

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ ЭСГС

И. П. ГУК, В. А. ЛУКУТИН, В. С. СОКОЛОВ

(Представлена научным семинаром кафедры ТОЭ)

С появлением новых форм электронно-ионной технологии, основанных на использовании сил электрического поля, находят все большее применение электростатические генераторы, разновидностью которых являются и генераторы с транспортерами-проводниками, помещенными в диэлектрик (ЭСГС). Преобразование энергии в последних осуществляется путем переноса заряженных металлических транспортеров против сил внешнего электрического поля. Это внешнее поле — поле статора — возникает при работе генератора на нагрузку за счет токов утечки, протекающих по слабопроводящему слою от индукторов нагрузки к индукторам возбуждения. Поле статора приводит к появлению так называемой «реакции якоря» [1], которая в ЭСГС проявляет себя, во-первых, в уменьшении тока нагрузки с увеличением ее напряжения (в теории характеризуется коэффициентом увеличения напряжения k_U) и, во-вторых, в ограничении максимальной удельной мощности генератора за счет нормальной составляющей этого поля.

Целью данной статьи и является определение компонент вектора напряженности поля статора и коэффициента увеличения напряжения в функции геометрических и электрических характеристик ротора и газового зазора при произвольном распределении потенциала вдоль поверхности статора. В работе приняты обычные в таких случаях, например, в [2], [3] допущения:

1. Электрическое поле рассматривается как квазистатическое.
2. Система полагается линейной, диэлектрик ротора и рабочая среда однородными и изотропными.
3. Поле считается плоскопараллельным.
4. Влияние металлических включений (транспортеры) на поле в зазоре не учитывается.

В соответствии с перечисленными допущениями и подробно тому, как это сделано в [2], принята для расчета поля статора модель ЭСГС, показанная на рис. 1. Здесь ротору соответствует слой толщиной $2d$ с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_p$, а газовым зазором — слой толщиной δ с $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_0 \epsilon_g$. Влияние же статора на электрическое поле учитывается в расчетной модели граничными функциями

$$\varphi(d + \delta, x) = \varphi(-d - \delta, x) = U(x), \quad (1)$$

$$\varphi(y, 0) = \varphi(y, l) = U(y). \quad (2)$$

Конструктивно статор, как правило, выполняется симметричным, и тогда граничная функция $U(x)$ имеет период $2l$, где l — расстояние между соседними полюсами, и разложение ее в ряд Фурье не содержит четных гармоник. Если ось ординат расположить посередине между полюсами, то есть по линии симметрии поля, то

$$U(y) = \frac{U_1 - U_2}{2} = \text{const}, \quad (3)$$

где $(U_1 - U_2)$ — разность потенциалов между точками поверхности статора ($y = d + \delta$), лежащими под соседними полюсами.

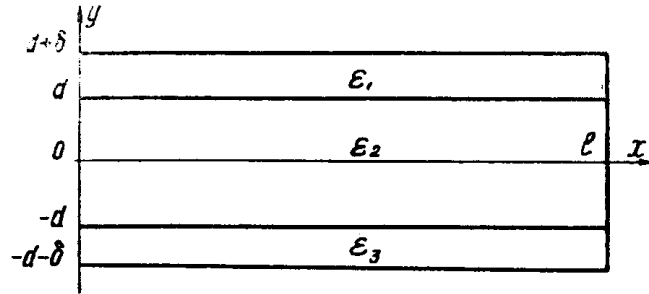


Рис. 1

Таким образом, расчет поля статора сводится к решению задачи Дирихле для прямоугольника с трехслойным диэлектриком при заданных функциях $U(x)$ и $U(y)$ на границах.

Учитывая свойства граничных функций, решение поставленной задачи можно получить как сумму $\varphi_1 + \varphi_2$ решений двух более простых задач для данной области при новых граничных условиях:

$$\begin{cases} \varphi_1[(l + \delta), x] = \varphi_1[-(d + \delta), x] = U(x) - U(y) = U^*(x), \\ \varphi_1(y, 0) = \varphi_1(y, l) = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \varphi_2[(d + \delta), x] = \varphi_2[-(l + \delta), x] = U(y) = \frac{1}{2}(U_1 - U_2), \\ \varphi_2(y, 0) = \varphi_2(y, l) = U(y) = \frac{1}{2}(U_1 - U_2). \end{cases} \quad (5)$$

Так как $\varphi_2 = \text{const}$ на всей границе области, то и все точки внутри области будут иметь тот же самый потенциал $\frac{U_1 - U_2}{2}$ и задача сводится к определению $\varphi_1(y, x)$.

Потенциал в i -м слое удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \varphi^{(i)} = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (6)$$

По методу разделения переменных решение уравнения (6) будем искать согласно [4] в виде ряда:

$$\varphi_1^{(i)}(y, x) = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \left[A_{\kappa}^{(i)} \text{ch} \frac{\kappa\pi}{l} y + B_{\kappa}^{(i)} \text{sh} \frac{\kappa\pi}{l} y \right] \sin \frac{\kappa\pi}{l} x, \quad (7)$$

коэффициенты $A_{\kappa}^{(i)}$ и $B_{\kappa}^{(i)}$, которого определяются из граничных условий (4) и условий сопряжения на границах диэлектриков:

$$\varphi_1^{(1)}(d, x) = \varphi_1^{(2)}(d, x), \quad \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1^{(1)}}{\partial y} \Big|_{y=d} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_1^{(2)}}{\partial y} \Big|_{y=d}, \quad (8)$$

$$\varphi_1^{(2)}(-d, x) = \varphi_1^{(3)}(-d, x), \quad \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_1^{(2)}}{\partial y} \Big|_{y=-d} = \varepsilon_3 \frac{\partial \varphi_1^{(3)}}{\partial y} \Big|_{y=-d}. \quad (9)$$

Разложим функцию $U^*(x)$ в ряд Фурье на промежутке l по синусам

$$U^*(x) = \sum_{\kappa=1}^{\infty} \beta_{\kappa} \sin \frac{\kappa\pi}{l} x, \quad (10)$$

где

$$\beta_{\kappa} = \frac{2}{l} \int_0^l U^*(x) \sin \frac{\kappa\pi}{l} x dx.$$

И теперь, чтобы получить необходимую систему уравнений для определения $A_{\kappa}^{(i)}$ и $B_{\kappa}^{(i)}$, заменим функции $\varphi_1^{(i)}$ и U^* в уравнениях (4), (8) и (9) их рядами и приравняем соответствующие амплитуды гармоник. Решение этой системы дает:

$$A_{\kappa}^{(1)} = A_{\kappa}^{(3)} = \frac{\beta_{\kappa}}{N_{\kappa}} \left[1 - (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh}^2 \frac{\kappa\pi}{l} d \right], \quad (11)$$

$$A_{\kappa}^{(2)} = \frac{\beta_{\kappa}}{N_{\kappa}}, \quad B_{\kappa}^{(2)} = 0, \quad (12)$$

$$B_{\kappa}^{(1)} = -B_{\kappa}^{(3)} = \frac{\beta_{\kappa}}{N_{\kappa}} \frac{(\varepsilon_r - 1)}{2} \operatorname{sh} \frac{2\kappa\pi}{l} d, \quad (13)$$

где

$$N_{\kappa} = \operatorname{ch} \frac{\kappa\pi}{l} (d + \delta) + (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} d \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} \delta,$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 = \varepsilon_2 / \varepsilon_3 = \varepsilon_p / \varepsilon_{\delta}.$$

А выражения для определения компонент вектора напряженности электрического поля в газовом зазоре будут иметь вид

$$E_n^{(1)} = -\frac{\partial(\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial y} = -\frac{\pi}{l} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \kappa \beta_{\kappa} \frac{\operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} y + (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} d \operatorname{ch} \frac{\kappa\pi}{l} (y-d)}{\operatorname{ch} \frac{\kappa\pi}{l} (d+\delta) + (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} d \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} \delta} \sin \frac{\kappa\pi}{l} x, \quad (14)$$

$$E_x^{(1)} = -\frac{\partial(\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial x} = -\frac{\pi}{l} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \kappa \beta_{\kappa} \frac{\operatorname{ch} \frac{\kappa\pi}{l} y + (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} d \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} (y-d)}{\operatorname{ch} \frac{\kappa\pi}{l} (d+\delta) + (\varepsilon_r - 1) \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} d \operatorname{sh} \frac{\kappa\pi}{l} \delta} \cos \frac{\kappa\pi}{l} x. \quad (15)$$

Коэффициент увеличения напряжения κ_U определяется в [3] из расчета поля статора, и в нашем случае можно записать

$$\kappa_U^{-1} = \frac{2\varphi^{(2)}(0, x_0)}{U_1 - U_2} = 1 + \frac{2}{U_1 - U_2} \sum_{\kappa=1}^{\infty} \frac{\beta_{\kappa}}{N_{\kappa}} \sin \frac{\kappa\pi}{l} x_0, \quad (16)$$

где $y=0$, $x=x_0$ — координаты транспортера, коммутирующего в системе возбуждения. Как видно из приведенного выражения, κ_U будет тем больше, чем меньше отношения d/l , δ/l и $\varepsilon_p / \varepsilon_{\delta}$.

Из (14) и (15) следует, что составляющие напряженности принимают максимальные значения на поверхностях статора, $y = \pm(d + \delta)$, и там, где E_z имеет максимум, E_n — минимум, наоборот, т. е. как бы находятся в противофазе, а E_n будет тем меньше, чем меньше d/l , ϵ_p/ϵ_0 , и существенным образом зависит от распределения потенциала в полупроводящем слое статора.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Левитов, А. Г. Ляпин. Электростатические генераторы с жестким ротором. М., 1965.
2. В. А. Лукутин. К расчету электрического поля ротора емкостного генератора. Изв. АН СССР, «Энергетика и транспорт», 1971, № 4.
3. И. П. Гук. Расчет поля электростатического генератора. Изв. ТПИ, т. 191, 1969.
4. Л. В. Канторович, В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., Гостехтеориздат, 1952.