

УДК 536.46+662

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ГОРЕНИЯ ГАЗА В ПОРИСТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГОРЕЛКЕ С НИЗКОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ КАРКАСА

А.Г. Князева, В.П. Немытов

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

E-mail: anna@ms.tsc.ru

Предложена простейшая модель горения газа в пористой горелке цилиндрической формы с низкой теплопроводностью каркаса. На основе модели проведено численное исследование возможных стационарных режимов горения газа. Обнаружены критические условия, разделяющие разные режимы горения, интересные с практической точки зрения: режим горения с максимумом тепловыделения в объеме горелки и режим горения с максимумом температуры на ее внешней границе. Переход от одного режима к другому возможно осуществить при смене как физических, так и геометрических параметров, что показано при подробном параметрическом исследовании.

Введение

Горение газов в пористых средах привлекает внимание многих исследователей вследствие многочисленных технических приложений [1, 2]. Одно из них заключается в разработке пористых керамических теплогенераторов, обеспечивающих полноту сгорания газов при малых коэффициентах избытка воздуха. Несмотря на многочисленные теоретические и экспериментальные исследования процессов фильтрационного горения газов [3–5], в этой области существует много нерешенных проблем. В частности, недостаточно исследованы условия стабилизации фронта пламени внутри пористого тела теплогенератора и условия существования стационарных режимов горения газа в горелках конечных размеров. Цель настоящей работы состоит в изучении стационарной модели горения газа в цилиндрической горелке в одномерном однотемпературном приближении, которое имеет место в предположении интенсивного межфазного теплообмена [6] или в предположении низкой теплопроводности каркаса.

1. Постановка задачи

Рассмотрим горелку, рис. 1, представляющую собой полый цилиндр, изготовленный из материала с заданной пористостью, с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 .

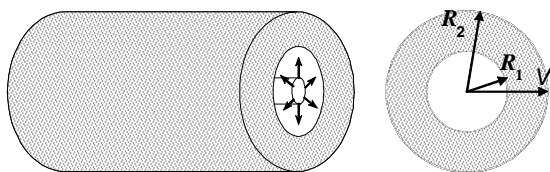


Рис. 1. Схематическое изображение пористой цилиндрической горелки

Во внутреннюю область цилиндра поступает горючий газ, который затем перераспределяется так, чтобы скорость его поступления в пористое тело по всей длине горелки была приблизительно одинаковой. Для изучения возможных режимов превращения газа в пористом теле конечных размеров в первом приближении ограничимся однотемператур-

ной моделью. В случае горелки большого размера при условии, что $(R_2 - R_1)/R_2 \sim 1$, изменением плотности газа по толщине рабочей части горелки можно пренебречь. Кроме того, из закона Дарси следует, что при заданном перепаде давления (градиенте) вдоль радиуса горелки скорость газа в ней можно считать постоянной ($V = \text{const}$).

Тогда простейшая математическая постановка задачи в цилиндрической системе координат включает уравнение теплопроводности и уравнение диффузии с конвективными слагаемыми и источниками тепла и массы вследствие химической реакции:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\alpha}{c_v \rho} (T - T_s) + \frac{Q_0}{c_v \rho} k (1 - \eta)^n \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + V \frac{\partial \eta}{\partial r} = D \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) + k (1 - \eta)^n \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right),$$

где T — температура газовой смеси; t — время; r — пространственная координата; κ — эффективный коэффициент температуропроводности (зависящий от пористости и от характера внутреннего теплообмена); α — коэффициент теплообмена; c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ — плотность газа; T_s — температура пористого каркаса (стенок цилиндра); Q_0 — тепловой эффект реакции; k — константа скорости; n — порядок реакции; E_a — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; η — концентрация продуктов реакции или степень превращения; V — скорость газа; D — коэффициент диффузии, который, в отличие от известных моделей, считаем в общем случае отличным от коэффициента температуропроводности.

Система уравнений (1) замыкается граничными условиями на внутренней ($r=R_1$) и внешней ($r=R_2$) поверхностях горелки. В качестве граничного условия на внутренней поверхности используем условие постоянной температуры, равной температуре холодного газа T_0 , и степени превращения, равной нулю:

$$r = R_1, \quad T = T_0, \quad \eta = 0. \quad (2)$$

Условие на внешней поверхности соответствует условиям теплообмена горелки с окружающей средой. В частном случае теплообмена по конвективному механизму можно записать:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + c\rho VT = \alpha_e(T - T_e),$$

где λ – эффективный коэффициент теплопроводности.

При условии большого коэффициента теплообмена можем записать:

$$T = T_e, \quad r = R_2, \quad (3)$$

т. е., температура газа на внешней поверхности теплогенератора равна температуре теплообменника.

Аналогично запишем:

$$\eta = \eta_e, \quad r = R_2, \quad (4)$$

где $\eta_e \leq 1$ – степень превращения на выходе из теплогенератора.

В отличие от известных моделей фильтрационного горения, не используем предположение о подобии процессов теплопроводности и диффузии в газовой фазе.

В безразмерных переменных:

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_* - T_0}, \quad x = \frac{r}{R_2}, \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

где $T_* = T_0 + Q_0/c_p\rho$ – характерный масштаб температуры, $t_* = k_0^{-1} \exp(1/\beta)$ – характерное время химического превращения при температуре T_* ; $\beta = RT_*/E_a$ – малый безразмерный параметр теории горения, задача (1–4) принимает вид:

$$\delta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w\delta \frac{\partial \theta}{\partial x} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \text{Bi}\delta(\theta - \theta_s) + \delta\varphi(\theta, \eta); \quad (5)$$

$$\delta \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + w\delta \frac{\partial \eta}{\partial x} = \text{Le} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \delta\varphi(\theta, \eta);$$

$$x = x_1, \quad \theta = 0, \quad \eta = 0;$$

$$x = 1, \quad \theta = \theta_e, \quad \eta = \eta_e,$$

где

$$\varphi(\eta, \theta) = (1 - \eta)^n \exp \left(\frac{1}{\beta} \frac{\theta - 1}{\theta + \frac{1 - \sigma}{\sigma}} \right),$$

$\delta = \frac{R_2^2}{\kappa t_*}$ – параметр Франк-Каменецкого (отношение внешнего радиуса к величине зоны прогрева, которая формируется за время t); $w = \frac{t_* V}{R_2}$ – без-

размерная скорость газа; $\text{Bi} = \frac{\alpha t_*}{c\rho}$ – параметр Био (характеризует теплообмен газа с пористым телом);

$\theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_* - T_0}$ – безразмерная температура каркаса;

$\varphi(\eta, \theta)$ – функция тепловыделения; $\text{Le} = \frac{D}{\kappa}$ – число Льюиса; $\sigma = \frac{T_* - T_0}{T_*}$ – малый безразмерный

параметр, $x_1 = \frac{R_1}{R_2} < 1$ – внутренний безразмерный радиус цилиндра.

Через некоторое время после осуществления зажигания горелка выходит на стационарный режим – устанавливается максимальная температура, положение фронта реакции. Стационарные режимы горения и представляют интерес с практической точки зрения. Чтобы исследовать зависимость характеристик стационарного режима от параметров, характеризующих свойства газа и размеры горелки, перейдем к стационарной задаче, которая получается из (5) при отбрасывании производных по времени:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \left(\frac{1}{x} - w\delta \right) \frac{d\theta}{dx} - \text{Bi}\delta(\theta - \theta_s) + \delta\varphi(\theta, \eta) = 0; \quad (6)$$

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} + \left(\frac{1}{x} - w \frac{\delta}{\text{Le}} \right) \frac{d\eta}{dx} + \frac{\delta}{\text{Le}} \varphi(\theta, \eta) = 0.$$

Граничные условия в стационарной задаче оставляем прежними (2) и (3).

В задаче требуется найти распределение температуры и степени превращения в стационарном режиме, координату фронта реакции ξ_{max} , ширину зоны реакции, максимальную температуру θ_{max} .

2. Алгоритм численного решения задачи

Численное решение задачи может быть осуществлено различными методами. Например, можно свести решение краевой задачи к решению задачи Коши, для которой применимы методы, пригодные для решения жестких систем дифференциальных уравнений. В этом случае необходим анализ особых точек системы. Анализ системы дифференциальных уравнений (6), показал наличие двух особых точек, соответствующих холодной ($x=x_1$) и горячей ($x=1$) границам, где заданы граничные условия. Оказалось что во всей области параметров, которые представляют интерес, точка $x=x_1$ (холодная граница) является устойчивой особой точкой, а точка $x=1$ (горячая граница) – неустойчивой. Следовательно, решение следует вести от горячей точки к холодной. В работе использованы методы Рунге-Кутты 4-го, 6-го порядка точности, Рунге-Кутта-Мерсона, Адамса, Гира и др. Все методы дают одинаковые результаты.

К решению стационарной задачи можно применить и метод прогонки. Алгоритм решения в этом случае сводится к следующему.

Сначала находим распределение температуры и степени превращения (θ_1, η_1) , используя «пробную» функцию тепловыделения $\phi(\theta, \eta)$.

Далее находим следующее приближение (θ_2, η_2) , рассчитывая функцию тепловыделения с помощью (θ_1, η_1) .

Алгоритм повторяем до тех пор, пока среднее-квадратичное отклонение двух приближений по температуре и по степени превращения не станет меньше 1 %.

3. Анализ результатов численного расчета

Анализ результатов показывает, что в данной модели реализуются три стационарных режима протекания реакции. Типичные для обнаруженных режимов распределение температуры и степени превращения показаны на рис. 2 сплошной и пунктирной линиями.

Каждый из обнаруженных режимов характеризуется своими параметрами. Так, режим горения с максимальной температурой в объеме горелки характеризуется величиной максимальной температуры θ_{\max} и ее координатой x_{\max} (рис. 2, а). В окрестности x_{\max} наблюдается максимальное тепловыделение в реакции. Второй режим превращения будем характеризовать шириной зоны прогрева x_T и шириной зоны превращения x_η (рис. 2, б), которые определяем из условия уменьшения θ и η в e раз по сравнению со значением на внешней границе, то есть ширина зоны прогрева есть расстояние от внешней границы с температурой $\theta = \theta_e$ до точки где $\theta = \theta_e/e$; ширина зоны реакции – расстояние от внешней границы с концентрацией продукта $\eta = \eta_e$ до точки где $\eta = \eta_e/e$. Для третьего режима типично превращение вблизи внутренней границы (рис. 2, в), что не представляет практического интереса. Точнее, переход к такому режиму крайне не желателен. Любой из обнаруженных режимов превращения характеризуется своим значением потока тепла

$$q_T = \left| \lambda \frac{dT}{dr} \right| \quad \text{или} \quad \bar{q}_T = \left| \frac{d\theta}{dx} \right|,$$

где $\bar{q}_T = \frac{q_T}{q_*}$, $q_* = \lambda \frac{T_* - T_0}{R_2} = \lambda \frac{Q_0}{c\rho R_2} = \frac{\kappa_T Q_0}{R_2}$.

Подробное параметрическое исследование задачи показало, что переход от одного режима к другому возможен при варьировании любых параметров модели, причем смену режима превращения можно характеризовать критическими условиями. Так, при изменении скорости подачи газа (рис. 3, а) переход от первого режима ко второму, а затем к третьему наблюдается в узкой области изменения ω : $\omega_1 \approx 0,083185 = \omega_c$ (разделяет первый и второй режимы) и $\omega_2 \approx 0,087314$ (разделяет первый и третий режимы). Аналогичная картина смены режимов наблюдается для распределения степени превращения вдоль радиуса горелки (рис. 3, б). Максимальная температура в режиме 1 слабо уменьшается с увеличением ω , также слабо изменяется и x_{\max} . Зона прогрева и зона реакции во втором режиме уменьшается с ростом ω , причем при $Le > 1$ всегда выполняется $x_\eta > x_T$.

При увеличении числа Le от 0,1 до 4,0 максимальная температура в первом режиме увеличивается, а ее координата смещается к внутреннему радиусу горелки (рис. 4, а). Переход ко второму режи-

му наблюдается при $Le_* \approx 2,27831$. Это значение зависит от других параметров модели: $Le_* = Le_*(\sigma, \omega, x_1, \delta, \theta_e)$. При $Le > Le_*$ полное превращение происходит в окрестности максимальной температуры в объеме горелки; при $Le < Le_*$ – только вблизи внешней границы $x=1$ (рис. 4, б).

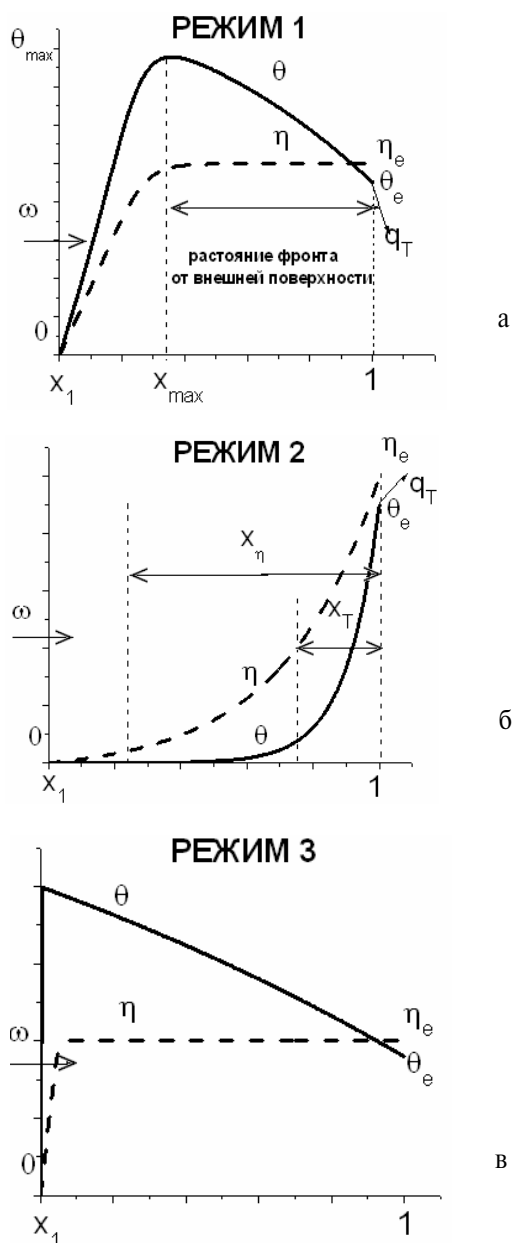
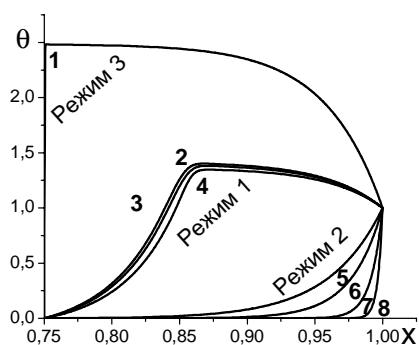


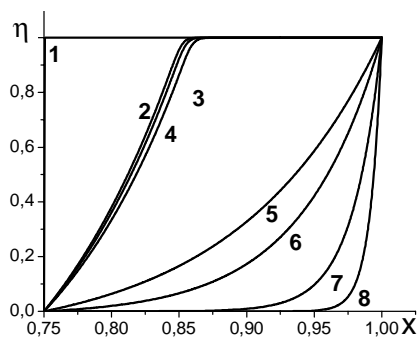
Рис. 2. Качественные распределения температуры (сплошные кривые) и степени превращения (пунктирные кривые) по радиусу горелки, характерные для разных режимов

Любопытно отметить, что на зависимости $\bar{q}_T(Le, \sigma)$, рис. 5, имеются изломы, соответствующие переходу от одного режима к другому (на рисунке они отмечены точками) при $Le_* \approx 2,1; 2,3; 3,1$ для $\omega = 0,01; 0,02; 0,05$. Если в первом режиме (при $Le > Le_*$) поток тепла на внешней границе существенно зависит от числа Льюиса, то во втором режиме ($Le < Le_*$) зависимость $q_T(Le)$ – слабая. Коор-

дината максимальной температуры уменьшается, начиная с $Le=Le_*$. В реальной ситуации увеличение числа Льюиса может соответствовать разбавлению газовой смеси водородом.

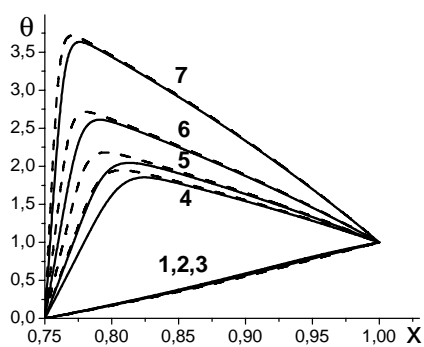


а

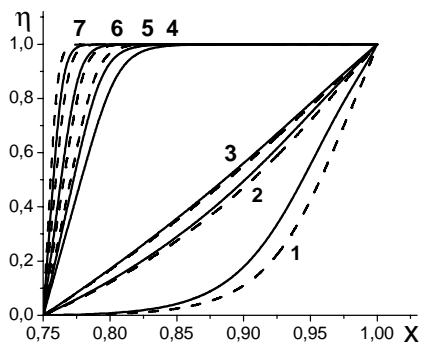


б

Рис. 3. Распределение: а) температуры и б) степени превращения вдоль радиуса горелки при различных значениях скорости подачи газа ω : 1) 0,083184; 2) 0,083185; 3) 0,085; 4) 0,087313; 5) 0,087314; 6) 0,15; 7) 0,4; 8) 1. $x_1=0,75$; $\theta_e=1$; $\eta_e=1$; $Le=2,5$; $\delta=300$; $\sigma=0,75$; $\beta=0,03$; $Bi=0$



а



б

Рис. 4. Распределение: а) температуры и б) степени превращения вдоль радиуса горелки при различных значениях Le и σ . Сплошные кривые – $\sigma=0,95$; пунктирные кривые – $\sigma=0,75$. Le : 1) 0,1; 2) 0,5; 3) 1; 4) 2,3; 5) 2,5; 6) 3; 7) 4. $x_1=0,75$; $\theta_e=1$; $\eta_e=1$; $w=0,01$; $\delta=300$; $\beta=0,1$; $Bi=0$

Уменьшение параметра σ (что может быть связано, например, с увеличением начальной температуры) приводит к увеличению максимальной температуры и к смещению максимума к внутренней границе в первом режиме; во втором режиме с уменьшением σ зона реакции смещается к внешней границе.

Критическое значение скорости подачи газа ω_* , разделяющее режим с максимумом температуры в объеме и режим с максимумом температуры и степени превращения на внешней границе, растет с увеличением числа Льюиса (рис. 6). Это обусловлено расширением зоны реакции, связанным со смещением максимума температуры в объем горелки, и для удержания зоны реакции вблизи внешней границы требуется увеличивать скорости газа.

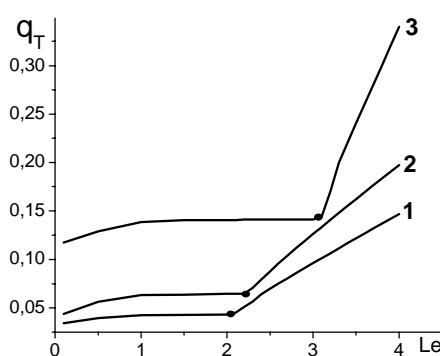


Рис. 5. Зависимость потока тепла на внешней поверхности от параметра при различных значениях скорости подачи газа ω : 1) 0,01; 2) 0,02; 3) 0,05. $x_1=0,75$; $\theta_e=1$; $\eta_e=1$; $\sigma=0,75$; $\delta=300$; $\beta=0,1$; $Bi=0$

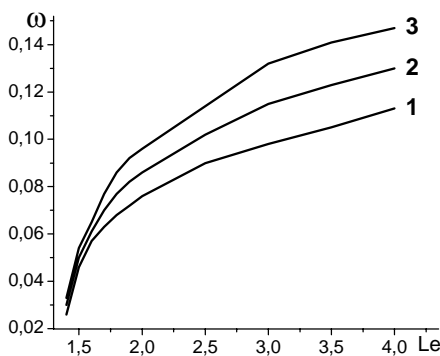


Рис. 6. Зависимость критического значения скорости подачи газа ω_* от числа Льюиса Le при различных значениях параметра Франк-Каменецкого δ : 1) 300, 2) 200, 3) 100. $x_1=0,75$; $\theta_e=1$; $\eta_e=1$; $\sigma=0,75$; $\beta=0,1$; $Bi=0$

С увеличением параметра Франк-Каменецкого δ зона реакции, очевидно, становится меньше (рис. 7, а). Если при $\delta=50$ распределение температуры вдоль радиуса горелки – почти линейное, то при $\delta=300$ резкое изменение температуры наблюдается в окрестности внешней границы. Увеличение потока тепла на внешней границе с увеличением δ и скорости газа (рис. 7, б) связано с уменьшением теплотеря в объеме горелки на ее прогрев, так как основное тепловыделение происходит

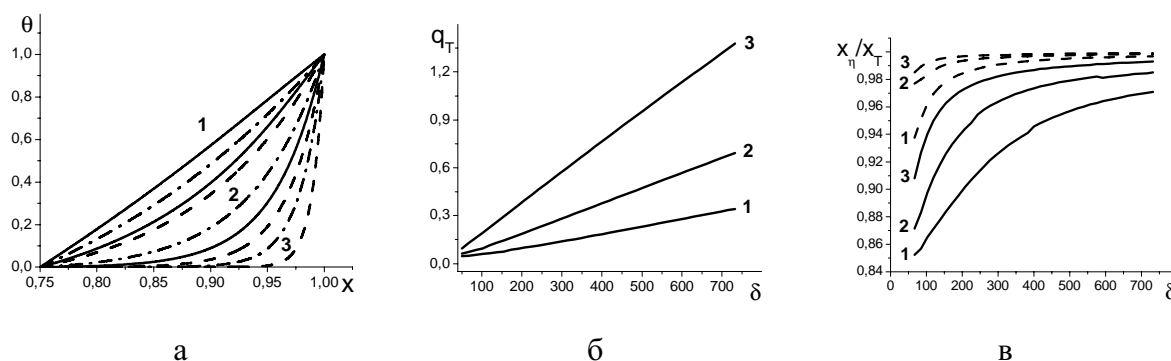


Рис. 7. Влияние параметра Франк-Каменецкого на характеристики второго режима. $x_1=0,75$; $\theta_e=1$; $\eta_e=1$; $Le=1$; $\beta=0,1$; $Bi=0$. а) распределение температуры вдоль радиуса горелки при различных значениях δ и ω . Сплошные кривые – $\omega=0,05$; пунктирные – $\omega=0,1$; пунктирные с точкой – $\omega=0,2$; δ : 1) 50; 2) 100; 3) 300. б) зависимость потока тепла на границе с теплообменником от параметра δ для ω : 1) 0,05; 2) 0,1; 3) 0,2; в) зависимость ширины зоны химической реакции (пунктирные кривые) и зоны прогрева (сплошные кривые) от δ для ω : 1) 0,05; 2) 0,1; 3) 0,2

именно вблизи $x=1$. Чем больше скорость газа, тем раньше ширина зоны реакции и зоны прогрева во втором режиме перестают зависеть от δ (рис. 7, в).

Заметим, что критические условия обнаруживаются при варьировании геометрического параметра – внутреннего радиуса горелки x_1 и температуры теплообменника θ_e (на рисунках не показано). Так, при $\eta_e=1$; $w=0,1$; $\beta=0,03$; $Bi=0$; $Le=0,9$ и $\theta_e=1$ внутренний радиус $x_1=0,73$; 0,75; 0,78 приводит к горению в режиме 1 (с максимумом температуры в объеме), а $x_1 \geq 0,83$ – к горению с максимумом температуры на внешней границе. При тех же параметрах и $x_1=0,75$ уменьшение температуры теплообменника до $\theta_e=0,85$ приводит к переходу от режима 2 к режиму 1.

Наличие критических условий при варьировании разных параметров удобно с практической точки зрения, так как расширяет возможности управления процессом горения с целью выбора наиболее оптимального режима.

Заключение

Предложена модель процесса горения газа в горелке конечных размеров. Обнаружено, что существуют критические условия, разделяющие различные режимы горения. Продемонстрирована возможность управления режимом горения за счет варьирования геометрических параметров, скорости подачи газа и температуры теплообменника. Показано, что отклонение числа Льюиса Le от единицы существенно сказывается на характеристиках стационарных режимов, в то время как в большинстве известных к настоящему времени теоретических работ этот факт во внимание не принимается. Об актуальности исследований горения газов в пористых средах и необходимости построения моделей, учитывающих «неидеальность» физических процессов в таких условиях, говорит возрастающее число публикаций на эту тему [7, 8].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта фонда РФФИ и Администрации Томской области, грант № 05-03-9000.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Mosbauer S., Pickenacker O., Pickenacker K., Trimis D. Application of the porous burner technology in energy- and heat engineering // Proc. of V Int. Conf. on Technologies and Combustion for a Clean Environment (clean Air V). – Lisbon (Portugal), 12–15 July, 1999. – V. 1. – Lect. 20.2. – P. 519–523.
- Oliveira A.A.M., Kaviany M. Nonequilibrium in the transport of heat and reactants in combustion in porous media // Progress in energy and combustion science. – 2001. – V. 27. – № 3. – P. 523–545.
- Hovell J.R., Hall M.J., Ellzey J.L. Combustion of hydrocarbon fuels within porous inert media // Progress in energy and combustion science. – 1996. – V. 22. – № 1. – P. 121–145.
- Korzhavin A.A., Bunev V.A., Babkin V.S. Dynamics of gaseous combustion in closed systems with inert porous medium // Combustion and flame. – 1997. – V. 109. – № 4. – P. 507–520.
- Brener G., Pickenacker K., Pickenacker O. e.a. Numerical and experimental investigation of matrix-stabilized methane/air combustion in porous inert media // Combustion and flame. – 2000. – V. 123. – № 1. – P. 201–213.
- Zhdanok S.A., Dobrego K.V., Futko S.I. Flame localization inside axis-symmetric cylindrical and spherical porous media burners // Int. Journal of Heat and Mass Transfer. – 1998. – V. 41. – № 12. – P. 3647–3655.
- Какуткина Н.А. Некоторые аспекты устойчивости горения газа в пористых средах // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41. – № 4. – С. 39–49.
- Коржавин А.А., Бунев В.А., Бабкин В.С., Клименко А.С. Эффекты селективной диффузии при распространении и гашении пламени в пористой среде // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41. – № 4. – С. 50–59.