f_x} \quad (8)$$

Полученные зависимости удовлетворяют частным случаям $\alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, $f_x = f_y$, а также хорошо согласуются с экспериментом.

На рис. 2 показано направление смещения сплошной линией — экспериментальное, штрих-пунктирной — расчетное, в зависимости от направления сдвигающей силы — штриховая линия. Образцы: верхний — стальной, закаленный $HRC = 45$, $\nabla 6$, нижний — свинцовый. Шероховатость направлена по оси y . Аналогичные результаты и для стальных и медных образцов.

Зависимости (6, 7, 8) были получены для случая граничного критического равновесия. Однако этому состоянию предшествует устойчивое равновесие, когда смещение вызвано не полной силой трения.

Вследствие того, что годографы сдвигающих сил, равных $\frac{P}{n}$, где $n > 1$, гомо-

тетические, кривые удельных работ, соответствующие этим годографам, также являются гомотетическими. Поэтому угол расхождения векторов смещения и сдвигающей силы будет одинаковым, как при силе сдвига, равной P , так и при $\frac{P}{n}$, т. е. не изменяется от начала нагружения контакта.

Направления, по которым смещение совпадает с линией действия сил сдвига, можно назвать главными направлениями смещения. Ими являются, очевидно, оси симметрии годографа сдвигающих сил, так как на этих осях $\beta = \alpha$. Симметрично относительно главных направлений смещения имеются зоны пониженной и повышенной устойчивости. По направлению минимального коэффициента трения покоя находится зона повышенной устойчивости, так как вектор смещения распределяется ближе к этому направлению, чем вектор сдвигающей силы. По направлению же максимального коэффициента трения находится зона пониженной устойчивости.

Справедливость полученных зависимостей подтверждается экспериментально для всех трех вышеуказанных состояний.

В общем случае годограф предельной силы сдвига может быть замкнутой аналитической кривой несколько иной формы, однако рас-

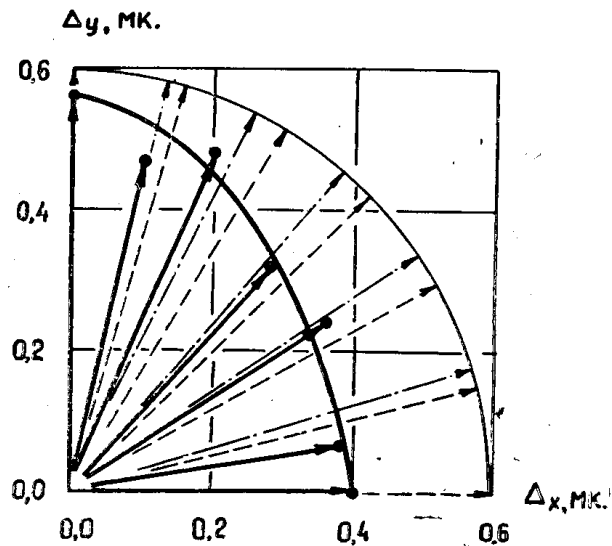


Рис. 2. Направления смещений: экспериментальное (сплошная линия) и расчетное (штрихпунктирная линия) для соответствующих направлений сдвигающих сил (штриховая линия)

хождение векторов смещения и силы сдвига может быть получено также из принципа минимума работы. Если годограф предельных сил сдвига состоит из определенных участков, тогда, в силу трудности аналитического расчета, расхождение векторов можно получить графически.

Если принять, что модуль вектора предельной сдвигающей силы прямо пропорционален нормальной сжимающей силе, то, перемещая годограф в направлении внешней нормали поверхности на величину силы сжатия, получим конус трения покоя, вершина которого лежит на анизотропной поверхности в центре годографа.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Максак. О жесткости стыка деталей машин. Вторая научно-техническая конференция Уральского политехнического института (тезисы докладов). Свердловск, 1968.
