

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ЗАЗОРЕ ЭМУ  
ПОПЕРЕЧНОГО ПОЛЯ С ГЛАДКИМ ЯКОРЕМ И  
СОСРЕДОТОЧЕННОЙ КОМПЕНСАЦИОННОЙ ОБМОТКОЙ**

**А. Н. Айферт, А. И. Вильнер**

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники)

В настоящее время в Советском Союзе и за рубежом ведутся большие работы по созданию электрических машин с гладким якорем. Интерес к ним обусловлен их высокой коммутационной устойчивостью и лучшими динамическими свойствами. Однако все опубликованные работы относятся к созданию и исследованию различного назначения двигателей постоянного тока и распространить приводимые рекомендации на проектирование ЭМУ с гладким якорем из-за присущих им особенностей не представляется возможным.

Опыт создания таких ЭМУ показывает, что они обладают рядом преимуществ по сравнению с существующими серийными ЭМУ: при хорошей коммутации и коэффициенте усиления на уровне серийных усилителей — лучшее быстродействие, практическое отсутствие шумов и вибраций магнитного характера [1, 2], а при сосредоточенной компенсационной обмотке [3], кроме того, большая выходная мощность в одном объеме, линейность выходных характеристик при форсировке напряжения и некоторая экономия обмоточной меди.

Для исследования рабочих свойств ЭМУ с гладким якорем и вопросов, касающихся проектирования этих машин, необходимо знать картину распределения магнитного поля в воздушном зазоре. В литературе имеется ряд работ, посвященных расчету магнитных полей в зазоре двигателей постоянного тока с гладким якорем [4, 5] и др. Наиболее полные исследования проведены в [5]. Автору удалось получить решение задачи, используя метод Г. А. Гринберга [6]. Область воздушного зазора ЭМУ с гладким якорем сложнее (рис. 1) ввиду наличия расщепленных полюсов, ряда дополнительных обмоток, участвующих в создании магнитного поля машины (компенсационная и подмагничивающие обмотки), а также наличия реакции якоря по продольной и поперечной осям. Поэтому в настоящей работе приведен вывод основных уравнений для расчета магнитного поля с учетом особенностей ЭМУ. В качестве метода исследования, так же, как и в работе [5], принят метод Г. А. Гринберга.

При решении задачи сделаны следующие основные допущения:

1. Поле в воздушном зазоре — плоскопараллельное.
2. Магнитная проницаемость стали бесконечно велика по сравнению с проницаемостью воздуха.
3. Кривизной поверхностей статора и ротора пренебрегаем. Форма полюсов — прямоугольная.
4. Обмотки, лежащие в больших и средних пазах, стянуты на одну



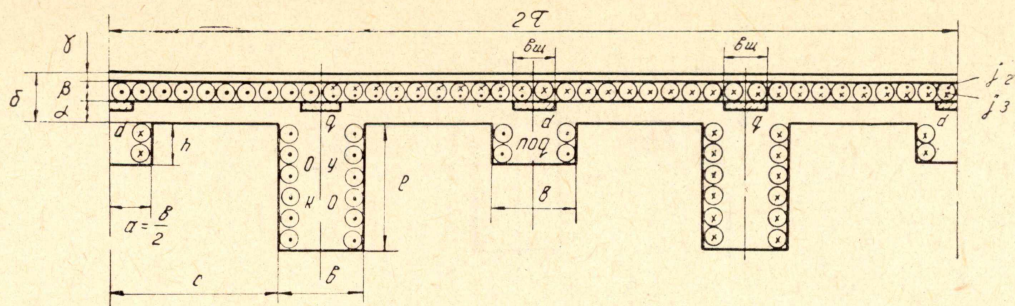


Рис. 1

линию, так что полные токи обмоток расположены в бесконечно тонком слое, причем предполагается, что токовый слой расположен по всей высоте полюса ввиду незначительности зоны паза, не занятой обмоткой.

5. Применяется принцип наложения, то есть магнитное поле каждой обмотки рассматривается раздельно.

6. Щетки расположены на геометрической нейтрали, так как в ЭМУ с гладким якорем сдвиг щеток нецелесообразен.

Принятые допущения не отличаются от обычно применяемых при исследованиях магнитных полей в электрических машинах. При этих допущениях магнитное поле в области воздушного зазора, занятой токовым слоем, будет удовлетворять дифференциальному уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial y^2} = -\mu_0 I(x, y), \quad (1)$$

а в областях, не занятых токовым слоем, уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

где

$A(x, y)$  — векторный потенциал магнитного поля,

$I(x, y)$  — закон изменения плотности тока на участке с токовым слоем,

$\mu_0$  — магнитная постоянная вакуума.

Так как картина распределения магнитного поля в воздушном зазоре повторяется со сменой полярности под каждым полюсом, то достаточно рассмотреть магнитное поле машины на одно полюсное деление. На рис. 3 а и 3 б представлены исследуемые области для реакции якоря первого и второго каскадов усиления. Как видно из рисунков, эти области отличаются только расположением больших и средних пазов. Поэтому достаточно рассмотреть поле любой реакции якоря, например, второго каскада (рис. 3 б). Изменив размеры соответствующих областей и величину плотности тока, можно по тем же уравнениям рассчитать магнитное поле первого каскада усиления.

То же самое можно сказать о полях, создаваемых статорными обмотками. В этом случае достаточно рассмотреть, например, поле обмотки управления (рис. 2 б). Поля создаваемые другими обмотками, можно получить, изменяя размеры пазов, занятых и не занятых обмоткой, а также изменяя величины создаваемых обмоткой намагничивающих сил (н. с.).



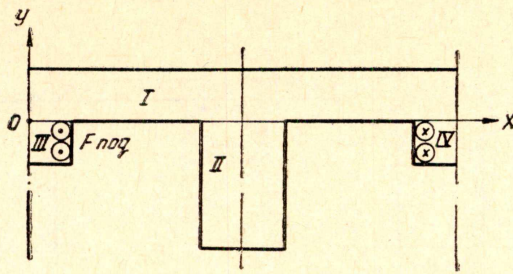


Рис. 2 а

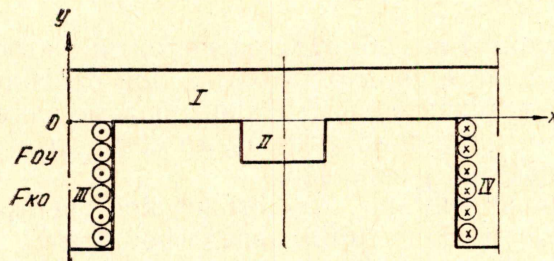


Рис. 2 б

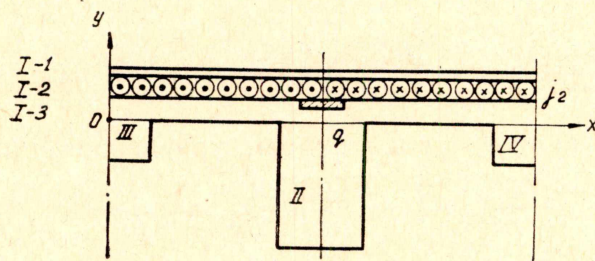


Рис. 3 а

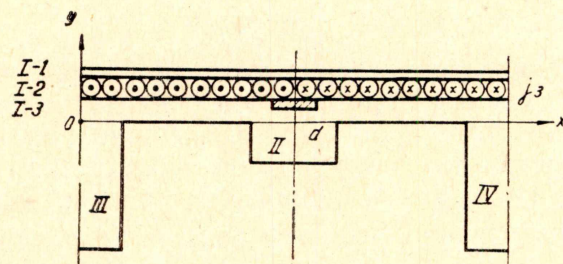


Рис. 3 б

### Магнитное поле обмотки управления

Исследуемая область воздушного зазора представлена на рис. 2 б. Разобьем рассматриваемую область на прямоугольные участки так, как это показано на рисунке. Исходя из принципа наложения, плотность тока в обмотке якоря равна нулю и магнитное поле во всей области воздушного зазора удовлетворяет уравнению (2). Граничные условия в каждом из прямоугольников имеют следующий вид:



Прямоугольник I

$$\begin{aligned}
 H_x|_{y=0} &= 0, \\
 H_y|_{x=0} &= H_y|_{x=\tau} = 0, \\
 H_x|_{y=0} = f_1(x) &= \begin{cases} f_3(x), & 0 < x < a; \\ 0, & a < x < c; \\ f_2(x), & c < x < \tau - c; \\ 0, & \tau - c < x < \tau - a; \\ f_4(x), & \tau - a < x < \tau. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Прямоугольник II

$$\begin{aligned}
 H_y|_{x=c} &= H_y|_{x/\tau-c} = H_x|_{y=-h} = 0, \\
 H_x|_{y=0} &= f_2(x).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Прямоугольник III

$$\begin{aligned}
 H_y|_{x=0} &= H_x|_{y=-l} = 0, \\
 H_y|_{x=a} &= \frac{F_{0,y}}{l}, \\
 H_x|_{y=0} &= f_3(x).
 \end{aligned} \tag{5}$$

Прямоугольник IV

$$\begin{aligned}
 H_y|_{x=\tau} &= H_x|_{y=-l} = 0, \\
 H_y|_{x=\tau-a} &= \frac{F_{0,y}}{l}, \\
 H_x|_{y=0} &= f_4(x).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$ , и  $f_4(x)$  — неизвестные функции распределения касательных составляющих напряженности магнитного поля на границах прямоугольников при  $y=0$ ;

$$H_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} \tag{7}$$

— касательная составляющая напряженности магнитного поля;

$$H_y = - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A(x, y)}{\partial x} \tag{8}$$

— нормальная составляющая напряженности магнитного поля;

$F_{0,y}$  — н. с. обмотки управления.

Определим функции, характеризующие распределение векторного потенциала в каждом из прямоугольников.

Прямоугольник I.

Решение краевой задачи для уравнения (2) при граничных условиях (3) ищем в виде

$$A_n^{(1)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n(y) \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \tag{9}$$

где

$$A_n^{(1)}(y) = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} A_n^{(1)}(x, y) \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx.$$

Согласно методу Г. А. Гринберга, умножим уравнение (2) на



$\frac{2}{\tau} \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx$  и проинтегрируем от 0 до  $\tau$ . В результате преобразований [5] получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 A_n^{(1)}(y)}{dy^2} - \left( \frac{n\pi}{\tau} \right)^2 A_n^{(1)}(y) = 0. \quad (10)$$

Проведя аналогичные преобразования с выражениями (3), получим для уравнения (10) следующие граничные условия

$$H_x |_{y=\delta} = 0, \quad (11)$$

$$H_x |_{y=0} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} f_1(x) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx = E_n^{(1)}.$$

Решение уравнения (10) имеет вид

$$A_n^{(1)}(y) = B_n^{(1)} \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} y + C_n^{(1)} \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y. \quad (12)$$

Постоянные  $B_n^{(1)}$  и  $C_n^{(1)}$  определяются из граничных условий (11). После нахождения постоянных для функции распределения векторного потенциала в прямоугольнике I получим

$$A_n^{(1)}(x, y) = - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} E_n^{(1)} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x. \quad (13)$$

Для дальнейшего решения необходимо знать распределение векторного потенциала и его первой производной на общей границе прямоугольников (при  $y=0$ ).

Из уравнения (13) имеем

$$A_n^{(1)}(x, 0) = - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (14)$$

$$H_x |_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_n^{(1)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(1)} \cos \frac{n\pi}{\tau} x. \quad (15)$$

#### Прямоугольник II

Так же, как и в предыдущем случае, решение уравнения (2) при граничных условиях (4) будем искать в виде ряда

$$A_k^{(2)}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(2)}(y) \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x - c), \quad (16)$$

где

$$A_k^{(2)}(y) = \frac{2}{b} \int_c^{\tau-c} A_k^{(2)}(x, y) \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x - c) \cdot dx.$$

Умножив уравнение (2) и граничные условия (4) на

$$\frac{2}{b} \cos \frac{k\pi}{b} (x - c) \cdot dx$$

и проинтегрировав от  $c$  до  $\tau - c$ , после преобразований получим дифференциальное уравнение



$$\frac{d^2 A_k^{(2)}(y)}{dy^2} - \left( \frac{k\pi}{b} \right)^2 A_k^{(2)}(y) = 0 \quad (17)$$

при граничных условиях

$$H_x|_{y=-h} = 0,$$

$$H_x|_{y=0} = \frac{2}{b} \int_c^{\tau-c} f_2(x) \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x-c) \cdot dx = E_k^{(2)}. \quad (18)$$

Решение уравнения (17) имеет вид

$$A_k^{(2)}(y) = B_k^{(2)} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} y + C_k^{(2)} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{b} y. \quad (19)$$

Определив из граничных условий (18) постоянные  $B_k^{(2)}$  и  $C_k^{(2)}$  для функции распределения векторного потенциала в прямоугольнике II, получим

$$A_k^{(2)}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu_0 \frac{b}{k\pi} E_k^{(2)} \frac{\operatorname{ch} \frac{k\pi}{b} (y+h)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} h} \cos \frac{k\pi}{b} (x-c). \quad (20)$$

Из выражения (20) находим значение функции и ее первой производной на общей границе прямоугольников (при  $y=0$ )

$$A_k^{(2)}(x, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu_0 \frac{b}{k\pi} E_k^{(2)} \operatorname{cth} \frac{k\pi}{b} h \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x-c), \quad (21)$$

$$H_x|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_k^{(2)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{k=1}^{\infty} E_k^{(2)} \cos \frac{k\pi}{b} (x-c). \quad (22)$$

### Прямоугольник III

Решение уравнения (2) в прямоугольнике III при граничных условиях (6) ищем в виде ряда

$$A_p^{(3)}(x, y) = \frac{A_0^{(3)}(y)}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} A_p^{(3)}(y) \cdot \cos \frac{p\pi}{a} x, \quad (23)$$

где

$$A_p^{(3)}(y) = \frac{2}{a} \int_0^a A_p^{(3)}(x, y) \cdot \cos \frac{p\pi}{a} x \cdot dx,$$

$$A_0^{(3)}(y) = \frac{2}{a} \int_0^a A_0(x, y) \cdot dx.$$

Умножая уравнение (2) и граничные условия (5) на

$$\frac{2}{a} \cos \frac{p\pi}{a} x \cdot dx$$

и интегрируя от 0 до  $a$ , получим следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 A_p^{(3)}(y)}{dy^2} - \left( \frac{p\pi}{a} \right)^2 A_p^{(3)}(y) = - \frac{2}{a} \frac{F_{0,y}}{l} \mu_0 \cos p\pi, \quad (24)$$



при граничных условиях

$$H_x|_{y=-l} = 0,$$

$$H_x \Big|_{y=0} = \frac{2}{a} \int_0^a f_3(x) \cdot \cos \frac{p\pi}{a} x \cdot dx = E_p^{(3)}. \quad (25)$$

Решение уравнения (24) имеет вид

$$A_p^{(3)}(y) = B_p^{(3)} \operatorname{sh} \frac{p\pi}{a} y + C_p^{(3)} \operatorname{ch} \frac{p\pi}{a} y + \frac{2a\mu_0 E_0 \cdot y}{l(p\pi)^2} \cos p\pi. \quad (26)$$

При  $p=0$  уравнение (24) переписывается

$$\frac{d^2 A_0^{(3)}(y)}{dy^2} = -\frac{2}{a} \frac{F_0 \cdot y}{l} \mu_0. \quad (27)$$

Решение уравнения (27) имеет вид

$$A_0^{(3)}(y) = B_0 + C_0 y - \frac{\mu_0 F_0 \cdot y}{a \cdot l} y^2. \quad (28)$$

Постоянные  $B_p^{(3)}$  и  $C_p^{(3)}$  определяются из граничных условий (25),  $C_0$  при подстановке в (25)  $p=0$ , а  $B_0$  непосредственного участия в решении задачи не принимает, поэтому находить ее нет необходимости. Определив постоянные, входящие в уравнения (26) и (28) для распределения векторного потенциала в прямоугольнике III, получим

$$A_p^{(3)}(x, y) = \frac{\mu_0 E_0}{2} y + \frac{\mu_0 E_0}{4l} y^2 + \frac{B_0}{2} + \\ + \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(3)} \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi}{a} (y+l)}{\operatorname{sh} \frac{p\pi}{a} l} - \mu_0 \frac{E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \cos p\pi \right] \cos \frac{p\pi}{a} x. \quad (29)$$

Здесь

$$E_0 = \frac{C_0}{\mu_0} = -\frac{2}{a} F_0 \cdot y.$$

Функция векторного потенциала и ее первая производная на общей границе (при  $y=0$ ) имеют следующий вид:

$$A_p^{(3)}(x, 0) = \frac{B_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(3)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l - \mu_0 \frac{E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \cos p\pi \right] \times \\ \times \cos \frac{p\pi}{a} x, \quad (30)$$

$$H_x \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_p^{(3)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{E_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} E_p^{(3)} \cdot \cos \frac{p\pi}{a} x. \quad (31)$$



### Прямоугольник IV

Вывод функции, удовлетворяющей уравнению Лапласа (2) для векторного потенциала в прямоугольнике IV при граничных условиях (6), производится аналогично тому, как это сделано для прямоугольника III и имеет следующий вид:

$$A_p^{(4)}(x, y) = \frac{\mu_0 E_0}{2} y - \frac{\mu_0 E_0}{4l} y^2 + \frac{B_0}{2} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(4)} \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi}{a} (y+l)}{\operatorname{sh} \frac{p\pi}{a} l} + \mu_0 \frac{E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \right] \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a),$$

(32)

где  $E_0, E_p^{(4)}$  — функции, представляющие собой неизвестные граничные условия для уравнений типа (24) и (27) в прямоугольнике IV при  $y=0$ .

Функция векторного потенциала и ее первая производная на общей границе (при  $y=0$ ) имеют вид

$$A_p^{(4)}(x, 0) = \frac{B_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(4)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l + \frac{\mu_0 E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \right] \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a),$$

(33)

$$H_x \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_p^{(4)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{E_0}{2} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{\infty} E_p^{(4)} \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a).$$

(34)

Для решения задачи необходимо определить составляющие напряженности магнитного поля на поверхности статора и якоря (при  $y=0$  и  $y=\delta$  в прямоугольнике I). Неизвестные коэффициенты  $E_n^{(1)}$ , входящие в функцию векторного потенциала прямоугольника I (13), можно определить из условий сопряжения — равенства функций и их первых производных на общей границе прямоугольников II, III и IV с прямоугольником I.

Из условия равенства функций на общей границе, используя выражения (14), (21), (30) и (33), можно записать

$$\frac{B_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(3)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l - \mu_0 \frac{E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \cos p\pi \right] \cos \frac{p\pi}{a} x =$$

$$= - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad 0 < x < a, \quad (35)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mu_0 \frac{b}{k\pi} E_k^{(2)} \operatorname{cth} \frac{k\pi}{b} h \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x - c) =$$

$$= - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad c < x < \tau - c, \quad (36)$$

$$\frac{B_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \mu_0 \frac{a}{p\pi} E_p^{(4)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l + \mu_0 \frac{E_0 a^2}{l(p\pi)^2} \right] \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a) =$$



$$= - \sum_{n=1}^{\infty} \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad \tau - a < x < \tau. \quad (37)$$

Умножая обе части выражения (35) на  $\frac{2}{a} \cos \frac{p\pi}{a} x \cdot dx$  и интегрируя от 0 до  $a$ , можно выразить неизвестные коэффициенты  $E_p^{(3)}$  через  $E_n^{(1)}$ :

$$E_p^{(3)} = \frac{E_0}{l p \pi} \cos p\pi \cdot \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l - \frac{2\tau}{a^2} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p}{n} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot d_{pn}^{(3)}, \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} d_{pn}^{(3)} &= \int_0^a \cos \frac{p\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx = \\ &= \frac{\sin \pi \left( p - n \frac{a}{\tau} \right)}{2 \left( \frac{p\pi}{a} - \frac{n\pi}{\tau} \right)} + \frac{\sin \pi \left( p + n \frac{a}{\tau} \right)}{2 \left( \frac{p\pi}{a} + \frac{n\pi}{\tau} \right)} \text{ при } \frac{n\pi}{\tau} \neq \frac{p\pi}{a}, \\ d_{pn}^{(3)} &= \frac{a}{2} \text{ при } \frac{n\pi}{\tau} = \frac{p\pi}{a}. \end{aligned} \quad (39)$$

Аналогичным способом можно выразить коэффициенты  $E_k^{(2)}$  и  $E_p^{(4)}$  через  $E_n^{(1)}$ :

$$E_k^{(2)} = - \frac{2\tau}{B_2} \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{n} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot d_{kn}^{(2)}, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} d_{kn}^{(2)} &= \int_c^{\tau-c} \cos \frac{k\pi}{b} (x - c) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx = \\ &= \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left( k + n \frac{b}{\tau} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{2} (k+n)}{\frac{k\pi}{b} + \frac{n\pi}{\tau}} + \frac{\sin \frac{\pi}{2} \left( k - n \frac{b}{\tau} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{2} (k-n)}{\frac{k\pi}{b} - \frac{n\pi}{\tau}} \\ &\text{при } \frac{n\pi}{\tau} \neq \frac{k\pi}{b}, \end{aligned}$$

$$d_{kn}^{(2)} = \frac{b}{2} \cos \frac{\pi}{2} (k - n) \text{ при } \frac{n\pi}{\tau} = \frac{k\pi}{b}, \quad (41)$$

$$E_p^{(4)} = - \frac{E_0}{l p \pi} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l - \frac{2\tau}{a^2} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p}{n} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot d_{pn}^{(4)}, \quad (42)$$



где

$$d_{pn}^{(4)} = \int_{\tau-a}^{\tau} \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a) \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx =$$

$$= \frac{\sin \pi \left( n - n \frac{a}{\tau} \right)}{2 \left( \frac{p\pi}{a} - \frac{n\pi}{\tau} \right)} - \frac{\sin \pi \left( n - n \frac{a}{\tau} \right)}{2 \left( \frac{p\pi}{a} + \frac{n\pi}{\tau} \right)} \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} \neq \frac{p\pi}{a},$$
(43)

$$d_{pn}^{(4)} = \frac{a}{2} \cos \pi (p - n) \quad \text{при } \frac{n\pi}{\tau} = \frac{p\pi}{a}.$$

С другой стороны, для касательной составляющей напряженности магнитного поля на общей границе, на основании граничных условий (3) можно записать

$$\frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} f_1(x) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx = \frac{2}{\tau} \int_0^a f_3(x) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx +$$

$$+ \frac{2}{\tau} \int_c^{\tau-c} f_2(x) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx + \frac{2}{\tau} \int_{\tau-a}^{\tau} f_4(x) \cdot \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx. \quad (44)$$

Здесь учтено, что на участках  $a < x < c$  и  $\tau - c < x < \tau - a$  касательная составляющая напряженности магнитного поля обращается в нуль. Подставляя в равенство (44) вместо функций  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  и  $f_4(x)$  их значения из уравнений (15), (22), (31) и (34), получим

$$\frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \left( \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(1)} \cos \frac{n\pi}{\tau} x \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx =$$

$$= \frac{2}{\tau} \int_0^a \left( \frac{E_0}{2} + \sum_{p=1}^{\infty} E_p^{(3)} \cos \frac{p\pi}{a} x \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx +$$

$$+ \frac{2}{\tau} \int_c^{\tau-c} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} E_k^{(2)} \cos \frac{k\pi}{b} (x - c) \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx + \quad (45)$$

$$+ \frac{2}{\tau} \int_{\tau-a}^{\tau} \left[ \frac{E_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_p^{(4)} \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a) \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx.$$

После преобразований выражение (45) можно привести к виду

$$E_n^{(1)} = \frac{2}{\tau} \sum_{p=1}^{\infty} E_p^{(3)} d_{pn}^{(3)} + \frac{2}{\tau} \sum_{k=1}^{\infty} E_k^{(2)} d_{kn}^{(2)} + \frac{2}{\tau} \sum_{p=1}^{\infty} E_p^{(4)} d_{pn}^{(4)} +$$

$$+ \frac{2E_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{\tau} a. \quad (46)$$

Подставляя в (46) вместо неизвестных коэффициентов  $E_p^{(3)}$ ,  $E_k^{(2)}$  и  $E_p^{(4)}$  их значения из (38), (40) и (42) для определения коэффициентов  $E_n^{(1)}$ , получим следующую бесконечную систему уравнений:



$$\begin{aligned}
E_n^{(1)} = & -\frac{4}{b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot d_{kn}^{(2)} \cdot d_{km}^{(2)} - \\
& -\frac{4}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \sum_{p=1}^{\infty} p \cdot \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot d_{pn}^{(3)} \cdot d_{pm}^{(3)} - \\
& -\frac{4}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \sum_{p=1}^{\infty} p \cdot \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot d_{pn}^{(4)} \cdot d_{pm}^{(4)} + \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2aE_0}{lp\pi} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot \cos p\pi \cdot d_{pn}^{(3)} - \\
& - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2aE_0}{lp\pi} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot d_{pn}^{(4)} + \frac{2E_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{\tau} a. \quad (47)
\end{aligned}$$

Как показывают исследования, решение задачи имеет место при  $n=1, 3, 5, \dots$ ,  $k=1, 3, 5, \dots$ ,  $p=1, 2, 3, 4, \dots$ . В этом случае члены в правой части системы, относящиеся к прямоугольникам III и IV, равны. Поэтому систему уравнений (47) можно представить как

$$\begin{aligned}
E_n^{(1)} = & -\frac{4}{b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot d_{kn}^{(2)} \cdot d_{km}^{(2)} - \\
& -\frac{8}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta \sum_{p=1}^{\infty} p \cdot \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot d_{pn}^{(3)} \cdot d_{pm}^{(3)} + \\
& + \frac{4aE_0}{\pi l} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l}{p} \cdot d_{pn}^{(3)} + \frac{2E_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{\tau} a. \quad (48)
\end{aligned}$$

Составляющие напряженности магнитного поля в воздушном зазоре, дающие окончательное решение задачи, определяется по формулам (7) и (8) с использованием выражения для векторного потенциала в прямоугольнике I (13):

$$\begin{aligned}
H_x|_{y=\delta} &= 0, \\
H_x|_{y=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(1)} \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \\
H_y|_{y=\delta} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(1)} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} \cdot \sin \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (49) \\
H_y|_{y=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta \cdot \sin \frac{n\pi}{\tau} x.
\end{aligned}$$

Таким образом, определив из бесконечной системы уравнений (48) неизвестные коэффициенты  $E_n^{(1)}$ , можно по уравнениям (49) рассчитать напряженность поля обмотки управления.

### Магнитное поле реакции якоря

Исследуемая область воздушного зазора представлена на рис. 3 б. Как и в случае поля обмотки управления, разобьем рассматриваемую область на прямоугольные участки. В отличие от предыдущей задачи основной воздушный зазор (прямоугольник I) необходимо подразделить на три прямоугольника, выделив отдельно токовый слой (рис. 3 б.



прямоугольник I—2), так как в нем магнитное поле должно удовлетворять не уравнению Лапласа (2), а уравнению Пуассона (1).

Граничные условия в каждом из прямоугольников имеют вид:

Прямоугольник I-1.

$$\begin{aligned} H_y|_{x=0} = H_y|_{x=\tau} = 0, \\ H_x|_{y=0} = 0, \\ H_x|_{y=a+\beta} = f_{21}(x). \end{aligned} \quad (50)$$

Прямоугольник I-2

$$\begin{aligned} H_y|_{x=0} = H_y|_{x=\tau} = 0, \\ H_x|_{y=a+\beta} = f_{21}(x), \\ H_x|_{y=a} = f_{23}(x). \end{aligned} \quad (51)$$

Прямоугольник I-3.

$$\begin{aligned} H_y|_{x=0} = H_y|_{x=\tau} = 0, \\ H_x|_{y=a} = f_{23}(x), \\ H_x|_{y=0} = f_1(x) = \begin{cases} f_3(x), & 0 < x < a; \\ 0 & a < x < c; \\ f_2(x), & c < x < \tau - c; \\ 0 & \tau - c < x < \tau - a; \\ f_4(x), & \tau - a < x < \tau. \end{cases} \end{aligned} \quad (52)$$

Прямоугольник II

$$\begin{aligned} H_y|_{x=c} = H_y|_{x=\tau-c} = H_x|_{y=-h} = 0, \\ H_x|_{y=0} = f_3(x). \end{aligned} \quad (53)$$

Прямоугольник III

$$\begin{aligned} H_y|_{x=0} = H_y|_{x=a} = H_x|_{y=-l} = 0, \\ H_x|_{y=0} = f(x). \end{aligned} \quad (54)$$

Прямоугольник IV

$$\begin{aligned} H_y|_{x=\tau-a} = H_y|_{x=\tau} = H_x|_{y=-l} = 0, \\ H_x|_{y=0} = f_4(x). \end{aligned} \quad (55)$$

Здесь, как и в предыдущей задаче, функции  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$ ,  $f_4(x)$ ,  $f_{21}(x)$ ,  $f_{23}(x)$  характеризуют неизвестное распределение касательных составляющих напряженности магнитного поля на границах раздела прямоугольников.

Определим функции, характеризующие распределение векторного потенциала в каждом из прямоугольников. Задача отыскания функции, удовлетворяющей уравнению Лапласа в прямоугольниках II, III, IV при граничных условиях (53) — (55), аналогична уже рассмотренной в случае поля управления (вывод функции для прямоугольника II), поэтому для искомых функций можно записать

$$A_k^{(2)}(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu_0 \frac{b}{k\pi} F_k^{(2)} \frac{\operatorname{ch} \frac{k\pi}{b} (y+h)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} h} \cos \frac{k\pi}{b} (x-c), \quad (56)$$



$$A_p^{(3)}(x, y) = \sum_{p=1}^{\infty} \mu_0 \frac{a}{p\pi} F_p^{(3)} \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi}{a} (y + l)}{\operatorname{sh} \frac{p\pi}{a} l} \cos \frac{p\pi}{a} x, \quad (57)$$

$$A_p^{(4)}(x, y) = \sum_{p=1}^{\infty} \mu_0 \frac{a}{p\pi} F_p^{(4)} \frac{\operatorname{ch} \frac{p\pi}{a} (y + l)}{\operatorname{sh} \frac{p\pi}{a} l} \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a), \quad (58)$$

где коэффициенты  $F_p^{(2)}$ ,  $F_p^{(3)}$  и  $F_p^{(4)}$  имеют тот же смысл, что и  $E_p^{(2)}$ ,  $E_p^{(3)}$  и  $E_p^{(4)}$  в случае поля управления.

Вывод функций, удовлетворяющих уравнению (2) в прямоугольниках I-1 и I-3, аналогичен выводу функции (13) в случае поля управления. Распределение векторного потенциала в этих прямоугольниках определяется следующими выражениями:

$$A_n^{(1-1)}(x, y) = - \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(1)} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \gamma} \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (59)$$

$$A_n^{(1-3)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} F_n^{(1)} \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} y + C_n^{(3)} \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (60)$$

где коэффициенты  $B_n^{(1)}$ ,  $C_n^{(3)}$  и  $F_n^{(1)}$  определяются неизвестными граничными условиями при  $y = \alpha + \beta$ ,  $y = \alpha$  и  $y = 0$  соответственно.

Таким образом, особенностью рассматриваемой задачи является определение функции распределения векторного потенциала в прямоугольнике I-2, которая должна удовлетворять уравнению Пуассона (1). Умножая уравнение (1) на  $\frac{2}{\tau} \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx$  и интегрируя в пределах от 0 до  $\tau$ , можно получить следующее обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка [5]:

$$\frac{d^2 A_n(y)}{dy^2} - \left( \frac{n\pi}{\tau} \right)^2 A_n(y) = Q_n, \quad (61)$$

где

$$Q_n = - \mu_0 \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} I(x, y) \cos \frac{n\pi}{\tau} x \cdot dx = \frac{8j \mu_0 \tau}{(n\pi)^2 b_{ш}} (-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \sin \frac{n\pi}{\tau} \cdot \frac{b_{ш}}{2}. \quad (62)$$

Здесь, как и в работе [5], принято, что плотность тока  $J$  по высоте проводников не изменяется и что в пределах от 0 до  $\frac{\tau}{2} - \frac{b_{ш}}{2}$  она

равна  $+j$ , от  $\frac{\tau}{2} - \frac{b_{ш}}{2}$  до  $\frac{\tau}{2} + \frac{b_{ш}}{2}$  изменяется по

прямолинейному закону от  $+j$  до  $-j$ , а от  $\frac{\tau}{2} + \frac{b_{ш}}{2}$  до  $\tau$  равна  $-j$ .

Решение уравнения (61) имеет вид



$$A_n^{(1-2)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ B_n^{(2)} \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (y - \alpha) + C_n^{(2)} \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \alpha) - \left( \frac{\tau}{n\pi} \right)^2 Q_n \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (63)$$

где коэффициенты  $B_n^{(2)}$  и  $C_n^{(2)}$  определяются из граничных условий при  $y = \alpha$  и  $y = \alpha + \beta$ .

Функции (59), (60) и (63) можно выразить только через неизвестные коэффициенты  $F_n^{(1)}$ , используя условия сопряжения функций (равенство функций и их первых производных) на границах раздела прямоугольников I-1, I-2 и I-2, I-3. После преобразований эти функции запишутся в виде

$$A_n^{(1-1)}(x, y) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F_n' \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + Q_n' \cdot N_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta) \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (64)$$

$$A_n^{(1-2)}(x, y) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F_n' \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + Q_n' M_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y - Q_n' \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \alpha) + Q_n' \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (65)$$

$$A_n^{(1-3)}(x, y) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F_n' \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (y - \delta)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + Q_n' M_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} y \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (66)$$

где

$$M_n = \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (\beta + \gamma) - \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \gamma}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta};$$

$$N_n = \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (\alpha + \beta) - \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \alpha}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta};$$

$$Q_n' = \left( \frac{\tau}{n\pi} \right)^2 Q_n; \quad F_n' = \mu_0 \frac{\tau}{n\pi} F_n^{(1)}.$$

Таким образом, для окончательного решения задачи необходимо найти неизвестные коэффициенты  $F_n^{(1)}$ . Для этого, как и в случае поля обмотки управления, воспользуемся методом стыкования.

Найдем выражения для функций и касательных составляющих напряженности магнитного поля на общей границе прямоугольников II, III и IV с прямоугольником I-3 (при  $y=0$ )



$$A_n^{(1-3)}(x, 0) = - \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n' \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta + Q_n' M_n \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (67)$$

$$H_x^{(1-3)} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_n^{(1-3)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{(1)} \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \quad (68)$$

$$A_k^{(2)}(x, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} \mu_0 \frac{b}{k\pi} F_k^{(2)} \operatorname{cth} \frac{k\pi}{b} h \cdot \cos \frac{k\pi}{b} (x - c), \quad (69)$$

$$H_x^{(2)} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_k^{(2)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{k=1}^{\infty} F_k^{(2)} \cos \frac{k\pi}{b} (x - c), \quad (70)$$

$$A_p^{(3)}(x, 0) = \sum_{p=1}^{\infty} \mu_0 \frac{a}{p\pi} F_p^{(3)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l \cdot \cos \frac{p\pi}{a} x, \quad (71)$$

$$H_x^{(3)} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_p^{(3)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{p=1}^{\infty} F_p^{(3)} \cos \frac{p\pi}{a} x, \quad (72)$$

$$A_p^{(4)}(x, 0) = \sum_{p=1}^{\infty} \mu_0 \frac{a}{p\pi} F_p^{(4)} \operatorname{cth} \frac{p\pi}{a} l \cdot \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a), \quad (73)$$

$$H_x^{(4)} \Big|_{y=0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_p^{(4)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = \sum_{p=1}^{\infty} F_p^{(4)} \cos \frac{p\pi}{a} (x - \tau + a). \quad (74)$$

Приравнявая функции на общей границе прямоугольников II, III и IV с прямоугольником 1-3 [выражения (67), (69), (71) и (73)] и произведя преобразования, аналогичные проведенным при выводе выражений (38), (40) и (42), для коэффициентов  $F_k^{(2)}$ ,  $F_p^{(3)}$  и  $F_p^{(4)}$  получим

$$F_k^{(2)} = - \frac{2}{b^2} \frac{k\pi}{\mu_0} \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n' \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta + Q_n' M_n \right) \cdot d_{kn}^{(2)}, \quad (75)$$

$$F_p^{(3)} = - \frac{2}{a^2} \frac{p\pi}{\mu_0} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n' \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta + Q_n' M_n \right) \cdot d_{pn}^{(3)}, \quad (76)$$

$$F_p^{(4)} = - \frac{2}{a^2} \frac{p\pi}{\mu_0} \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n' \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta + Q_n' M_n \right) \cdot d_{pn}^{(4)}, \quad (77)$$

где коэффициенты  $d_{kn}^{(2)}$ ,  $d_{pn}^{(3)}$  и  $d_{pn}^{(4)}$  определяются по выражениям (39), (41) и (43) соответственно.

С другой стороны, для касательной составляющей напряженности магнитного поля в прямоугольнике I-3 при  $y=0$  справедливо равенство (44), так как граничные условия на этой поверхности остались без изменения. Поэтому, подставляя в это равенство вместо функций  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  и  $f_4(x)$  их значения из (68), (70), (72) и (74), после преобразования получим следующую бесконечную систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов  $F_n^{(1)}$

$$\begin{aligned} F_n^{(1)} = & - \frac{4}{b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{F_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta - \frac{\tau Q_m}{\mu_0 m \pi} M_m \right) \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \operatorname{th} \frac{k\pi}{b} h \cdot d_{kn}^{(2)} \times \\ & \times d_{km}^{(2)} - \frac{8}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{F_m^{(1)}}{m} \operatorname{cth} \frac{m\pi}{\tau} \delta - \frac{\tau Q_m}{\mu_0 m \pi} M_m \right) \times \\ & \times \sum_{p=1}^{\infty} p \cdot \operatorname{th} \frac{p\pi}{a} l \cdot d_{pn}^{(3)} \cdot d_{pm}^{(3)}. \end{aligned} \quad (78)$$



Здесь использовано то обстоятельство, что коэффициенты  $d_{pn}^{(3)}$  и  $d_{pn}^{(4)}$  равны при одинаковых значениях  $p$  и  $n$ . Решение, как и в случае поля обмотки управления, имеет место при  $n=1, 3, 5, \dots, k=1, 3, 5, \dots, p=1, 2, 3, 4$ .

Определив неизвестные значения коэффициентов  $F_n^{(1)}$  из системы (78), можно рассчитать и дающие окончательное решение задачи значения нормальных и касательных составляющих напряженности магнитного поля в воздушном зазоре по формулам

$$\begin{aligned}
 H_y \Big|_{y=\delta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n^{(1)} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + \frac{\tau N_n}{\mu_0 n \pi} \right) \sin \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_x \Big|_{y=\sigma+\beta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n^{(1)} \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \gamma}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + \frac{\tau N_n}{\mu_0 n \pi} Q_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \gamma \right) \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_y \Big|_{y=\alpha+\beta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n^{(1)} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \gamma}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + \frac{\tau N_n}{\mu_0 n \pi} Q_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \gamma \right) \sin \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_x \Big|_{y=\alpha} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F_n^{(1)} \frac{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} (\beta + \gamma)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + \frac{\tau M_n}{\mu_0 n \pi} Q_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \alpha \right] \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_y \Big|_{y=\alpha} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[ F_n^{(1)} \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} (\beta + \gamma)}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\tau} \delta} + \frac{\tau M_n}{\mu_0 n \pi} Q_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{\tau} \alpha \right] \sin \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_x \Big|_{y=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{(1)} \cos \frac{n\pi}{\tau} x, \\
 H_y \Big|_{y=0} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( F_n^{(1)} \operatorname{cth} \frac{n\pi}{\tau} \delta + \frac{\tau M_n}{\mu_0 n \pi} Q_n \right) \sin \frac{n\pi}{\tau} x.
 \end{aligned} \tag{79}$$

Изложенный метод дает возможность рассчитать магнитные поля, создаваемые обмотками управления, поперечной подмагничивающей, сосредоточенной компенсационной, а также магнитное поле реакции якоря первого и второго каскадов усиления. Наложением полей отдельных обмоток и реакций якоря обоих каскадов можно получить результирующую картину магнитного поля в воздушном зазоре машины при любых нагрузках и степени компенсации.

Исследования показывают, что при решении бесконечных систем уравнений (48) и (78) достаточно ограничиться двадцатью членами. Ввиду большого объема вычислительных работ все расчеты были выполнены на цифровой вычислительной машине М-20.



Для исследования влияния параметров геометрии воздушного зазора и токового слоя на распределение магнитного поля варьировались: воздушный зазор ( $\delta$ ), толщина токового слоя ( $\beta$ ), зазор между токовым слоем и пакетом якоря ( $\gamma$ ), раскрытие ( $v$ ) и глубина пазов статора ( $l, h$ ), ширина щеток ( $v_{щ}$ ). Кроме того, для конкретной машины сделан ряд расчетов при различном числе витков поперечной подмагничивающей обмотки, форсировке напряжения и широком изменении нагрузки для последующего сравнения с экспериментальными данными.

На рис. 4 в качестве примера приведены результаты расчета магнитного поля опытного образца ЭМУ поперечного поля с гладким якорем и сосредоточенной компенсационной обмоткой, имеющего следующие параметры:

$$\begin{array}{lll}
 P_H = 1,2 \text{ кВт}, & I_H = 60 \text{ в.}, & n = 5000 \text{ об/мин}, \\
 \delta = 1,7 \text{ мм}, & \gamma = 0,2 \text{ мм}, & \beta = 0,86 \text{ мм}, \\
 & & \tau = 144 \text{ мм}, \\
 v = 20 \text{ мм}, & l = 32 \text{ мм}, & h = 13 \text{ мм}.
 \end{array}$$

На рисунке кривая 1 — нормальная составляющая напряженности магнитного поля на поверхности статора, кривая 2 — нормальная составляющая напряженности на поверхности якоря, кривая 3 — касательная, составляющая напряженности магнитного поля на поверхности статора.

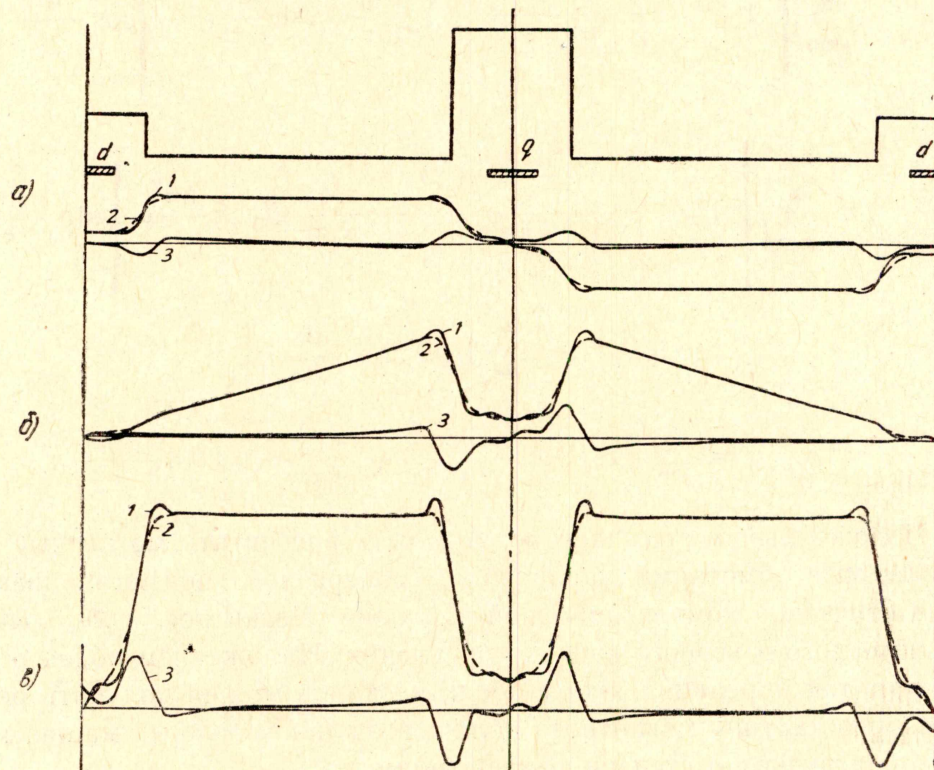
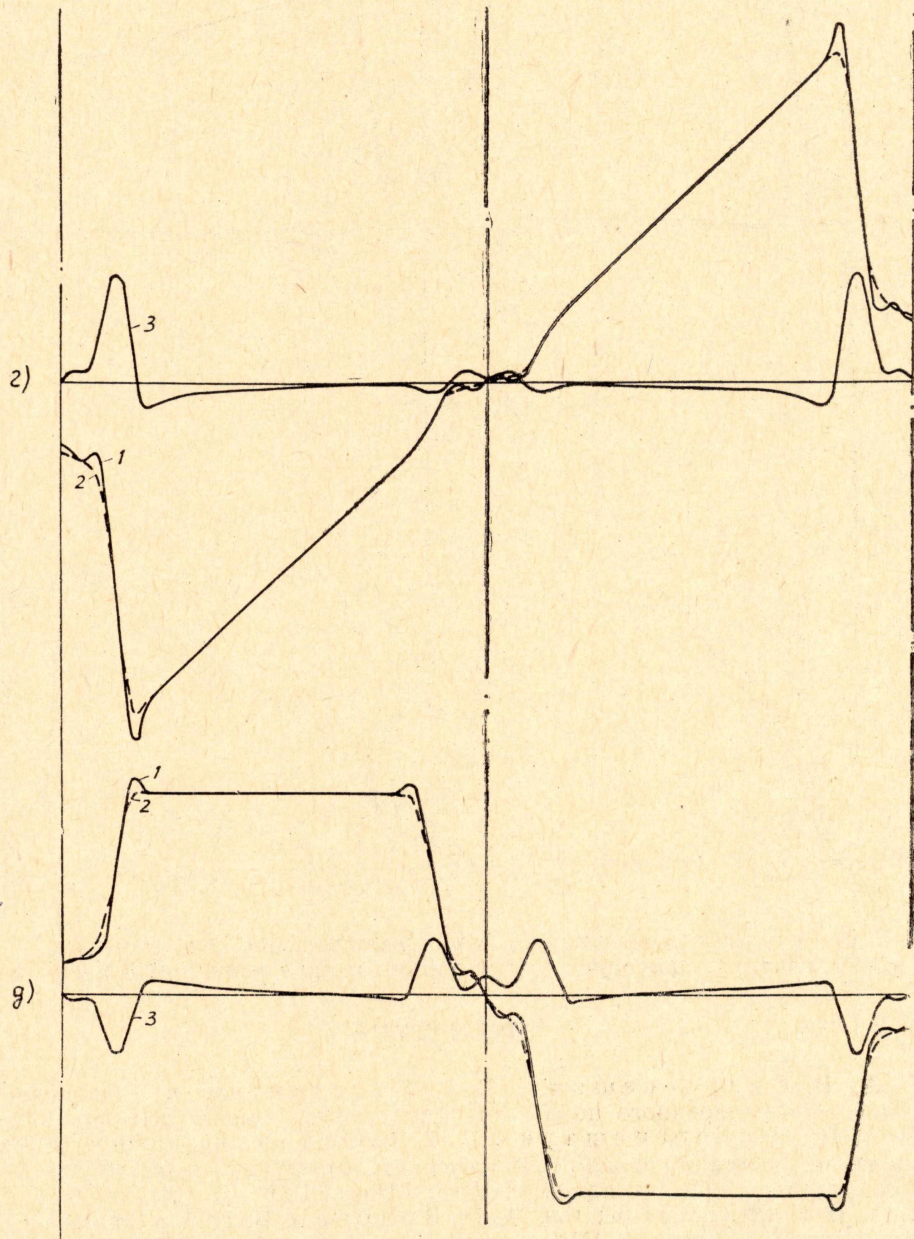


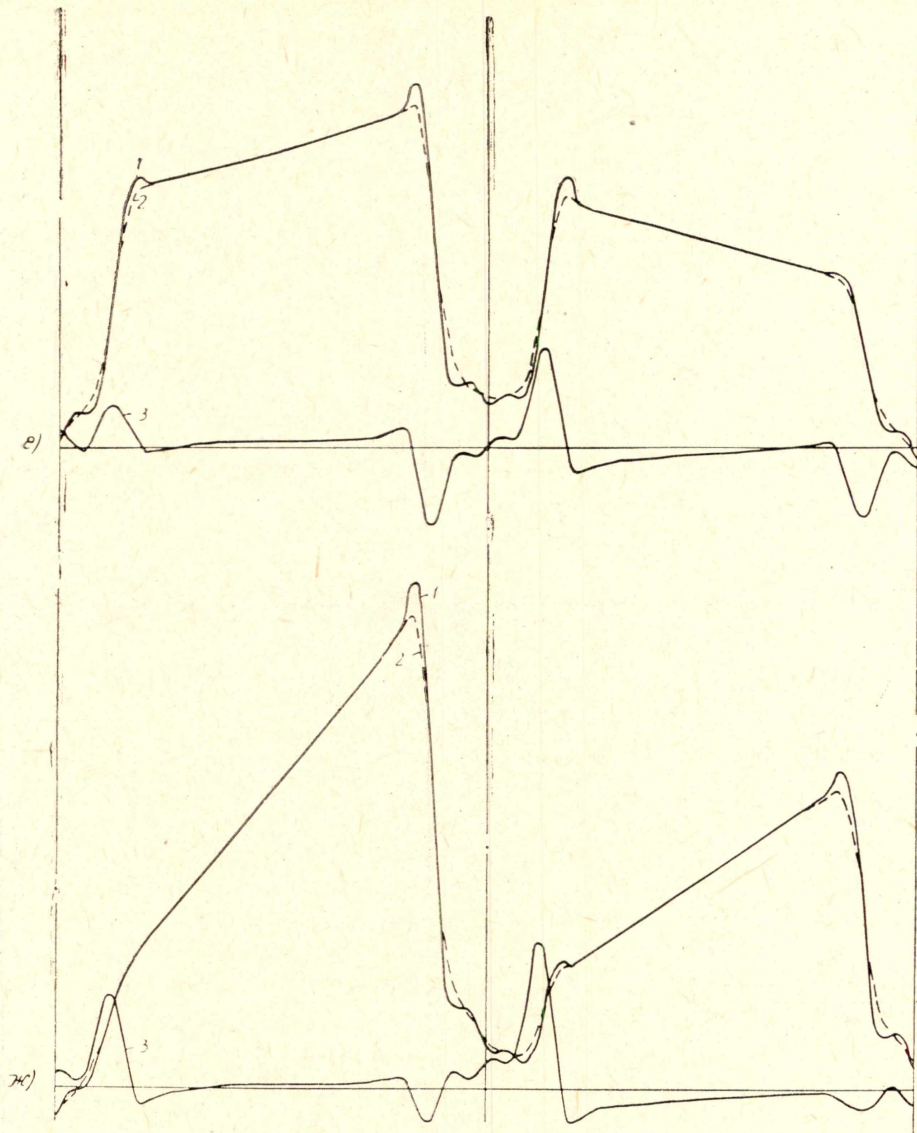
Рис. 4. а) Кривая напряженности поля обмотки управления.  
 б) Кривая напряженности поля реакции якоря первого каскада.  
 в) Кривая напряженности поля поперечной подмагничивающей обмотки





г) Кривая напряженности поля реакции якоря второго каскада.  
 д) Кривая напряженности поля компенсационной обмотки





е) Результирующая кривая поля машины при холостом ходе.  
 ж) Результирующая кривая поля машины при номинальной нагрузке

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Скороспешкин, Г. Г. Константинов. Основные характеристики ЭМУ поперечного поля с гладким якорем. «Изв. ТПИ», т. 172, 1967.
2. А. И. Скороспешкин, Г. Г. Константинов, Ю. В. Горст. Исследование пульсаций и виброакустических характеристик серийных ЭМУ поперечного поля и ЭМУ с гладким якорем. «Изв. ТПИ», т. 190, 1968.
3. А. И. Скороспешкин, А. И. Вильнер, Б. И. Костылев. Выбор компенсационной обмотки в ЭМУ с гладким якорем. «Изв. ТПИ», т. 212.
4. Л. Д. Основич, З. А. Основич. Расчет магнитного поля электрических машин постоянного тока с цилиндрическим печатным или гладким якорем. Электричество, № 7, 1968.
5. И. И. Куркалов. Магнитное поле в зазоре машины постоянного тока с беззубцовым якорем. Сб. «Бесконтактные электрические машины», V, Рига, 1967.
6. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР, 1948.