ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. С. М КИРОВА

Том 223 1972

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ УКРУПНЕНИЯ ГРАФА

Ю. Н. ЕФИМОВ, В. И. КИЗЕВ, В. И. НЕВРАЕВ, П. А. СЕДЕЛЬНИКОВ

(Представлена научным семинаром УВЛ)

Непрерывный технический прогресс неизбежно выдвигает ряд новых задач и требований ко всем отраслям науки и техники, вызывает к жизни новые научные направления.

Актуальной проблемой нашего времени является задача управления большими системами со сложными взаимосвязями. Разнообразие и сложность функций, свойственных большим системам, выдвигает специфические условия подхода к их анализу и синтезу.

В ряде случаев для анализа больших систем может быть успешно применена теория графов, которая в настоящее время находит широкое применение при решении самых разнообразных задач.

В некоторых случаях неудобно пользоваться графами с большой размерностью, потому возникает задача преобразования (укрупнения) заданного графа в граф с меньшей размерностью, сохраняющий основные взаимосвязи и параметры исходного. Известные алгоритмы такого преобразования [1, 2], используемые в системах СПУ, предполагают предварительное разбиение сетевой модели на отдельные фрагменты или блоки. В условиях функционирования системы оперативного планирования и управления предприятием с дискретным производством сетевая модель составляется по общей или угловым спецификациям. При этом часть полной номенклатуры изделия в силу различий в конструкторской и технологической документации может оказаться не контролируемой и должна быть исключена из анализируемой модели. В этом случае возникает задача укрупнения графа по заданному списку исключаемых вершин. При этом необходимо произвести эквивалентное преобразование его методики.

В данной работе предлагается алгоритм решения этой задачи. Пусть исходный граф задан множеством вершин I и их прямым или обратным отображением Γ_i .

$$G = (I, \Gamma).$$

Также задано подмножество подлежащих исключению вершин $I' = \{i'\}$ множества I.

Будем считать, что метрика r графа относится к дугам. В случае, если метрика r отнесена к вершине, то без нарушения общности можно считать, что она относится ко всем дугам, входящим в данную вершину. Однако в дальнейшем для простоты изложения индексация метрики будет производиться по вершинам графа i. Укрупнение графа производится путем ряда последовательных преобразований во времени просмотров исходного графа и его фрагментов.

При первом просмотре топологии графа из нее выбираются «кусты»: вершины i и их отображения Γ_i с относящейся к ним метрикой r_i, для которых $i \in I'$, а на их место в топологию записываются нули. В результате этого будут выделены «кусты», представленные следующим образом:

$$(i', \Gamma_{i'}, r_{i'}).$$

После этого производится укрупнение «кустов». Для этой цели в памяти машины выделяется два поля. Выбранные «кусты» находятся в первом поле. Процесс укрупнения начинается с просмотра первого поля и записи результата укрупнения во второе поле, затем производится просмотр второго поля и результат укрупнения записывается в первое поле и т. д.

При первом просмотре «кустов» выбираются такие вершины i', которые входят в отображение $\Gamma_{i'_k}$ некоторой вершины i'_k. Элементы отображения найденных вершин $\Gamma_{i'}$ включаются в отображение вершины i'_k, а из отображения этой вершины выбрасываются те его элементы, которые образуют пересечения с остальными вершинами. Таким образом, «куст» после первого просмотра будет записан во второе поле в следующем виде:

$$i'_k(\Gamma i'_k \cup \Gamma_{i'} \setminus \Gamma i'_k \bigcap_{i' \neq i'_k} i) / (\Gamma i'_k \bigcap_{i' \neq i'_k} i') \neq \varnothing.$$

При этом производится эквивалентное преобразование метрики:

$$(r i'_k R r_{i'}) / (\Gamma i'_k \bigcap_{i' \neq i'_k} i') \neq \varnothing,$$

где R — символ произвольной операции.

Аналогичные операции производятся над всеми вершинами «кустов». Затем первое поле очищается и описанная выше процедура производится над «кустами» второго поля. Процесс заканчивается тогда, когда

$$\Gamma i'_k \bigcap_{i' \neq i'_k} i' = \varnothing.$$

В худшем случае требуется $\varphi_{\max}(i) + 2$ просмотров «кустов», где $\varphi(i)$ — порядковая функция вершин графа [3].

По окончании процесса укрупнения «кустов» они вставляются в исходную топологию вместо отображений исключаемых вершин, после чего «кусты» топологии будут иметь вид

$$i_k(\Gamma_{i_k} \cup \Gamma_{i'} \setminus \Gamma_{i_k} \bigcap_{i' \neq i_k} i_i) / (\Gamma_i \bigcap_{i' \neq i_k} i') \neq \varnothing.$$

При этом также производится преобразование метрики

$$(r_{i_k} R r_{i'}) / (\Gamma_{i_k} \bigcap_{i' \neq i_k} i') \neq \varnothing.$$

Таким образом в результате работы алгоритма происходит укрупнение топологии графа с эквивалентным преобразованием метрики. В предельном случае рассмотренный алгоритм позволяет в исходном графе исключить все вершины, кроме источников и стоков, что может быть использовано при получении самой общей модели производства изделия.

Алгоритм инвариантен по отношению к способу задания исходного графа, т. е. граф может быть задан в форме

$$G=(I, \Gamma_i) \text{ или } G=(I, \Gamma_i^{-1}).$$

Предложенный алгоритм не требует предварительного упорядочения исходного графа по возрастанию порядковой функции его вершины.

На основании вышеизложенного алгоритма была составлена программа для ЭЦВМ «Урал-11Б». Программа состоит из ряда последовательно работающих блоков.

Блок 1 осуществляет выборку «кустов» из исходной топологии графа по списку исключаемых вершин. Блок 2 осуществляет укрупнение кустов с преобразованием метрики. Блок 3 компонует результат укрупнения «кустов» и исходную топологию графа.

Программа содержит 450 команд. Время работы программы для графа с 4000 вершин, коэффициентом сложности 5 и количеством подлежащих исключению вершин, равном 400, составило 3,5 мин.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Зуховицкий, И. А. Радчик. Математические методы сетевого планирования. М., Изд-во «Наука», 1965.
2. Ю. Н. Ефимов. Временной анализ крупных сетевых графиков блочной структуры. Изв. ТПИ, т. 203. Изд-во ТГУ (в печати).
3. К. Берж. Теория графов и ее применение. М., изд-во ИЛ, 1962.

2. Заказ 7462.