

**МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЖИМОВ НАГРУЗОК  
АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ УНИВЕРСАЛЬНЫХ  
МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ**

**Ю. М. Башагуров, Э. К. Стрельбицкий**

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин  
и общей электротехники)

Необходимость исследования режимов работы электроприводов универсальных металлорежущих станков вызвана тем, что эти станки, имеющие наибольший удельный вес в парке металлорежущего оборудования страны, имеют самые низкие относительные средние нагрузки двигателей. Основная причина низких средних нагрузок — показательный закон распределения, который характеризуется большой дисперсией [2].

Установлено, что графики нагрузки представляют собой случайные функции времени, формирующиеся в результате действия ряда случайных факторов.

Случайные процессы, протекающие по времени приблизительно однородно и имеющие вид непрерывных случайных колебаний около некоторого среднего значения, называются стационарными. На любом участке времени стационарного процесса можно получить одинаковые характеристики.

Именно такие процессы обнаруживаются при исследовании нагрузок преимущественно одностипного металлорежущего оборудования.

Условиями стационарности случайного процесса являются устойчивость среднего значения  $\bar{p}_2$  и дисперсии  $D_{p_2}$ , что имеет место в нашем случае [2]

$$\bar{p}_2 = \text{const}, \quad D_{p_2} = \text{const}, \quad (1)$$

где  $P_2$  — мощность на валу двигателя.

Однако требование (1) не является существенным, так как от случайной функции  $p_2(t)$  всегда можно перейти к центрированной случайной функции  $\tilde{p}_2(t)$ , для которой математическое ожидание тождественно равно нулю и, следовательно, удовлетворяет условию (1). Таким образом, если рассматриваемый процесс нагрузки нестационарен только за счет переменного математического ожидания (что на некоторых отдельных участках рассматриваемого процесса действительно имеет место), это не мешает изучать его как стационарный.

Так как процессы нагружения не содержат начальных нестационарных стадий, т. е. так называемых переходных процессов, то корреляционные функции не зависят от положения первого аргумента на оси времени, а только от интервала  $\tau$  между первым и вторым аргументом. При этом выполняется единственное существенное условие, которому должна удовлетворять стационарная случайная функция

$$K_{p_2}(t, t + \tau) = R_{p_2}(\tau), \quad (3)$$



так как условие (2) при  $\tau=0$  является частным случаем условия (3).

Анализ автокорреляционных функций, полученных на универсальных станках, показывает, что корреляционная связь между значениями мощностей, по мере увеличения интервала между ними, убывает и при  $\tau=50 \div 100$  мин. затухает до нуля. Это означает, что рассматриваемые случайные процессы обладают эргодическим свойством

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{p_2}(\tau) = 0. \quad (4)$$

Это обстоятельство значительно упрощает обработку данных, так как совокупность независимых реализаций нагрузок по отдельным станкам можно рассматривать как одну единственную реализацию процесса нагрузки  $T$ , а следовательно, позволяет производить усреднение ординат значений мощности по времени.

При выполнении условия (4) дисперсия оценки математического ожидания стремится к нулю [3].

$$\lim_{T \rightarrow \infty} D(\tilde{p}_2) = 0, \quad (5)$$

т. е. такая оценка является состоятельной и несмещенной. Известно, что если мы не располагаем никакими добавочными сведениями о свойствах случайной функции  $p_2(t)$  (кроме ее стационарности), то эта оценка является и наиболее эффективной из всех линейных оценок [5].

В настоящей статье приводится методика исследования режимов нагрузок универсальных металлорежущих станков, разработанная на материалах обследования токарно-винторезных станков наиболее распространенной модели ИК62 с применением методов исследования стационарных случайных процессов.

Применение этих методов в данных исследованиях позволяет получить оценки параметров нагружения заданной точности и проводить исследования нагрева двигателей в режимах случайного нагружения. За основу при создании методики были взяты следующие принципы экспериментатора: что надо получить из эксперимента, с какой точностью желательно получить эти результаты и какие средства можно привлечь для обработки данных.

Подлежат определению следующие характеристики случайного процесса:

1. Среднее значение мощности на валу  $\tilde{p}_2$ .
2. Плотность распределения нагрузок  $f(p_2)$ .
3. Корреляционная функция  $R_{p_2}(\tau)$ .

Поскольку получаемые значения являются лишь оценками характеристик генеральной совокупности, то необходимо заранее задаться удовлетворительной точностью оценки среднего. При этом следует иметь в виду, что объем измерений возрастает обратно пропорционально дисперсии оценки среднего [4].

Задача состоит в создании методики, которая минимизировала бы затраты на эксперимент и время на обработку результатов эксперимента, т. е. устанавливала бы оптимальную длину реализации процесса  $T$  опт. и оптимальный шаг дискретности  $\Delta$  опт. для обеспечения удовлетворительной дисперсии оценки среднего.

Необходимо отметить, что  $T$  и  $\Delta$  зависят не только от заданной точности  $\sigma^2(\tilde{P}_2)$ , но и от неизвестной до опыта корреляционной функции  $R_{p_2}(\tau)$ , поэтому на практике для получения требуемых дисперсий оценок приходится прибегать к методу последовательных приближений.

Основные требования к методике сводятся к следующему:

1. Получение необходимой информации при исследовании при наименьших затратах.



2. Применение простых, удобных и быстрых методов обработки данных для получения достаточно точных результатов.
3. Применение новейших математических методов и ЭЦВМ.
4. Возможность применения ее при исследовании нагрузок для любого металлсрезающего оборудования.

Важным моментом при исследовании данных процессов является выбор регистрирующей аппаратуры. Для записи режимов нагрузок были использованы самопишущие ваттметры Н 383. Так как изучаемый процесс быстроизменяющийся, скорость протяжки диаграммной ленты выбрана максимальной 5400 мм/час. Значения потребляемой двигателем мощности  $p_1$  с интервалом дискретности  $\Delta$ , равным 45 сек, считывались с помощью специального устройства, в котором был использован механический блок для протяжки диаграммной ленты этого же типа прибора. Перемещение ленты осуществляется поворотом ручки кругового переключателя (с фиксацией положений), соединенной муфтой с редуктором перемоточного механизма. Путем смены платы переключателя и шестерен редуктора можно изменять интервал между считываемыми значениями мощности от 0,03 сек до  $\infty$ .

Так как обработка данных подобных исследований в современных условиях может быть произведена только на ЭЦВМ, то при дискретном вводе данных оценкой математического ожидания по конечной последовательности  $p_{2i}$  является величина

$$\tilde{P}_2 = \frac{\sum_{i=1}^N P_{2i}}{N}, \quad (6)$$

где  $N$  — количество точек реализации.

Фиксация процесса производится через равные промежутки времени

$$\Delta = \frac{T}{N - 1}. \quad (7)$$

Темпом фиксации процесса  $\Delta$  необходимо предварительно задаваться, исходя из длительности записи процесса нагрузок на одном станке (длительность частичной реализации), объемом памяти ЭЦВМ и др.

Проверка правильности выбора  $\Delta$  производится после получения нормированной корреляционной функции исследуемого процесса  $\rho(\tau)$  при решении уравнения

$$1/6 + 5/18 \rho(\Delta) - 4/9 \rho\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 0 \quad (8)$$

относительно  $\Delta$  [5]. Решением уравнения (8) является

$$\Delta_{\text{опт}} = \frac{1,022}{\alpha}, \quad (9)$$

где  $\alpha$  — параметр корреляционной функции вида  $\rho(\tau) = e^{-\alpha\tau}$

Ограниченность памяти ЭЦВМ вынуждает производить обработку информации в несколько этапов. Однако это не является недостатком метода, так как наряду с получением оценок среднего уровня эксплуатации по всему исследуемому процессу необходимо исследовать наиболее тяжелые режимы нагрузок (по мощности и времени) и влияние их на нагрев двигателей.

Длина реализации  $T$  определяется заданной точностью оценки среднего  $D(\tilde{P}_2)$  и корреляционной функцией процесса  $R_{p_2} = D p_2 e^{-\alpha\tau}$ .

Содержание реализации  $T$ , т. е. выбор станков по отраслям промышленности, заводам, цехам и т. д., целиком определяется задачами исследователя.



Точность оценки математического ожидания  $\tilde{P}_2$  характеризуется дисперсией

$$\sigma_{\tilde{P}_2}^2 = M(\tilde{P}_2 - \bar{P}_2)^2. \quad (10)$$

Выбор требуемой точности оценки  $\tilde{P}_2$  определяется задачами экспериментатора. Можно считать удовлетворительным двухсигмовый доверительный интервал, равный 1÷2 процента от номинальной мощности. В данном случае для двигателя АО2-52-4, имеющего номинальную мощность 10 квт, дисперсия

$$\sigma_{\tilde{P}_2}^2 = (0,25 \div 1,00) \cdot 10^{-2} \text{ квт}^2,$$

а средняя нагрузка при 95-процентной доверительной вероятности

$$\bar{P}_2 = \tilde{P}_2 \pm (0,1 \div 0,2) \text{ квт.}$$

Проверка точности полученной оценки проверяется по результатам эксперимента. Величина дисперсии среднеарифметической оценки, полученной по формуле (6), равна [4]

$$D(\tilde{P}_2) = \frac{D_{P_2}}{N} \left\{ 1 + \frac{2}{N} \frac{e^{-\alpha\Delta} [N(1 - e^{-\alpha\Delta}) - (1 - e^{-N\alpha\Delta})]}{(1 - e^{-\alpha\Delta})^2} \right\}, \quad (10a)$$

где  $D_{P_2}$  — дисперсия случайного процесса.

Общая продолжительность записанных режимов нагружения на станках ИК62 составила  $1,4 \cdot 10^6$  сек ( $N = 3,1 \cdot 10^4$ ). В результате статистической обработки массива чисел на ЭЦВМ М-20 были получены два момента (среднее и дисперсия), гистограмма и корреляционная функция мощности на валу  $P_2$ .

Перевод значений  $P_1$  в значения  $P_2$  осуществлялся на ЭЦВМ. Для этого по результатам типовых испытаний двигателя АО2-52-4 была рассчитана зависимость

$$P_2 = \varphi(P_1), \quad (11)$$

которая достаточно хорошо аппроксимируется полиномом второй степени. Коэффициент полиномов рассчитан методом наименьших квадратов

$$P_2 = -0,445 + 0,976P_1 - 0,004P_1^2. \quad (12)$$

Погрешность аппроксимации не превышает 0,5 процента. Гистограмма распределения  $P_2$  (табл. 1) хорошо выравнивается экспонентой

$$f(P_2) = 0,735 \exp(-0,735P_2) \quad (13)$$

со средним значением  $\tilde{P}_2 = 1,37$  квт и дисперсией  $D_{P_2} = 1,80$  квт<sup>2</sup>.

Так как на исследуемых станках устанавливаются ограничители холостых ходов, то полученные на диаграммных лентах значения мощности холостого хода вследствие неисправных и неотрегулированных реле ограничителей во внимание не принимались.

Расчет средних значений к. п. д. и коэффициента мощности в данных режимах нагружения производится методами, приведенными в [1].

Параметр корреляционной функции  $\alpha$  по частичным реализациям изменяется от 0,1 до 0,001. Меньшее значение соответствует наиболее тяжелым режимам, доля которых в общей длине реализации  $T$  составляет не более 8÷10 процентов. Поскольку от  $\alpha$  зависит оптимальная длина реализации и шаг дискретности  $\Delta$ , сформулируем процедуру их предварительного определения.

Корреляционная функция нагрузки представляет интерес не только как вспомогательная характеристика исследуемого процесса для получения требуемой оценки среднего. Она необходима при исследовании



Таблица 1

| $l_i$ | $m_i$ | $P_i^*$ | $P_i$  |
|-------|-------|---------|--------|
| 0—1   | 17044 | 0,5478  | 0,5229 |
| 1—2   | 8690  | 0,2793  | 0,2472 |
| 2—3   | 2349  | 0,0755  | 0,1202 |
| 3—4   | 1241  | 0,0399  | 0,0568 |
| 4—5   | 818   | 0,0263  | 0,0277 |
| 5—6   | 530   | 0,0170  | 0,0129 |
| 6—7   | 179   | 0,0058  | 0,0062 |
| 7—8   | 130   | 0,0042  | 0,0034 |
| 8—9   | 71    | 0,0023  | 0,0013 |
| 9—10  | 37    | 0,0012  | 0,0008 |
| 10—11 | 19    | 0,0006  | 0,0003 |
| 11—12 | 2     | 0,0001  | 0,0001 |

$N=31110$ ,

где  $l_i$  — обозначение  $i$ -го разряда, квт;  
 $m_i$  — число точек в данном разряде;  
 $P_i^*$  — наблюдаемые частоты;  
 $P_i$  — теоретические частоты.

нагрева двигателей в режимах случайного нагружения, а именно: для определения разброса температур по разбросу нагрузок.

Процесс нагрева двигателя характеризуется несколькими постоянными времени нагревания. В частности, для двигателей единой серии АО2 минимальная постоянная времени составляет 300 сек, а максимальная  $\tau_{н \max}$  — около часа. Можно принять, что при  $\frac{1}{\alpha} \leq 0,5 \tau_{н \min}$  наличие автокорреляционной связи не приводит к существенному разбросу температур. Поэтому исследование корреляционных функций следует проводить только у тех процессов, у которых  $\frac{1}{\alpha} > 0,5 \tau_{н \min}$ .

Учитывая, что выражение (10 а) при большой длине реализации стремится к выражению

$$D(\tilde{P}_2) = \frac{2D_{P_2}}{\alpha T} \quad \text{и} \quad (14)$$

для законов, близких к показательному  $D_{P_2} \approx \tilde{P}_2^2$ , можно определить минимальную длину реализации

$$T_{\min} \approx \frac{2 \cdot \tilde{P}_2^2}{\alpha \cdot D(\tilde{P}_2)} \quad (15)$$

Значением  $\tilde{P}_2$  можно предварительно задаться. По данным обследования нагрузок станков [2]  $\tilde{P}_2 = (0,2 \div 0,4) P_n$ .

Учитывая вышеизложенное, исследования случайного процесса нагрузок универсального металлорежущего оборудования рекомендуется производить в следующем порядке:

1. Задаемся точностью оценки среднего  $D(\tilde{P}_2)$ .
2. Предварительно задаемся величинами  $\tilde{P}_2$  и  $\alpha_{\max} = \frac{2}{\tau_{н \min}}$ .
3. По формулам (9) и (15) определяем  $\Delta_{\text{опт}}$  и  $T_{\min}$ .
4. По результатам эксперимента определяем  $R_{P_2}(\tau)$ ,  $\tilde{P}_2$  и  $D_{P_2}$ .
5. Полученные значения п.4 подставляем в формулу (15). Если



полученная  $T < T_{\min}$ , то характеристики, определенные в п. 4, являются окончательными.

6. Если  $T > T_{\min}$ , то запись процесса следует продолжить до тех пор, пока суммарное время записи не будет равно расчетному.

Шаг дискретности уточняется для каждого вновь полученного  $\alpha$ .

Полученная таким образом длина реализации является репрезентативной для большинства исследуемых режимов.

При необходимости определить параметры наиболее тяжелых режимов и их вес в общей длине реализации процесса следует ориентироваться на наиболее плодотворную корреляционную функцию, которая по нашим исследованиям имеет  $\alpha = 0,001$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Башагуров. Расчет средних значений к. п. д. и коэффициента мощности асинхронных электродвигателей в режимах случайного нагружения, Известия ТПИ, № 190, 1968.

2. Ю. М. Башагуров, Э. К. Стрельбицкий. Учет режимов нагрузки при проектировании асинхронных двигателей. Статья в настоящем сборнике.

3. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций, «Наука», 1968.

4. С. Я. Виленкин. Статистические методы исследования систем автоматического регулирования, «Сов. радио», 1967.

5. У. Гренандер. Случайные процессы и статистические выводы, ИЛ, 1961.