ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 114 1964

К РАСЧЕТУ РАМНЫХ СИСТЕМ

Б. П. МИТРОФАНОВ

(Представлено научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Расчетные схемы рамных систем обычно представляют в виде сеток геометрических осей элементов рамы и опорных связей.

Дальнейший расчет предусматривает выполнение условий равновесия и неразрывности деформаций для элементов рамы.

Однако эти условия нарушаются, если расчетную схему рассмотреть с учетом высоты элементов.

Рассмотрим этот вопрос, исходя из общих положений, принятых в строительной механике для расчета рамных систем из стержней сплошного сечения.

Пусть изображенный на рис. 1 узел рамы обладает только угловой подвижностью в плоскости чертежа.

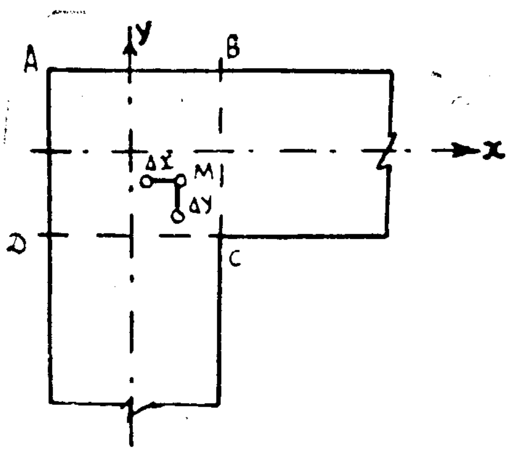

Рис. 1.

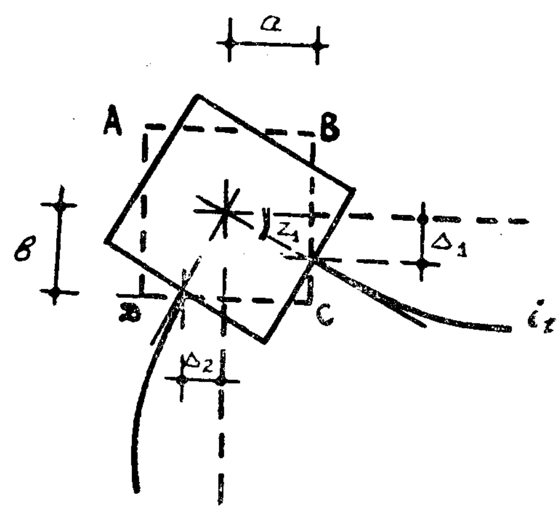

Рис. 2.

Тогда элемент M, рассматриваемый в сечении ригеля, будет иметь перемещение Δx, а при рассмотрении этого же элемента в сечении стойки — перемещение Δy.

Следовательно, условие неразрывности деформаций и закон плоских сечений не выполнены.

Устранение полученного противоречия может быть осуществлено различно.

Рассмотрим один из простых, практически приемлемых в ряде случаев вариантов.

Если пренебречь деформациями элемента $ABCD$, которые, кстати сказать, обычно весьма малы, т. е. предположить, что элемент $ABCD$ — абсолютно жесткое тело, то расчетную схему этого узла можно представить в виде, показанном на рис. 2.

Очевидно, что центры тяжести сечений BC и DC будут иметь линейные перемещения Δ_1 и Δ_2, что приведет к появлению дополнительных изгибающих моментов.

Величины Δ_1 и Δ_2 могут быть представлены в виде:

$$\Delta_1 = az_1,$$
$$\Delta_2 = bz_1.$$

Соответствующие им изгибающие моменты равны

$$M_1 = 6i_1 \frac{\Delta_1}{l_1};$$

$$M_2 = 6i_2 \frac{\Delta_2}{l_2},$$

где i_1, i_2 — коэффициенты жесткости; l_1, l_2 — длины стержней.

Каноническое уравнение метода перемещений для узла рамы можно представить в виде

$$r_{11} \cdot z_1 + \sum R_{1p} + \sum M_{\Delta 1i} = 0,$$

где член $\sum M_{\Delta 1i}$ представляет суммарный изгибающий момент, возникший в результате линейных перемещений Δ_1 и Δ_2.

Влияние этой величины может быть существенным.

Рассмотрим пример.

Оценим значимость указанного обстоятельства по изменению изгибающих моментов рамы, изображенной на рис. 3.

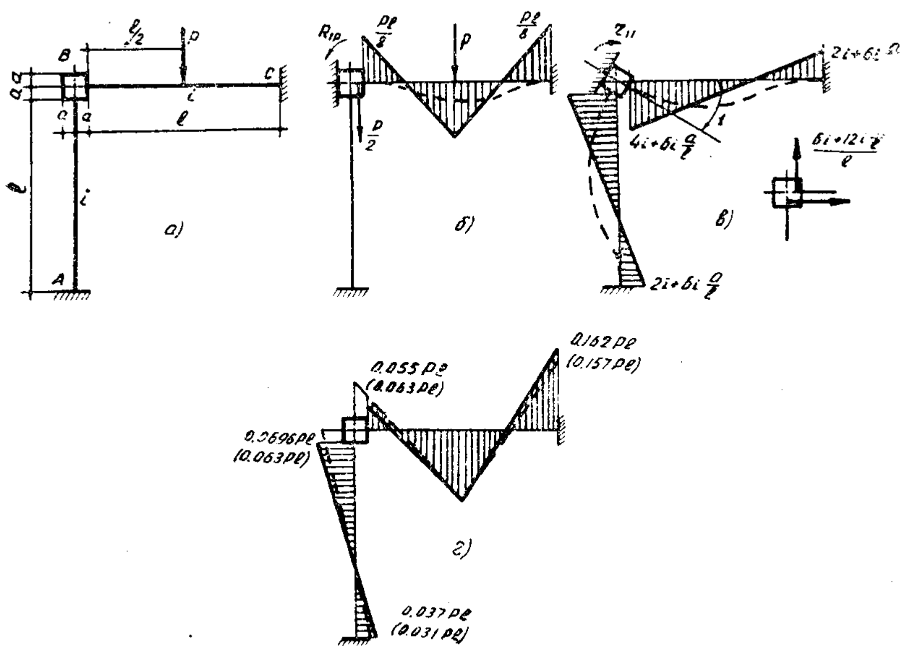

Рис. 3. а) расчетная схема рамы; б) эпюры M для основной системы; г) эпюры M, построенные по обычной методике (пунктирная линия) и для расчетной схемы а) (сплошная линия).

Составим каноническое уравнение метода перемещений, учитывая изгибающие моменты от смещения Δ в реакции связи r_{11}.

$$r_{11} \cdot z_1 + R_{1p} = 0,$$

где реактивный момент в наложенной связи от внешней нагрузки

$$R_{1p} = -\frac{Pl}{8} - \frac{Pa}{2} = -0{,}125\,Pl - 0{,}5\,\frac{a}{l} \cdot Pl,$$

реактивный момент в наложенной связи, вызванный единичным поворотом узла B, —

$$r_{11} = i\left[8 + 24\,\frac{a}{l} + 24\left(\frac{a}{l}\right)^2\right].$$

Угол поворота узла B $z_1 = \dfrac{0{,}125\,Pl + 0{,}5\,\dfrac{a}{l}\,Pl}{i\left[8 + 24\,\dfrac{a}{l} + 24\left(\dfrac{a}{l}\right)^2\right]}$.

Изгибающие моменты в сечениях A, B, C равны

$$M_A = \frac{\left(2 + 6\,\frac{a}{l}\right)\left(0{,}125\,Pl + 0{,}5\,\frac{a}{l}\,Pl\right)}{\left[8 + 24\,\frac{a}{l} + 24\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]};$$

$$M_B^{\text{ст}} = 0{,}125\,Pl - \frac{\left(4 + 6\,\frac{a}{l}\right)\left(0{,}125\,Pl + 0{,}5\,\frac{a}{l}\,Pl\right)}{\left[8 + 24\,\frac{a}{l} + 24\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]};$$

$$M_B^{\text{риг}} = 0{,}125\,Pl + \frac{\left(4 + 6\,\frac{a}{l}\right)\left(0{,}125\,Pl + 0{,}5\,\frac{a}{l}\,Pl\right)}{\left[8 + 24\,\frac{a}{l} + 24\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]};$$

$$M_C = 0{,}125\,Pl + \frac{\left(2 + 6\,\frac{a}{l}\right)\left(0{,}125\,Pl + 0{,}5\,\frac{a}{l}\,Pl\right]}{\left[8 + 24\,\frac{a}{l} + 24\left(\frac{a}{l}\right)^2\right]}.$$

На рис. 3 приведена эпюра изгибающих моментов по полученным формулам при $a = 0{,}05l$, пунктиром показана эпюра, построенная обычным способом.

Отличие изгибающих моментов достигает 20% и будет увеличиваться с увеличением отношения $\dfrac{a}{l}$.