

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ УКРУПНЕНИЯ ГРАФА

Ю. Н. ЕФИМОВ, В. И. КИЗЕВ, В. И. НЕВРАЕВ, П. А. СЕДЕЛЬНИКОВ

(Представлена научным семинаром УВЛ)

Непрерывный технический прогресс неизбежно выдвигает ряд новых задач и требований ко всем отраслям науки и техники, вызывает к жизни новые научные направления.

Актуальной проблемой нашего времени является задача управления большими системами со сложными взаимосвязями. Разнообразие и сложность функций, свойственных большим системам, выдвигает специфические условия подхода к их анализу и синтезу.

В ряде случаев для анализа больших систем может быть успешно применена теория графов, которая в настоящее время находит широкое применение при решении самых разнообразных задач.

В некоторых случаях неудобно пользоваться графами с большой размерностью, потому возникает задача преобразования (укрупнения) заданного графа в граф с меньшей размерностью, сохраняющий основные взаимосвязи и параметры исходного. Известные алгоритмы такого преобразования [1, 2], используемые в системах СПУ, предполагают предварительное разбиение сетевой модели на отдельные фрагменты или блоки. В условиях функционирования системы оперативного планирования и управления предприятием с дискретным производством сетевая модель составляется по общей или угловым спецификациям. При этом часть полной номенклатуры изделия в силу различий в конструкторской и технологической документации может оказаться не контролируемой и должна быть исключена из анализируемой модели. В этом случае возникает задача укрупнения графа по заданному списку исключаемых вершин. При этом необходимо произвести эквивалентное преобразование его методики.

В данной работе предлагается алгоритм решения этой задачи. Пусть исходный граф задан множеством вершин I и их прямым или обратным отображением Γ_i .

$$G = (I, \Gamma).$$

Также задано подмножество подлежащих исключению вершин $I' = \{i'\}$ множества I .

Будем считать, что метрика r графа относится к дугам. В случае, если метрика r отнесена к вершине, то без нарушения общности можно считать, что она относится ко всем дугам, входящим в данную вершину. Однако в дальнейшем для простоты изложения индексация метрики будет производиться по вершинам графа i . Укрупнение графа произво-

дится путем ряда последовательных преобразований во времени просмотров исходного графа и его фрагментов.

При первом просмотре топологии графа из нее выбираются «кусты»: вершины i и их отображения Γ_i с относящейся к ним метрикой r_i , для которых $i \in I'$, а на их место в топологию записываются нули. В результате этого будут выделены «кусты», представленные следующим образом:

$$(i', \Gamma_{i'}, r_{i'}).$$

После этого производится укрупнение «кустов». Для этой цели в памяти машины выделяется два поля. Выбранные «кусты» находятся в первом поле. Процесс укрупнения начинается с просмотра первого поля и записи результата укрупнения во второе поле, затем производится просмотр второго поля и результат укрупнения записывается в первое поле и т. д.

При первом просмотре «кустов» выбираются такие вершины i' , которые входят в отображение $\Gamma_{i'_k}$ некоторой вершины i'_k . Элементы отображения найденных вершин $\Gamma_{i'}$ включаются в отображение вершины i'_k , а из отображения этой вершины выбрасываются те его элементы, которые образуют пересечения с остальными вершинами. Таким образом, «куст» после первого просмотра будет записан во второе поле в следующем виде:

$$i'_k (\Gamma_{i'_k} \cup \Gamma_{i'} \setminus \Gamma_{i'_k} \cap i) / (\Gamma_{i'_k} \cap i') \neq \emptyset.$$

При этом производится эквивалентное преобразование метрики:

$$(r_{i'_k} R r_{i'}) / (\Gamma_{i'_k} \cap i') \neq \emptyset,$$

где R — символ произвольной операции.

Аналогичные операции производятся над всеми вершинами «кустов». Затем первое поле очищается и описанная выше процедура производится над «кустами» второго поля. Процесс заканчивается тогда, когда

$$\Gamma_{i'_k} \cap i' = \emptyset.$$

В худшем случае требуется $\varphi_{\max}(i) + 2$ просмотров «кустов», где $\varphi(i)$ — порядковая функция вершин графа [3].

По окончании процесса укрупнения «кустов» они вставляются в исходную топологию вместо отображений исключаемых вершин, после чего «кусты» топологии будут иметь вид

$$i_k (\Gamma_{i_k} \cup \Gamma_{i'} \setminus \Gamma_{i_k} \cap i) / (\Gamma_{i_k} \cap i') \neq \emptyset.$$

При этом также производится преобразование метрики

$$(r_{i_k} R r_{i'}) / (\Gamma_{i_k} \cap i') \neq \emptyset.$$

Таким образом в результате работы алгоритма происходит укрупнение топологии графа с эквивалентным преобразованием метрики. В предельном случае рассмотренный алгоритм позволяет в исходном графе исключить все вершины, кроме источников и стоков, что может быть использовано при получении самой общей модели производства изделия.

Алгоритм инвариантен по отношению к способу задания исходного графа, т. е. граф может быть задан в форме

$$G = (I, \Gamma_i) \text{ или } G = (I, \Gamma_i^{-1}).$$

Предложенный алгоритм не требует предварительного упорядочения исходного графа по возрастанию порядковой функции его вершины.

На основании вышеизложенного алгоритма была составлена программа для ЭЦВМ «Урал-11Б». Программа состоит из ряда последовательно работающих блоков.

Блок 1 осуществляет выборку «кустов» из исходной топологии графа по списку исключаемых вершин. Блок 2 осуществляет укрупнение кустов с преобразованием метрики. Блок 3 компоует результат укрупнения «кустов» и исходную топологию графа.

Программа содержит 450 команд. Время работы программы для графа с 4000 вершин, коэффициентом сложности 5 и количеством подлежащих исключению вершин, равном 400, составило 3,5 мин.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Зуховицкий, И. А. Радчик. Математические методы сетевого планирования. М., Изд-во «Наука», 1965.
2. Ю. Н. Ефимов. Временной анализ крупных сетевых графиков блочной структуры. Изв. ТПИ, т. 203. Изд-во ТГУ (в печати).
3. К. Берж. Теория графов и ее применение. М., изд-во ИЛ, 1962.