

УРАВНЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕГО МОМЕНТА БЕСЩЕТОЧНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ ПОЛЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Ю. Н. Кронеберг, Э. Р. Гейнц

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин
и общей электротехники)

Питание бесщеточных двигателей постоянного тока от полупроводниковых коммутаторов при несинусоидальной форме поля возбуждения приводит к возникновению, кроме основного, группы дополнительных вращающихся и пульсирующих моментов. Их появление обусловлено высшими временными и пространственными составляющими магнитных полей статора и ротора, взаимодействующих в воздушном зазоре машины. При исследовании таких двигателей удобнее воспользоваться методами общей теории электрических машин, позволяющими произвести непосредственную оценку влияния того или иного спектра гармонических на характеристики машины.

Фазные напряжения бесщеточных двигателей (рис. 1) можно представить в виде следующих гармонических рядов:

$$u_{\phi}^{(H)} = \frac{4U}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1) \frac{\pi}{2} k}{2n-1} \cos(2n-1) \omega t, \quad (1)$$

$$u_{\phi}^{(\Delta)} = \frac{4U}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1) \frac{\pi}{3} \sin(2n-1) \frac{\pi}{2} \sin(2n-1) \frac{\pi}{2} k}{2n-1} \times \\ \times \cos(2n-1) \omega t, \quad (2)$$

$$u_{\phi}^{(\lambda)} = \frac{4U}{3\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1) \frac{\pi}{2} k \left[1 + \sin(2n-1) \frac{\pi}{6} \sin(2n-1) \frac{\pi}{2} \right]}{2n-1} \times \\ \times \cos(2n-1) \omega t, \quad (3)$$

где коэффициент скважности включения силовых элементов коммутатора (отношение длительности включения к полупериоду) для рассматриваемых схем обычно находится в пределах $k = \frac{2}{3} \div 1,0$. Используя (1) ÷ (3), обобщенное выражение мгновенного значения фазного напряжения m -фазной машины

$$u_{\phi} = u_{\phi 1} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{\phi(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{\phi(2mn-1)} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{\phi[m(2n-1)]}. \quad (4)$$

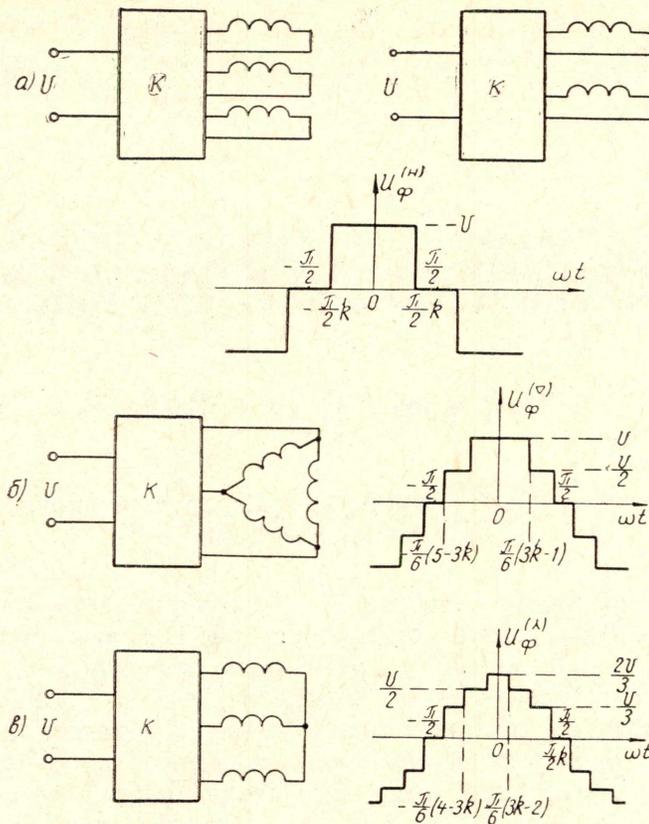


Рис. 1. Схемы соединения обмоток и фазные напряжения двигателей: а — независимое включение; б — соединение фаз «треугольником»; в — соединение фаз «звездой», U — напряжение источника постоянного тока; ωt — угол поворота ротора; K — коммутатор.

Здесь индексом «1» обозначена основная гармоника; индексом $(2mn \pm 1)$ — гармоники, создающие вращающиеся поля в прямом и обратном направлениях; $[m(2n-1)]$ — гармоники, образующие нулевую ось.

Составляющие напряжения (4), приложенные к линейным контурам машины с активными сопротивлениями фаз статора R_s , вызовут протекание по фазным обмоткам гармонических токов этих же видов. Воспользовавшись общим правилом представления m -фазной системы симметричных напряжений, токов и потокосцеплений в виде результирующих векторов [1]

$$\begin{aligned} \bar{U}_\sigma &= \bar{U}_{\sigma 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{U}_{\sigma(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{U}_{\sigma(2mn-1)}, \\ \bar{i}_\sigma &= \bar{i}_{\sigma 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{i}_{\sigma(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_{\sigma(2mn-1)}, \\ \bar{\Psi}_\sigma &= \bar{\Psi}_{\sigma 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{\sigma(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\Psi}_{\sigma(2mn-1)}, \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение равновесия напряжения обмотки статора в неподвижных координатах можно записать как

$$\bar{U}_\sigma = \bar{i}_\sigma R_s + \frac{d}{dt} \bar{\Psi}_\sigma. \quad (6)$$

Будем считать, что поле ротора содержит все нечетные пространственные гармоники. Одноименные, не кратные числу фаз временные гармоники поля статора и пространственные гармоники поля ротора, взаимодействуя попарно, образуют группу дополнительных вращающихся моментов, так как скорости вращения этих полей, выраженные в электрических угловых единицах, одинаковы. Следовательно, для каждой из составляющих напряжения \bar{U}_s в качестве осей преобразования можно выбрать продольную и поперечную оси ротора, вращающиеся со скоростью той гармоники, относительно которой решается уравнение (6). Тогда полное решение можно получить методом наложения. Найденные таким образом векторы уравнений (5) допускают при необходимости (для определения пульсирующих моментов) простое преобразование от синхронных координат к вращающимся с некоторым постоянным скольжением [1, 2].

На основании изложенного уравнение (6), преобразованное к вращающейся системе координат, имеет вид:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{s1} &= \bar{i}_{s1} R_s + j\omega \bar{\Psi}_{s1}, \\ \bar{U}_{s(2mn+1)} &= \bar{i}_{s(2mn+1)} R_s + j(2mn+1)\omega \bar{\Psi}_{s(2mn+1)}, \\ \bar{U}_{s(2mn-1)} &= \bar{i}_{s(2mn-1)} R_s - j(2mn-1)\omega \bar{\Psi}_{s(2mn-1)}.\end{aligned}\quad (7)$$

Гармонические, кратные числу фаз, образуют однофазные пульсирующие поля, которые взаимодействуют только с пространственными гармониками ротора того же порядка, создавая вращающиеся и пульсирующие моменты. Фазные токи этих гармоник можно найти общим методом определения токов нулевой последовательности из решения уравнения

$$u_{\phi[m(2n-1)]} = i_{\phi[m(2n-1)]} R_s + \frac{d}{dt} \Psi_{\phi[m(2n-1)]}. \quad (8)$$

Представляя каждую из синусоидальных составляющих уравнения (8) в виде реальных частей соответствующих вращающихся векторов [1] и учитывая, что в установившемся режиме

$$\frac{d}{dt} \Psi_{\phi[m(2n-1)]} = \operatorname{Re} \left\{ jm(2n-1)\omega \bar{\Psi}_{s[m(2n-1)]} \right\},$$

получим

$$\bar{U}_{s[m(2n-1)]} = \bar{i}_{s[m(2n-1)]} R_s + jm(2n-1)\omega \bar{\Psi}_{s[m(2n-1)]}. \quad (9)$$

Для нахождения электромагнитного момента воспользуемся общим выражением

$$M = \frac{m}{2} \operatorname{Re} j[\bar{\Psi}_s \hat{i}_s].$$

После подстановки составляющих результирующих векторов потокоцепления и тока

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_s &= \bar{\Psi}_{s1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{s(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\Psi}_{s(2mn-1)}, \\ \bar{i}_s &= \bar{i}_{s1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{i}_{s(2mn+1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{i}_{s(2mn-1)},\end{aligned}\quad (10)$$

а также пренебрегая, вследствие их малости, знакопеременными моментами от взаимодействия высших гармонических полей друг с другом, получим

$$\begin{aligned}
M_{1, (2mn \pm 1)} = & \frac{m}{2} \operatorname{Rej} \left\{ \bar{\Psi}_{s1} \hat{i}_{s1} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{s(2mn+1)} \hat{i}_{s(2mn+1)} + \right. \\
& \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\Psi}_{s(2mn-1)} \bar{i}_{s(2mn-1)} \right\} + \frac{m}{2} \operatorname{Rej} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{s1} \hat{i}_{s(2mn+1)} + \right. \\
& \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{s1} \bar{i}_{s(2mn-1)} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{s(2mn+1)} \hat{i}_{s1} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\Psi}_{s(2mn-1)} \bar{i}_{s1} \right\}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Первый член уравнения представляет собой постоянный вращающийся момент от попарно взаимодействующих временных и пространственных гармоник одного и того же порядка, второй — сумму пульсирующих моментов.

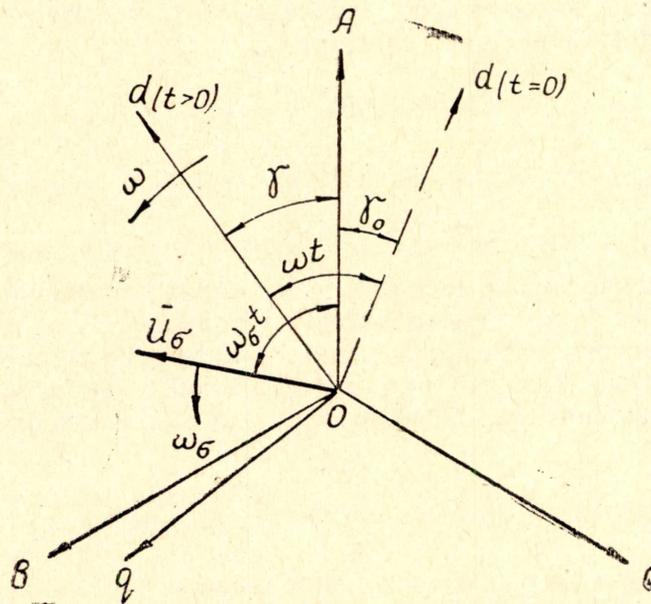


Рис. 2. Система фазовых (ABC) и вращающихся координат (dq)

Дополнительный электромагнитный момент, образованный полем нулевых составляющих [3], без учета пульсирующих моментов высших порядков

$$M_{[m(2n-1)]} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -m M_{M[m(2n-1)]} i_f \operatorname{Re}[\bar{i}_{s[m(2n-1)]}] \sin[m(2n-1)] \dots \right\}, \quad (12)$$

где

$\gamma = (\omega t - \gamma_0)$ — угол рассогласования продольной оси ротора и магнитной оси фазы А (рис. 2);

γ_0 — начальное угловое положение ротора.

Полезный вращающийся момент на валу двигателя равен алгебраической сумме отдельных составляющих (11) и (12). При сложении необходимо учитывать не только направление вращения магнитных полей временных и пространственных гармонических, но и взаимное соотношение их фаз. Поэтому, несмотря на то, что гармоники порядка $(2mn-1)$ образуют обратно направленное поле, в ряде случаев их взаимодействие приводит к появлению положительного двигательного момента, например, при условиях, принятых автором [4] (прямоугольная форма эдс и фазного тока).

Мгновенное значение потребляемой активной мощности

$$p_{1\Sigma} = \frac{m}{2} \operatorname{Re}[\bar{U}_s \hat{i}_s] + m \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re}[\bar{U}_{s[m(2n-1)]}] \operatorname{Re}[\hat{i}_{s[m(2n-1)]}] \quad (13)$$

складывается из суммы мощностей отдельных гармоник и мощности возбуждения нулевой оси.

Найдем решение уравнений (12) и (13) для трехфазных двигателей, позволяющих выявить роль гармонических нулевой составляющей. При отсутствии асимметрии магнитной цепи коэффициента само- и взаимной индукции фазных обмоток практически не зависят от положения ротора

$$L_a = L_b = L_c = l_0, \quad (14)$$

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca} = m_0,$$

а коэффициенты связи фаз обмотки статора с полигармоническим полем ротора образуют тригонометрические ряды вида:

$$\begin{aligned} M_{af} &= M_{M1} \cos \gamma + \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn+1)} \cos(2mn+1)\gamma + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn-1)} \cos(2mn-1)\gamma + \sum_{n=1}^{\infty} M_{M[m(2n-1)]} \cos[m(2n-1)]\gamma, \\ M_{bf} &= M_{M1} \cos(\gamma - 120^\circ) + \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn+1)} \cos(2mn+1)(\gamma - 120^\circ) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn-1)} \cos(2mn-1)(\gamma - 120^\circ) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} M_{M[m(2n-1)]} \cos[m(2n-1)](\gamma - 120^\circ), \quad (15) \\ M_{cf} &= M_{M1} \cos(\gamma + 120^\circ) + \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn+1)} \cos(2mn+1)(\gamma + 120^\circ) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} M_{M(2mn-1)} \cos(2mn-1)(\gamma + 120^\circ) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} M_{M[m(2n-1)]} \cos[m(2n-1)](\gamma + 120^\circ). \end{aligned}$$

Учитывая уравнения (14) и (15), результирующие векторы потокосцеплений в синхронных координатах

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{s1} &= \bar{\Psi}_{\sigma 1} e^{-j\gamma} = L_s \bar{i}_{s1} + M_{M1} i_f, \\ \bar{\Psi}_{s(2mn+1)} &= \bar{\Psi}_{\sigma(2mn+1)} e^{-j(2mn+1)\gamma} = L_s \bar{i}_{s(2mn+1)} + M_{M(2mn+1)} i_f, \\ \bar{\Psi}_{s(2mn-1)} &= \bar{\Psi}_{\sigma(2mn-1)} e^{-j(2mn-1)\gamma} = L_s \bar{i}_{s(2mn-1)} + M_{M(2mn-1)} i_f, \\ \bar{\Psi}_{s[m(2n-1)]} &= L_0 \bar{i}_{s[m(2n-1)]} + M_{M[m(2n-1)]} i_f e^{j[m(2n-1)]\gamma} \quad (16) \end{aligned}$$

и согласно уравнениям (7) и (9) искомые токи

$$\begin{aligned} \bar{i}_{s1} &= \frac{U_{M1} e^{j\gamma_0}}{[R_s + jX_a]} \left\{ 1 - j \left| \frac{E_{M1}}{U_{M1}} \right| e^{-j\gamma_0} \right\}, \\ \bar{i}_{s(2mn+1)} &= \frac{U_{M(2mn+1)} e^{j(2mn+1)\gamma_0}}{[R_s + j(2mn+1)X_a]} \left\{ 1 - j \left| \frac{E_{M(2mn+1)}}{U_{M(2mn+1)}} \right| e^{-j(2mn+1)\gamma_0} \right\}, \end{aligned}$$

$$\dot{i}_{s(2mn-1)} = \frac{U_{M(2mn-1)} e^{j(2mn-1)\gamma_0}}{[R_s + j(2mn-1)X_a]} \left\{ 1 - j \left| \frac{E_{M(2mn-1)}}{U_{M(2mn-1)}} \right| e^{-j(2mn-1)\gamma_0} \right\}, \quad (17)$$

$$\dot{i}_{s[m(2n-1)]} = \frac{U_{M[m(2n-1)]} e^{j[m(2n-1)]\omega t}}{[R_s + jm(2n-1)X_0]} \left\{ 1 - j \left| \frac{E_{M[m(2n-1)]}}{U_{M[m(2n-1)]}} \right| e^{-j[m(2n-1)]\gamma_0} \right\},$$

где в уравнениях (15), (16) и (17)

$L_s = (l_0 - m_0)$, $X_a = \omega L_s$ — индуктивность фазной обмотки и реактивное сопротивление реакции якоря с учетом влияния других фаз;

$L_0 = (l_0 + 2m_0)$, $X_0 = \omega L_0$ — индуктивность и реактивное сопротивление фазной обмотки для токов нулевой последовательности;

M_{M1} , $M_{M(2mn \pm 1)}$, $M_{M[m(2n-1)]}$ — амплитуды коэффициентов взаимной индукции магнитных полей соответствующих гармонических;

$|U_{M1}|$, $|E_{M1}| = \omega M_{M1} \dot{i}_f$ — абсолютные значения амплитуд фазного напряжения и фазной эдс основной гармоники;

$$|U_{M(2mn \pm 1)}|, |E_{M(2mn \pm 1)}|, |U_{M[m(2n-1)]}|, |E_{M[m(2n-1)]}| —$$

то же для высших гармонических.

Совместное решение (11) ÷ (13), (16) и (17) определяет вращающий электромагнитный момент

$$\begin{aligned} M_{\text{впр.}} = & M_{\Pi} \left\{ \frac{R_s^2}{[R_s^2 + X_a^2]} \left[\sin \gamma_0 - \frac{X_a}{R_s} \cos \gamma_0 - \left| \frac{E_{M1}}{U_{M1}} \right| \right] + \right. \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{M(2mn+1)} U_{M(2mn+1)} R_s^2}{E_{M1} U_{M1} [R_s^2 + (2mn+1)^2 X_a^2]} \left[(-1)^n \sin(2mn+1)\gamma_0 - \right. \\ & \left. - (2mn+1) \frac{X_a}{R_s} \times \cos(2mn+1)\gamma_0 - \left| \frac{E_{M(2mn+1)}}{U_{M(2mn+1)}} \right| \right] + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{M(2mn-1)} U_{M(2mn-1)} R_s^2}{E_{M1} U_{M1} [R_s^2 + (2mn-1)^2 X_a^2]} \times \left[(-1)^{(n-1)} \sin(2mn-1)\gamma_0 - \right. \\ & \left. - (2mn-1) \frac{X_a}{R_s} \cos(2mn-1)\gamma_0 - \left| \frac{E_{M(2mn-1)}}{U_{M(2mn-1)}} \right| \right] + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_{M[m(2n-1)]} U_{M[m(2n-1)]} R_s^2}{E_{M1} U_{M1} [R_s^2 + m^2(2n-1)^2 X_0^2]} \left[(-1)^n \sin[m(2n-1)]\gamma_0 - \right. \\ & \left. - m(2n-1) \frac{X_0}{R_s} \times \cos[m(2n-1)]\gamma_0 - \left| \frac{E_{M[m(2n-1)]}}{U_{M[m(2n-1)]}} \right| \right] \Big\} \quad (18) \end{aligned}$$

и потребляемую активную мощность

$$\begin{aligned} P_{1 \text{ потр.}} = & P_{1\Pi} \left\{ \frac{R_s^2}{[R_s^2 + X_a^2]} \left[1 - \left| \frac{E_{M1}}{U_{M1}} \right| \left[\sin \gamma_0 + \frac{X_a}{R_s} \cos \gamma_0 \right] \right] + \right. \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{M(2mn+1)}^2 R_s^2}{U_{M1}^2 [R_s^2 + (2mn+1)^2 X_a^2]} \left[1 - \left| \frac{E_{M(2mn+1)}}{U_{M(2mn+1)}} \right| \left[(-1)^n \sin(2mn+1)\gamma_0 + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2mn + 1) \frac{X_a}{R_s} \cos(2mn + 1)\gamma_0 \Big] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{M(2mn-1)}^2 R_s^2}{U_{M1}^2 [R_s^2 + (2mn-1)^2 X_a^2]} \times \\
& \times \left[1 - \left| \frac{E_{M(2mn-1)}}{U_{M(2mn-1)}} \right| \left[(-1)^{(n-1)} \sin(2mn-1)\gamma_0 + \right. \right. \\
& + (2mn-1) \frac{X_a}{R_s} \cos(2mn-1)\gamma_0 \Big] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{M[m(2n-1)]}^2 R_s^2}{U_{M1}^2 [R_s^2 + m^2(2n-1)^2 X_0^2]} \times \\
& \times \left[1 - \left| \frac{E_{M[m(2n-1)]}}{U_{M[m(2n-1)]}} \right| \left[(-1)^n \sin[m(2n-1)]\gamma_0 + \right. \right. \\
& \left. \left. + m(2n-1) \frac{X_0}{R_s} \cos[m(2n-1)]\gamma_0 \right] \right] \Big\},
\end{aligned} \tag{19}$$

где

$$M_{\Pi} = \frac{m E_{M1} U_{M1}}{2 \Omega R_s} \text{ -- пусковой момент двигателя от первых гармонических;}$$

$$P_{1\Pi} = \frac{m U_{M1}^2}{2 R_s} \text{ -- пусковая потребляемая мощность при питании двигателя основной гармоникой напряжений (1) \div (3).}$$

Вторая составляющая уравнения (11) объединяет группу пульсирующих моментов от взаимодействия разноименных временных и пространственных гармоник. Учитывая, что магнитные поля этих гармонических перемещаются по отношению к полю основной гармоники с некоторым постоянным скольжением $s = \pm 2mn$ и пренебрегая вследствие малости дополнительными пульсирующими моментами от взаимодействия разноименных гармонических, образующих нулевую ось, то есть переменной составляющей уравнения (12), находим

$$\begin{aligned}
M_{\text{пульс.}} = M_{\Pi} \Big\{ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{M(2mn+1)} R_s^2}{U_{M1} [R_s^2 + (2mn+1)^2 X_a^2]} \left[\sin(2mn\omega t + \gamma_0) - \right. \\
& - (2mn+1) \frac{X_a}{R_s} \cos(2mn\omega t + \gamma_0) - \left. \left| \frac{E_{M(2mn+1)}}{U_{M(2mn+1)}} \right| \left[\cos 2mn(\omega t - \gamma_0) + \right. \right. \\
& + (2mn+1) \frac{X_a}{R_s} \sin 2mn(\omega t - \gamma_0) \Big] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{M(2mn-1)} R_s^2}{U_{M1} [R_s^2 + (2mn-1)^2 X_a^2]} \times \\
& \times \left[\sin(2mn\omega t - \gamma_0) - (2mn-1) \frac{X_a}{R_s} \cos(2mn\omega t - \gamma_0) - \right. \\
& - \left. \left| \frac{E_{M(2mn-1)}}{U_{M(2mn-1)}} \right| \left[\cos 2mn(\omega t - \gamma_0) + (2mn-1) \frac{X_a}{R_s} \sin 2mn(\omega t - \gamma_0) \right] \right] + \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{E_{M(2mn+1)}}{E_{M1}} + \frac{E_{M(2mn-1)}}{E_{M1}} \right] \frac{R_s^2}{[R_s^2 + X_a^2]} \left[\sin \gamma_0 - \right. \\
& \left. - \frac{X_a}{R_s} \cos \gamma_0 - \left| \frac{E_{M1}}{U_{M1}} \right| \right] \Big\}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Полученные уравнения (18), (19) и (20) могут быть использованы для анализа работы бесщеточного двигателя в установившихся режимах, позволяя, в частности, определить форму угловой характеристики вращающего момента и равномерность движения. Кроме того, появляется основа для проектирования ротора с рациональной формой поля. Рассматриваемые уравнения, имея довольно громоздкий вид для общего случая, существенно упрощаются при анализе двигателей с конкретными схемами обмоток и при небольшом числе гармоник ротора.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. П. К о в а ч, И. Р а ц. Переходные процессы в машинах переменного тока. Госэнергоиздат, 1963.
 2. Б. А д к и н с. Общая теория электрических машин, Госэнергоиздат, 1960.
 3. Л. Н. Г р у з о в. Методы математического исследования электрических машин. Госэнергоиздат, 1953.
 4. И. А. В е в ю р к о. Некоторые особенности расчета и проектирования бесщеточных микродвигателей постоянного тока. «Электротехника», 1964, № 4.
-