

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ СИНХРОННЫХ РЕДУКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ РЕАКТИВНОГО ТИПА (СРД-Р)

Е. В. Кононенко, Р. П. Лаас, А. Ф. Финк

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники)

В последнее время в различных областях науки и техники находят широкое применение редукторные двигатели, позволяющие значительно снизить скорость вращения ротора при заданной частоте питания сети. Основное требование, предъявляемое к СРД-Р — линейность скорости вращения. Это требование определяет проблему создания высокостабильных микроэлектродвигателей и приводов.

Широкое внедрение редукторных двигателей сдерживается из-за недостаточного развития их теории, а также из-за отсутствия широкой номенклатуры двигателей и рекомендаций по выбору из оптимальных конструкций.

Вопросами теории и расчета редукторных двигателей занимались еще в 30-х годах [1], например, Т. Г. Сорокер рассчитал однофазный двигатель для патефона на 78 об/мин. Однако из-за отсутствия областей применения двигателей они остались слабо изученными. Из работ, посвященных вопросам теории и проектирования, следует отметить работы А. С. Куракина [2], который, разлагая магнитное поле в зазоре в ряд, выделяет основные гармонические волны пазового слоя и использует их в качестве рабочих полей.

Общим недостатком в работах различных авторов является отсутствие единого подхода к составлению основных расчетных уравнений.

В данной работе делается попытка к составлению уравнений редукторных двигателей реактивного типа на основе применения теории двух реакций, нашедшая широкое применение при исследовании обычных синхронных машин.

Конструктивно данные двигатели могут быть выполнены с одинаковыми зубцовыми делениями статора и ротора и различными зубцовыми делениями.

Статор первых двигателей имеет явно выраженные полюса (выступы), на которых располагается трехфазная сосредоточенная обмотка. При шести выступах на статоре отсутствует взаимоиндуктивность между обмотками различных фаз. Обмотка двигателей второго типа распределенная и размещена в пазах статора.

Картину взаимного расположения зубцов статора и ротора двигателя, имеющего одинаковые зубцовые деления, можно представить рис. 1. Здесь  $\gamma$  — угол рассогласования между зубцами статора и ротора. При  $\gamma=0$  оси зубцов ротора и статора совпадают и проводимость будет максимальной. При совпадении оси зубца статора и оси паза ротора проводимость будет минимальной.



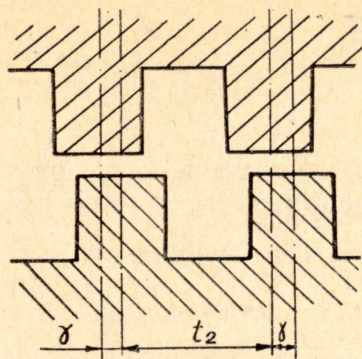


Рис. 1

За время одного полупериода тока ротор поворачивается на угол, соответствующий одному зубцовому делению. Следовательно, одно зубцовое деление соответствует 180 электрическим градусам. Минимальная проводимость будет иметь место при перемещении ротора на  $1/2$  зубцового деления, т. е. когда «зубец» ротора будет находиться под пазом статора, что составляет 90 электрических градусов.

Таким образом, по аналогии с обычными синхронными (реактивными) машинами угол между осями, определяющими минимальную и максимальную проводимость ( $d$  и  $q$ ), составляет 90 электрических градусов. Аналогично можно показать, что для реактивных редукторных двигателей, имеющих различные зубцовые деления, угол между осями, определяющими минимальную и максимальную проводимость, составляет также 90 электрических градусов. При этом число зубцов ротора должно быть выбрано

$$z_1 = z_2 \pm 2p_1.$$

Так как зубцовое деление ротора соответствует 180 электрическим градусам, то отсюда следует соотношение между числом оборотов  $n$ , частотой тока и числом зубцов ротора  $z_2$

$$n = \frac{120 f}{z_2}.$$

При повороте ротора относительно статора магнитная проводимость зазора, а следовательно, индуктивности и взаимной индуктивности фазных обмоток изменяются по периодическому закону с периодом, равным углу поворота на одно зубцовое деление. Следовательно, частота изменения переменной слагающей магнитной проводимости вдвое больше частоты изменения напряжения обмотки статора.

Тогда по аналогии с обычными синхронными машинами коэффициенты само- и взаимной индукции могут быть определены в виде

$$\begin{aligned} L_a &= L_0 + L_2 \cos 2\gamma; \\ L_b &= L_0 + L_2 \cos 2(\gamma + 60); \\ L_c &= L_0 + L_2 \cos 2(\gamma - 60); \\ m_{ab} &= m_0 + m_2 \cos 2(\gamma - 60); \\ m_{ac} &= m_0 + m_2 \cos 2(\gamma + 60); \\ m_{bc} &= m_0 + m_2 \cos 2\gamma. \end{aligned} \quad (1)$$

К произвольному моменту времени



т угол  $\gamma$  определяется как

$$\gamma = \int_0^t \omega dt + \gamma_0.$$

Для связи угла, характеризующего положение ротора в пространстве в геометрических радианах  $\gamma_M$ , с этим же углом в электрических радианах можно написать соотношение  $\gamma = p_2 \gamma_M = \frac{z_2}{2} \gamma_M$ , соответственно угловая скорость, в электрических радианах будет равна  $\omega = p_2 \omega_M = \frac{z_2}{2} \omega_M$ . Ограничиваясь рассмотрением редукторных двигателей с шихтованными роторами, при выводе основных уравнений воспользуемся методом вращающихся магнитных полей. Для этого введем изображающие вектора.

$$\begin{aligned} \bar{i}_s &= \frac{2}{3} (i_a + a i_b + a^2 i_c); \\ \bar{U}_s &= \frac{2}{3} (U_a + a U_b + a^2 U_c); \\ \bar{\psi}_s &= \frac{2}{3} (\psi_a + a \psi_b + a^2 \psi_c). \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть напряжения фазных обмоток изменяются по закону

$$\begin{aligned} U_a &= U_0 + U \cos(\omega_1 t + \alpha_0); \\ U_b &= U_0 + U \cos(\omega_1 t + \alpha_0 - 120^\circ); \\ U_c &= U_0 + U \cos(\omega_1 t + \alpha_0 + 120^\circ). \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда после некоторых преобразований

$$\bar{U}_s = U e^{j(\omega_1 t + \alpha_0)}, \quad (4)$$

т. е.  $\bar{U}_s$  не зависит от нулевой составляющей напряжения. Аналогично

$$\bar{\psi}_s = (L_0 - m_0) \bar{i}_s + \frac{3}{2} L_2 i_s^* e^{j2\gamma}. \quad (5)$$

Нетрудно показать, что при изменении чередования фаз или чередования индуктивностей и взаимоиндуктивностей изменится знак перед показателем у второго члена уравнения (5), т. е. будет иметь место изменение направления вращения двигателя.

В уравнении (5) в последнем члене имеется переменный коэффициент.

Чтобы перейти к осям, жестко связанным с ротором, необходимо уравнение (5) умножить на  $e^{-j\gamma}$ , тогда получим:

$$\bar{\varphi}_s = (L_0 - m_0) \bar{i}_s + \frac{3}{2} L_2 i_s^*, \quad \text{где}$$

$$\bar{\varphi}_s = \bar{\psi}_s \cdot e^{-j\gamma}, \quad \bar{i}_s = i_s \cdot e^{-j\gamma} \text{ и т. д.}$$

Выражение для электромагнитного момента может быть определено как

$$M_{эм} = \frac{3}{2} \operatorname{Re}[j \bar{\varphi}_s i_s^*]. \quad (6)$$

Решение комплексных уравнений на АВМ затруднительно. В то же время комплексы и сопряженные комплексы рассматриваемых ве-



личин могут быть изображены на комплексной плоскости, совмещенной с осями  $d$  и  $q$ , неподвижных относительно ротора [3].

Непостоянство угловой скорости по аналогии с синхронными реактивными машинами удобно фиксировать изменением угла  $\theta$ , который образуется вектором напряжения с поперечной осью ротора.

Из рис. 2 имеем:

$$\theta = \alpha - \gamma - \frac{\pi}{2},$$

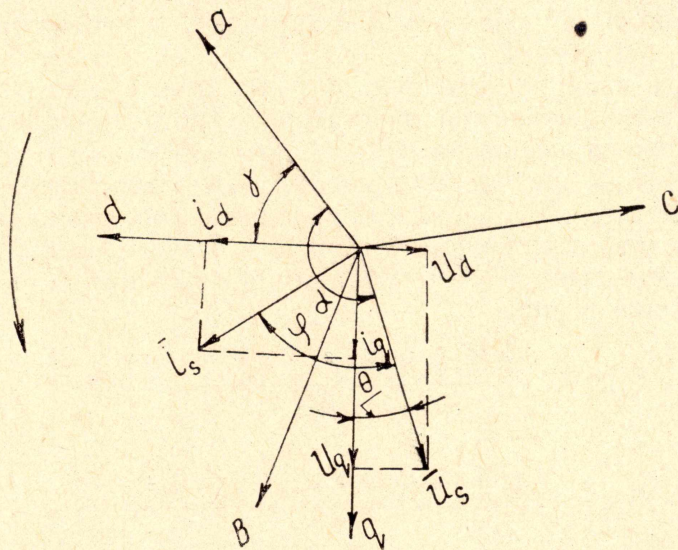


Рис. 2.

где  $\alpha$  — угол, образованный изображающим вектором напряжения относительно фазы «а».

Из уравнений, полученных при использовании изображающих векторов  $\bar{i}_s$ ,  $\bar{u}_s$ ,  $\bar{\psi}_s$  и т. д., могут быть получены уравнения в осях  $d$  и  $q$  путем проектирования их соответственно на оси  $d$  и  $q$ . При соответствующем выборе правила знаков эти уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} U_d &= p\psi_d - \psi_q(1-s) + r \cdot i_d; \\ U_q &= p\psi_q + \psi_d(1-s) + r \cdot i_q; \\ M_{cm} &= Hps + (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$H = \frac{4I \omega_1^3}{P_0 z^2}; \quad \psi_d = x_d \cdot i_d; \quad \psi_q = x_q \cdot i_q; \quad x_d = \omega_1 \cdot L_d; \quad x_q = \omega_1 \cdot L_q;$$

$$L_d = L_0 - m_0 + \frac{3}{2} L_2; \quad L_q = L_0 - m_0 - \frac{3}{2} L_2.$$

При рассмотрении двигателя, имеющего на статоре шесть выступов, взаимоиндуктивность отсутствует, тогда

$$L_d = L_0 + L_2, \quad L_q = L_0 - L_2.$$

Полученные уравнения практически не отличаются от уравнений обычного синхронного реактивного двигателя.



Потери в стали ротора при перемагничивании основной волной поля могут быть уточнены дополнительно.

Чтобы воспользоваться при исследованиях редукторных двигателей системой уравнения (7), необходимо определить входящие в них параметры  $r$ ,  $x_d$  и  $x_q$ . Синхронные индуктивные сопротивления  $x_d$  и  $x_q$  могут быть представлены в виде

$$x_d = x_{ad} + x_s; \quad x_q = x_{aq} + x_s, \quad (8)$$

где  $x_s$  — индуктивное сопротивление рассеяния обмотки статора.

В первом приближении в основу определения параметров синхронного режима работы можно положить метод удельной магнитной проводимости. Наиболее удобным является метод «заменяющего угла», предложенный R. Pohl [4].

Рассмотрим вначале синхронные редукторные двигатели с одинаковыми зубцовыми делениями на статоре и роторе. Определив проводимости воздушного зазора на один полюс ( $\lambda_{nd}$  и  $\lambda_{nq}$ ) по методу, изложенному в [4], и воспользовавшись схемой замещения магнитной цепи такого двигателя [5], можно определить максимальное значение магнитного потока, сцепленного с каждой фазой соответственно по продольной и поперечной осям. Например, для фазы «а» эти потоки можно представить в виде

$$\Phi_{ad} = \frac{\sqrt{2} I_d W_1 (2\lambda_0^2 + \lambda_0 \lambda_2 - \lambda_2^2)}{3\lambda_0} \mu_0 l, \quad (9)$$

$$\Phi_{aq} = \frac{\sqrt{2} I_q W_1 (2\lambda_0^2 - \lambda_0 \lambda_2 - \lambda_2^2)}{3\lambda_0} \mu_0 l,$$

где  $I_d$  и  $I_q$  — действующие значения токов в обмотке статора по продольной и поперечной осям,

$W_1$  — число витков обмотки статора,

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_{nd} + \lambda_{nq}}{2}; \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{nd} - \lambda_{nq}}{2}$$

— первые члены разложения в ряд магнитной проводимости воздушного зазора в пределах одного полюсного наконечника [6],

$\mu_0$  — магнитная проводимость воздуха,

$l$  — длина машины.

Зная максимальные магнитные потоки каждой фазы, можно определить по обычным формулам действующие значения э. д. с. по продольной и поперечной осям.

$$E_{ad(q)} = 4,44 f W_1 \Phi_{ad(q)} \quad (10)$$

и синхронные индуктивные сопротивления  $x_{ad}$  и  $x_{aq}$

$$x_{ad(q)} = \frac{E_{ad(q)}}{I_{d(q)}}. \quad (11)$$

Тогда для рассматриваемого типа двигателей синхронные индуктивные сопротивления определяются в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_{ad} &= 2\pi f \mu_0 W_1^2 \lambda_{ad} \cdot l; \\ x_{aq} &= 2\pi f \mu_0 W_1^2 \lambda_{aq} \cdot l; \end{aligned} \quad (12)$$

где через  $\lambda_{ad}$  и  $\lambda_{aq}$  обозначены следующие выражения:

$$\lambda_{ad} = \frac{\lambda_0^2 + \lambda_0 \lambda_2 - \lambda_2^2}{3\lambda_0}; \quad \lambda_{aq} = \frac{2\lambda_0^2 - \lambda_0 \lambda_2 - \lambda_2^2}{3\lambda_0}.$$

Более сложным является определение синхронных индуктивных сопротивлений в редукторных двигателях, имеющих различные зубцо-



вые деления и распределенную обмотку на статоре. Для определения магнитной проводимости на полюсное деление в этом случае можно воспользоваться методом, изложенным в работе [7]. Суть метода состоит в том, что весь зубчатый воздушный зазор разбивается на ряд элементарных участков, в которых для определения магнитной проводимости можно воспользоваться формулами R. Pohl.

Учитывая лишь первые гармонические намагничивающей силы, созданной обмоткой статора, максимальные значения полных магнитных потоков по продольной и поперечной осям можно представить в виде (за начало отсчета принята ось d)

$$\Phi_{ad} = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \mu_0 \lambda_x F_{ad} \cdot l \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx = \mu_0 l F_{ad} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \lambda_x \cos \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx = \mu_0 l \cdot F_{ad} \cdot \lambda_{ad}; \quad (13)$$

$$\Phi_{aq} = \int_0^{\tau} \mu_0 \lambda_x F_{aq} \cdot l \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx = \mu_0 \cdot l \cdot F_{aq} \int_0^{\tau} \lambda_x \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} x \cdot dx = \mu_0 \cdot l \cdot F_{aq} \cdot \lambda_{aq},$$

где

- $F_{ad}$ ,  $F_{aq}$  — амплитуда намагничивающей силы на полюс по продольной и поперечной осям соответственно,  
 $\lambda_x$  — значение магнитной проводимости воздушного зазора в рассматриваемой точке,  
 $\lambda_{ad}$ ,  $\lambda_{aq}$  — суммарные значения магнитной проводимости на всем полюсном делении по продольной и поперечной осям.

Используя формулы для потоков (13), а также выражения для действующих значений эдс (10), можно по формуле (11) определить значения синхронных индуктивных сопротивлений

$$x_{ad} = 2mf \frac{(W_1 \cdot K_{об})^2}{p_1} \mu_0 \cdot l \cdot \lambda_{ad}; \quad (14)$$

$$x_{aq} = 2mf \frac{(W_1 \cdot K_{об})^2}{p_1} \mu_0 \cdot l \cdot \lambda_{aq},$$

где  $p_1$  — число пар полюсов обмотки статора.

Индуктивное сопротивление рассеяния  $x_s$ , входящее в выражения (8), может быть определено обычными методами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Г. Сорокер, П. П. Клобуков. Однофазные синхронные реактивные двигатели. «Вестник электропромышленности», № 3, 1938.
2. А. С. Куракин. Поле в зазоре редукторного двигателя. «Электромеханика». № 2, 1963.
3. К. П. Ковач, И. Рац. Переходные процессы в машинах переменного тока. Госэнергоиздат, 1963.
4. Pohl R. Theory of pulsating-Field machines, The Journal of the IEEE V93, 11, № 31, 1946.
5. Р. П. Лаас, А. А. Брынько. Основные уравнения и синхронный режим параметрического двигателя с емкостной компенсацией. Электронные и электромеханические устройства. «Энергия». 1969.
6. В. А. Ратмиров, В. А. Ивоботенко. Шаговые двигатели для систем автоматического управления, ГЭИ, 1962.
7. Л. Э. Домбур. Магнитное поле в воздушном зазоре аксиальной индукторной машины при холостом ходе с учетом зубчатости. Сб. «Бесконтактные электрические машины», вып. 4, Рига, 1965.
8. Lee C. H. Верньерный двигатель и его расчет. «Электрические системы и электротехническое оборудование», № 6, 1963.