

## К РАСЧЕТУ РАМНЫХ СИСТЕМ

Б. П. МИТРОФАНОВ

(Представлено научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Расчетные схемы рамных систем обычно представляют в виде сеток геометрических осей элементов рамы и опорных связей.

Дальнейший расчет предусматривает выполнение условий равновесия и неразрывности деформаций для элементов рамы.

Однако эти условия нарушаются, если расчетную схему рассмотреть с учетом высоты элементов.

Рассмотрим этот вопрос, исходя из общих положений, принятых в строительной механике для расчета рамных систем из стержней сплошного сечения.

Пусть изображенный на рис. 1 узел рамы обладает только угловой подвижностью в плоскости чертежа.

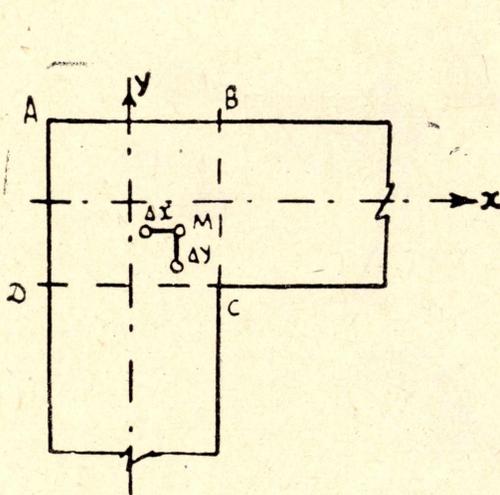


Рис. 1.

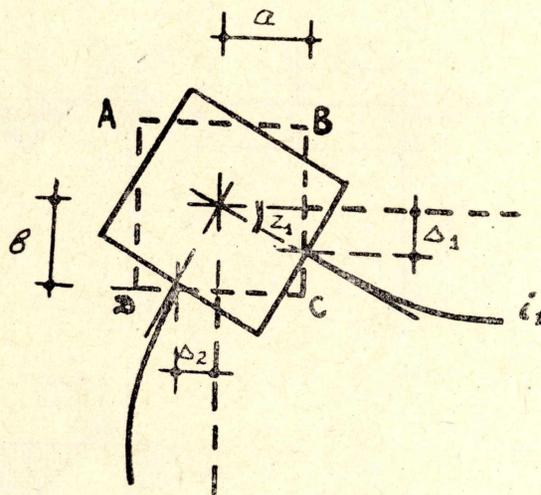


Рис. 2.

Тогда элемент  $M$ , рассматриваемый в сечении ригеля, будет иметь перемещение  $\Delta x$ , а при рассмотрении этого же элемента в сечении стойки — перемещение  $\Delta y$ .

Следовательно, условие неразрывности деформаций и закон плоских сечений не выполнены.

Устранение полученного противоречия может быть осуществлено различно.

Рассмотрим один из простых, практически приемлемых в ряде случаев вариантов.

Если пренебречь деформациями элемента  $ABCD$ , которые, кстати сказать, обычно весьма малы, т. е. предположить, что элемент  $ABCD$  — абсолютно жесткое тело, то расчетную схему этого узла можно представить в виде, показанном на рис. 2.

Очевидно, что центры тяжести сечений  $BC$  и  $DC$  будут иметь линейные перемещения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , что приведет к появлению дополнительных изгибающих моментов.

Величины  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  могут быть представлены в виде:

$$\Delta_1 = az_1,$$

$$\Delta_2 = bz_1.$$

Соответствующие им изгибающие моменты равны

$$M_1 = 6i_1 \frac{\Delta_1}{l_1};$$

$$M_2 = 6i_2 \frac{\Delta_2}{l_2},$$

где  $i_1, i_2$  — коэффициенты жесткости;  $l_1, l_2$  — длины стержней.

Каноническое уравнение метода перемещений для узла рамы можно представить в виде

$$r_{11} \cdot z_1 + \sum R_{1p} + \sum M_{\Delta 1i} = 0,$$

где член  $\sum M_{\Delta 1i}$  представляет суммарный изгибающий момент, возникший в результате линейных перемещений  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ .

Влияние этой величины может быть существенным.

Рассмотрим пример.

Оценим значимость указанного обстоятельства по изменению изгибающих моментов рамы, изображенной на рис. 3.

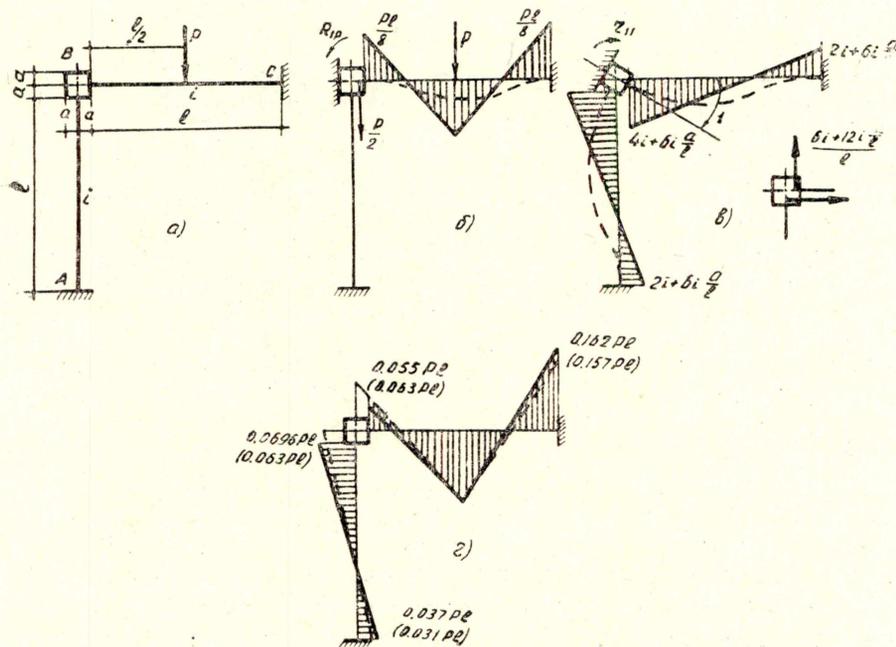


Рис. 3. а) расчетная схема рамы; б) эпюры  $M$  для основной системы; г) эпюры  $M$ , построенные по обычной методике (пунктирная линия) и для расчетной схемы а) (сплошная линия).

Составим каноническое уравнение метода перемещений, учитывая изгибающие моменты от смещения  $\Delta$  в реакции связи  $r_{11}$ .

$$r_{11} \cdot z_1 + R_{1p} = 0,$$

где реактивный момент в наложенной связи от внешней нагрузки

$$R_{1p} = -\frac{Pl}{8} - \frac{Pa}{2} = -0,125 Pl - 0,5 \frac{a}{l} \cdot Pl,$$

реактивный момент в наложенной связи, вызванный единичным поворотом узла  $B$ , —

$$r_{11} = i \left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right].$$

$$\text{Угол поворота узла } B \ z_1 = \frac{0,125 Pl + 0,5 \frac{a}{l} Pl}{i \left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right]}$$

Изгибающие моменты в сечениях  $A$ ,  $B$ ,  $C$  равны

$$M_A = \frac{\left( 2 + 6 \frac{a}{l} \right) \left( 0,125 Pl + 0,5 \frac{a}{l} Pl \right)}{\left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right]};$$

$$M_B^{\text{ст}} = 0,125 Pl - \frac{\left( 4 + 6 \frac{a}{l} \right) \left( 0,125 Pl + 0,5 \frac{a}{l} Pl \right)}{\left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right]};$$

$$M_B^{\text{пнг}} = 0,125 Pl + \frac{\left( 4 + 6 \frac{a}{l} \right) \left( 0,125 Pl + 0,5 \frac{a}{l} Pl \right)}{\left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right]};$$

$$M_C = 0,125 Pl + \frac{\left( 2 + 6 \frac{a}{l} \right) \left( 0,125 Pl + 0,5 \frac{a}{l} Pl \right)}{\left[ 8 + 24 \frac{a}{l} + 24 \left( \frac{a}{l} \right)^2 \right]}.$$

На рис. 3 приведена эпюра изгибающих моментов по полученным формулам при  $a = 0,05l$ , пунктиром показана эпюра, построенная обычным способом.

Отличие изгибающих моментов достигает 20% и будет увеличиваться с увеличением отношения  $\frac{a}{l}$ .