ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 211 1970

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОСОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НА АВМ КИНЕМАТИКИ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ IV КЛАССА

А. Г. КОКИН

(Представлена научным семинаром вычислительного отдела НИИ АЭМ)

Применение методов моделирования кинематики плоских механизмов с использованием аналоговой вычислительной техники позволяет не только уменьшить затраты труда на исследование кинематики различных видов плоских механизмов, повысить точность и скорость расчетов, но и проводить кинематический анализ механизмов III, IV классов [1], [2]. Одним и пока единственным машинным методом, пригодным для моделирования кинематики плоских механизмов III, IV классов, является метод косоугольных треугольников [3]. Однако применение метода при моделировании кинематики плоских механизмов III и IV классов встречает некоторые трудности. Моделирование на АВМ кинематики плоских механизмов III и IV классов существенно не отличается от моделирования кинематики плоских механизмов II класса [4], [5]. Принцип остается тем же: механизм геометрически разбивается на косоугольные треугольники, решение которых находится на АВМ. Своеобразие моделирования кинематики плоских механизмов III и IV классов заключается в том, что такие механизмы имеют несколько вариантов геометрического разбиения на косоугольные треугольники, и необходимо выбрать такой оптимальный вариант, чтобы иметь достаточно данных для их последовательного решения. При разбиении на косоугольные треугольники происходит четкое выделение групп. Решение начинается с начального треугольника, включающего ведущее звено. Трудность заключается в выборе начального треугольника группы, так как все треугольники в группе определены одинаково и при решении каждого из треугольников нужно знать решение остальных, и в задании этого начального треугольника. Неявный метод кроме использования для решения каждого треугольника группы в отдельности применяется при решении всей группы [6].

Рассмотрим некоторые варианты моделирования кинематики плоского механизма IV класса, применение метода косоугольных треугольников и неявного метода для решения треугольников группы. На рис. 1 приведен механизм IV класса и сделано геометрическое разбиение его на косоугольные треугольники. Движение задается ведущим звеном OA, углом φ. Полученная система состоит из 22 связанных между собой косоугольных треугольников. Это OAB, OAD, ABD, BCD, AHD, AKH, AEK, AEH, ABE, BEL, BFL, BEF, BCF, CFM, MCG, FCG, CGD, GND, DHN, GHD, EFH, FGH. Решение начинается с треугольников OAB и OAD. После определения значений AB, AD по теореме косинусов неявным методом и положения их в системе координат, т. е. углов ψ_1, ψ_2, продолжаем решение, рассматривая треугольник AHD или какой-либо другой треугольник группы. Для его определения задаемся углом α и длиной стороны AH. Угол α_1 находится неявным методом по теореме косинусов из выражения:

$$AH^2 - AK^2 - KH^2 + 2AK \cdot KH \cos\alpha_1 = -\frac{\alpha_1}{\mu}, \tag{1}$$

μ — коэффициент усиления следящего усилителя $\mu > 1 \cdot 10^6$

Угол α_2 равен:

$$\alpha_2 = \angle HKE - \alpha_1 \tag{2}$$

Сторона AE определится из треугольника AEK:

$$AE^2 - EK^2 - AK^2 + 2EK \cdot AK \cos\alpha_2 = -\frac{AE}{\mu}. \tag{3}$$

Угол α_3 находится из треугольника AEH:

$$EH^2 - AE^2 - AH^2 + 2AE \cdot AH \cos\alpha_3 = -\frac{\alpha_3}{\mu}. \tag{4}$$

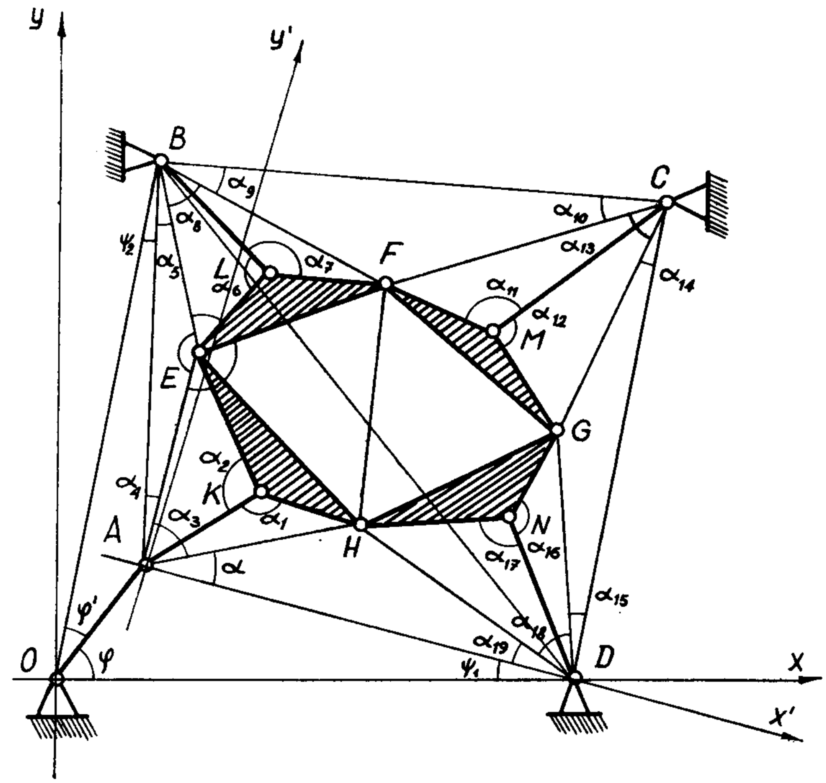

Рис. 1. Первый вариант геометрического разбиения плоского механизма IV класса на косоугольные треугольники.

Угол BAD определится из треугольника ABD:

$$BD^2 - AB^2 - AD^2 + 2AB \cdot AD \cos\angle BAD = -\frac{\angle BAD}{\mu}. \tag{5}$$

Неизвестный угол α_4 будет равен:

$$\alpha_4 = \angle BAD - \alpha_3 - \alpha. \tag{6}$$

Из треугольника ABE определяем длину стороны BE и угол α_5:

$$BE^2 - AB^2 - AE^2 + 2AB \cdot AE \cdot \cos\alpha_4 = -\frac{BE}{\mu},$$

$$AE^2 - AB^2 - BE^2 + 2AB \cdot BE \cos\alpha_5 = -\frac{\alpha_5}{\mu}. \tag{7}$$

Затем процесс определения сторон и углов следующих косоугольных треугольников продолжается до тех пор, пока не будет определена длина стороны HD и угол α_{19}. Тогда, исходя из заданного значения длины стороны

AH и полученных значений длины HD и угла α_{19}, находим из треугольника AHD длину стороны AD *. Так как величина AD известна, то разница между полученным и данным значением AD идет на формирование переменной

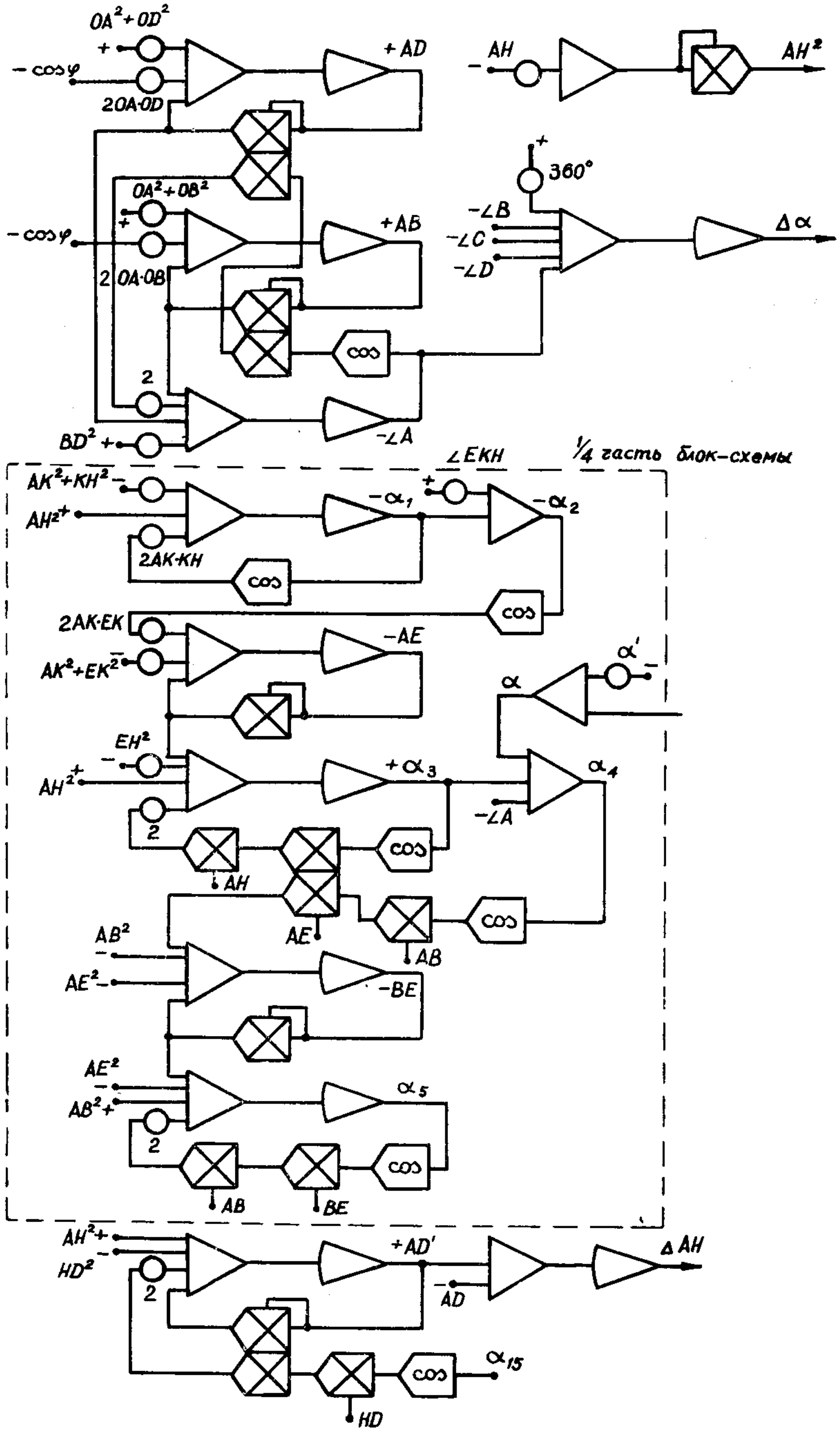

Рис. 2. Блок-схема моделирования кинематики плоского механизма IV класса.

длины стороны AH; получилась система для определения стороны AH неявным методом:

$$AD^* - AD = -\frac{\Delta AH}{\mu}. \tag{8}$$

Изменение величины угла α определяется из условия равенства внутренних углов четырехугольника $ABCD$ — 360°.

$$< BAD + ABC + < BCD + < CDA - 360^\circ = -\frac{\Delta\alpha}{\mu}. \quad (9)$$

На рис. 2 приведена блок-схема моделирования кинематики плоского механизма IV класса. Блок-схема состоит из однотипных связанных между собой моделей для решения трансцендентных или алгебраических уравне-

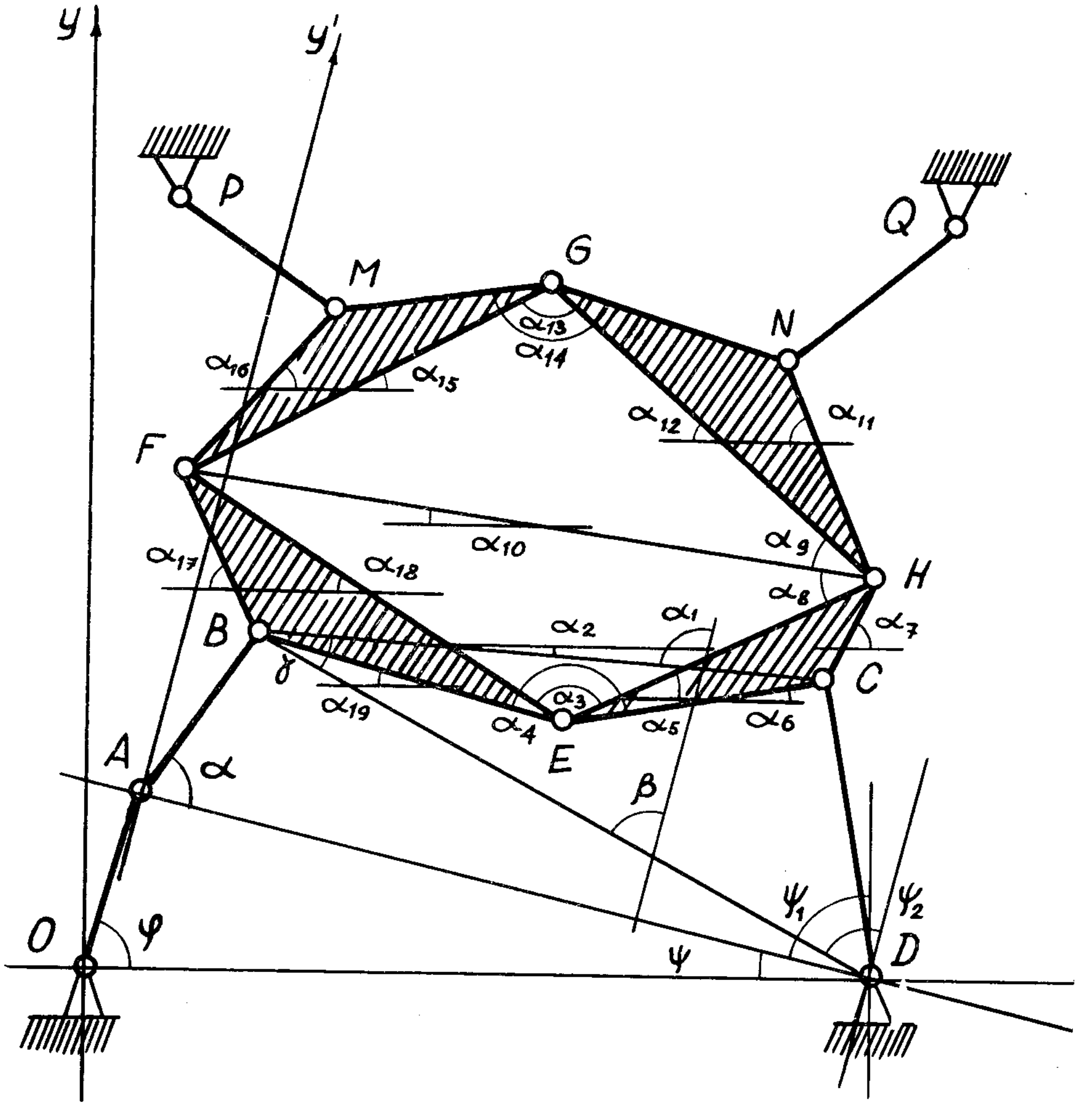

Рис. 3. Второй вариант геометрического разбиения плоского механизма IV класса на косоугольные треугольники.

ний с одним неизвестным. Количество таких моделей будет определяться числом треугольников, которое в данном случае равно 22. Количество необходимых, различных по назначению аналоговых блоков в схеме будет определяться следующими цифрами: сумматоров — 76, следящих усилителей — 31, блоков умножения—37, функциональных cos блоков — 26. Такую схему сравнительно трудно набрать на универсальных аналоговых вычислительных машинах, так как может возникнуть проблема нехватки аналоговых блоков различного назначения. Систему можно составить из отдельных унифицированных блоков (сумматоров, блоков умножения, sin, cos блоков) в сопряжении с имеющейся аналоговой машиной. Такие унифицированные блоки выпускаются промышленностью.

Проблему нехватки аналогового оборудования можно частично разрешить, если рассмотреть другие варианты геометрического разбиения плоского механизма IV класса. При этом могут быть получены выраженные неявно и связанные между собой два четырехзвенника [2]. Возможно выделение в группе IV класса неявного четырехзвенника, как это показано на рис. 3. Весь расчет плоского механизма в этом случае строится на решении четырехзвенника $ABCD$, для которого мы считаем заданным угол α и длину стороны BC. Значение AD определяется из косоугольного треугольника OAD. Величина BC и положение ее в системе координат определяют положение четырехугольника $EFGH$, точек M и N. Зная значения длин звеньев PM, NQ и координаты точек P и Q, определяем неявным методом изменение длины стороны BC и угла α, который, в свою очередь, связан неявно с углом

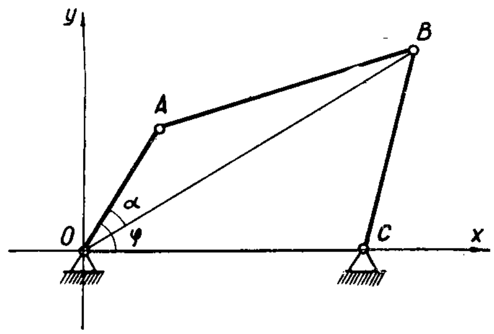

Рис. 4. Геометрическое разбиение плоского четырехзвенного механизма.

α_1 через длины звеньев четырехзвенника $ABCD$. Можно вместо четырехзвенника $ABCD$ рассматривать четырехзвенник $ABMP$ или $ABNQ$; подход к решению механизма остается тем же самым. Для моделирования кинематики плоского механизма IV класса в этом случае имеем косоугольные треугольники OAD, ABD, BCD, BEC, FEH, FGH. Решив эти косоугольные треугольники и найдя координаты точек N и M, определим длины звеньев PM и NQ. Сравнивая полученные значения PM и NQ с заданными постоянными значениями, мы как бы «привязываем» механизм в системе координат к стойкам P и Q. При этом полученные PM и NQ становятся жесткими постоянными связями, а отслеживаемая разница со следящих усилителей идет на формирование переменных значений BC и α. Полученная таким образом схема представляет собой систему нахождения неизвестных BC и α неявным способом. В этом варианте геометрического разбиения механизма на косоугольные треугольники и решения их на АВМ используется 43 сумматора, 15 следящих усилителей, 17 множителей и 21 sin, cos функциональных блока. Как видно, такой способ по сравнению с рассмотренными выше дает выигрыш в количестве применяемого аналогового оборудования.

Рассмотрим подробнее применение метода неявных функций для моделирования кинематики плоских механизмов. Помимо применения метода неявных функций для решения отдельных косоугольных треугольников, он применяется в более общем виде как при моделировании кинематики плоских механизмов III класса [1], так и в рассмотренных выше примерах моделирования кинематики плоских механизмов IV класса. Рассмотрим применение его на примере решения плоского четырехзвенного шарнирного маханизма, разбив механизм на косоугольные треугольники, как показано на рис. 4. Ни один из треугольников не определен, известны всего лишь стороны треугольников OA, AB, BC, OC и угол φ. Считая заданным угол α, находим сторону OB треугольника OAB по теореме косинусов:

$$AB^2 - OA^2 - OB^2 + 2OA \cdot OB \cdot \cos\alpha = -\frac{OB}{\mu}. \qquad (10)$$

Угол α_1 равен:

$$\alpha_1 = \varphi - \alpha \tag{11}$$

Из треугольника OBC находим одну из известных сторон, например BC:

$$BC^2 - OB^2 - OC^2 + 2OB \cdot OC \cdot \cos\alpha_1 = -\frac{BC}{\mu}. \tag{12}$$

При изменении угла φ в треугольнике OBC угол α_1 будет изменяться. При изменении α_1 будет изменяться величина звена BC. Но на самом деле BC —

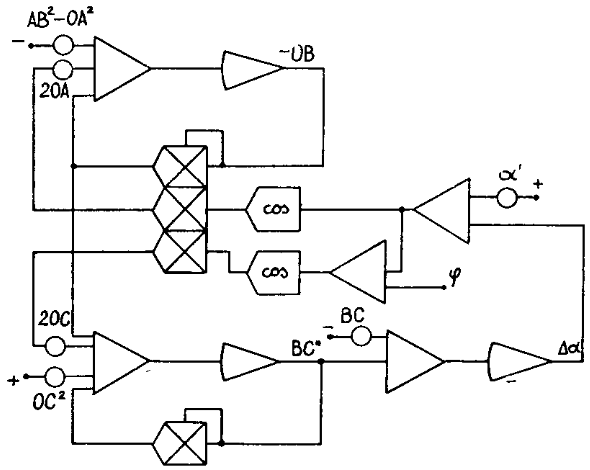

Рис. 5. Блок-схема решения четырехзвенного механизма.

постоянная величина, поэтому необходимо полученную переменную длину BC сделать жесткой путем сравнения с заданной постоянной величиной BC, включив следящий усилитель, делающий разницу между полученным и за-

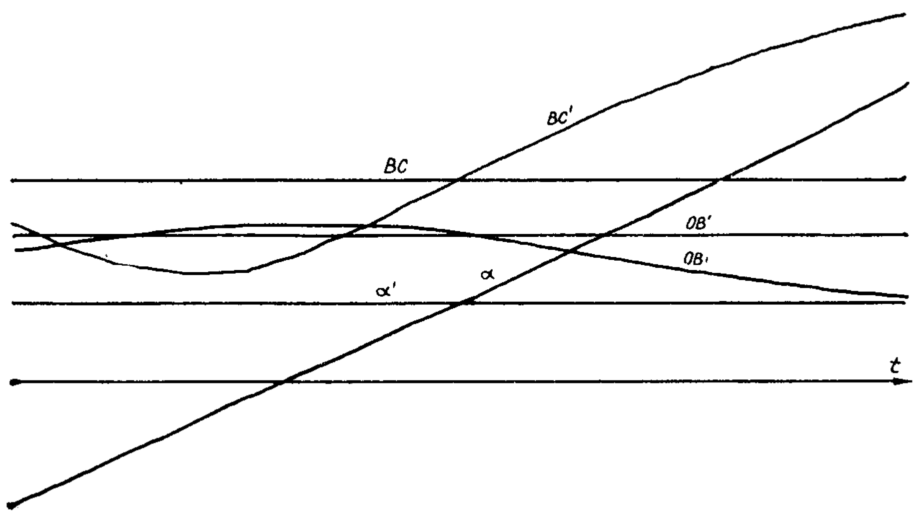

Рис. 6. Кривые изменения сторон и углов плоского четырехзвенного шарнирного механизма, полученные на АВМ.
BC, α, OB — значения длин сторон и углов для четырехзвенника с данными: $OA=30$, $AB=64$, $BC=50$, $OC=60$. BC', OB' — значения длин сторон треугольников при заданном постоянном α'.

данным значением BC близкой к нулю. Отслеживаемую разницу подаем для изменения угла α. Это изменение будет продолжаться до тех пор, пока, согласно выражению (10), переменная длина стороны OB не станет удовлетворять треугольнику OBC. Такая следящая система позволяет определить неявным методом угол α. Блок-схема для решения треугольников приведена на рис. 5. На рис. 6. показаны кривые изменения сторон и углов плоского четырехзвенного шарнирного механизма, полученные на АВМ ЭМУ-10.

Определив стороны и углы треугольников четырехзвенника, легко найдем положение любых точек звеньев механизма.

Применение метода косоугольных треугольников в сочетании с методом неявных функций для моделирования кинематики плоских механизмов позволяет проводить кинематический анализ механизмов IV класса, причем трудности, возникающие при этом, заключающиеся в увеличении оборудования АВМ и применении неявного метода для нахождения функций, заданных неявно, преодолеваются путем рационального составления аналоговых схем и рассмотрением различных вариантов геометрического разбиения механизмов, что наиболее существенно для сложных механизмов III и IV классов. Применение неявного метода при решении группы IV класса подобно использованию его при моделировании кинематики плоских механизмов II и III классов [1], [5[.

Проведенный анализ показывает, что исследование на АВМ кинематики плоских механизмов IV класса с помощью метода косоугольных треугольников не вносит принципиальных трудностей в решение проблемы. Это позволяет при достаточном количестве аналогового оборудования решать сложные кинематические задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Кокин. Моделирование плоских механизмов III класса на аналоговых вычислительных машинах. «Изв. ТПИ», т., 187 (в печати).

2. А. Г. Кокин. Моделирование плоских механизмов IV класса на аналоговых вычислительных машинах. «Изв. ТПИ», т. 203 (в печати).

3. И. Г. Винтизенко, А. Г. Кокин. Новый метод моделирования кинематики плоских механизмов решением косоугольных треугольников. Доклад на Всесоюзном семинаре по теории машин и механизмов. НИИ МАШ АН СССР, 1969, 28 октября.

4. И. Г. Винтизенко, А. Г. Кокин. Метод аналогового моделирования плоских механизмов (с поворотом ведомого звена на 360°) «Изв. ТПИ», т. 187 (в печати).

5. Ю. Я. Ковылин, И. Г. Винтизенко, А. Г. Кокин. Структурное моделирование плоских механизмов на аналоговых вычислительных машинах. Доклад на Всесоюзном семинаре по теории машин и механизмов. НИИ МАШ АН СССР, 1969, 28 октября

6. А. Н. Лебедев. Моделирование трансцендентных уравнений. СУДПРОМГИЗ, 1963.