ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 225 1972

О ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОЙ МОЩНОСТИ

В. Н. ШМАНДИНА, Л. Г. ФУКС

Для определения теплофизических параметров по методике источника постоянной мощности [1] используется теоретическое решение задачи о разогреве полуограниченного тела. В опыте полуограниченное тело представляется в виде двух достаточно длинных цилиндров или призм, между которыми зажимается плоский безынерционный нагреватель.

Из условий минимизации измерительной аппаратуры и стремления уменьшить размеры образцов ставится вопрос о погрешности, которая возникает при такой имитации.

Ограничим круг задач изучением теплофизических параметров изоляционных материалов (λ=0,2—0,25 *вт/м* град). Время опыта составляет обычно 1—3 минуты. Тогда расчет показывает, что при допустимых из условия сохранности нагревателя и образца тепловых потоках порядка 1000 *вт/м*^{2} повышение температуры на расстоянии 20—25 *мм* от нагревателя составит менее 0,01°С, т. е. практически не улавливается измерителем.

Обычно применяемые в этих случаях образцы, длиной более 30—40 *мм,* достаточно точно реализуют представление о «бесконечном» теле.

В настоящей статье производится оценка влияния бокового теплообмена тела, заменяющего в исследованиях полуограниченную среду. Наиболее прост расчет цилиндрического образца. Если сечение последнего отличается от круга, то все рассуждения можно отнести к цилиндру, основание которого представляет собой круг наибольшего радиуса, вписанный в основание некруглого образца.

Решение задачи о нагреве полуограниченного тела постоянным тепловым потоком на поверхности имеет вид [2]

$$\vartheta = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda} \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \qquad (1)$$

где ϑ — превышение температуры на расстоянии x от нагревателя в момент времени τ,

q — плотность теплового потока на границе,

λ, a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности материала.

Если воспользоваться цилиндрическим образцом, то в случае, когда ось цилиндра совпадает с направлением x, а в плоскости $x=0$

расположен источник постоянной мощности, задача получает следующую математическую формулировку:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right), \tag{2}$$

$$\vartheta(0, x, r) = 0, \tag{3}$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta(\tau, 0, r)}{\partial x} = q, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \vartheta(\tau, \infty, r)}{\partial x} = 0, \tag{5}$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta(\tau, x, r_0)}{\partial r} = \alpha \vartheta(\tau, x, r_0), \tag{6}$$

$$\frac{\partial \vartheta(\tau, x, 0)}{\partial r} = 0. \tag{7}$$

Здесь обозначены, помимо введенных ранее величин:

r_0 — радиус цилиндра,

α — коэффициент теплоотдачи от боковой поверхности цилиндра,

r — радиальная координата.

Уравнение (2) с начальным условием (3) и смешанными граничными условиями (4) — (7) решено при помощи двойного преобразования по Лапласу и Ханкелю.

Опуская промежуточные выкладки, приводим полное решение системы, выраженное в безразмерных величинах

$Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$ — критерий Био,

$Fo = \frac{a\tau}{r_0^2}$ — критерий Фурье,

$R = \frac{r}{r_0}$ — безразмерный радиус,

$X = \frac{x}{r_0}$ — безразмерная координата:

$$\vartheta(Fo, X, R) = \frac{q r_0}{\lambda} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{I_1(\mu_i) I_0(\mu_i R)}{I_0^2(\mu_i)(Bi^2 + \mu_i^2)} \times$$
$$\times \left[\exp(-\mu_i X)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} - \mu_i\sqrt{Fo}\right) - \right. \tag{8}$$
$$\left. - \exp(\mu_i X)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{Fo}} + \mu_i\sqrt{Fo}\right)\right].$$

Собственные числа μ_i задачи определяются из уравнения

$$\frac{I_0(\mu)}{I_1(\mu)} = \frac{\mu}{Bi}, \tag{9}$$

а I_0 и I_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков.

Уравнение (8) было проверено по предельному переходу при $Bi = 0$ ($\alpha = 0$) и в этом случае тождественно перешло в (1).

Расчет температуры в точке $x = 3$ *мм* и $r = 0$ по формуле (8) для следующих условий:

$$Bi = 0{,}7 \ (\alpha \approx 9{,}5 \ \textit{вт/м}^2\textit{град}), \qquad r_0 = 15 \ \textit{мм},$$
$$X = 0{,}2, \qquad a = 10^{-7} \ \textit{м}^2/\textit{сек},$$
$$Fo = 0{,}0289, \ (\tau \approx 65 \ \textit{сек}) \qquad \lambda = 0.2 \ \textit{вт/м.град}$$

дает значение

$$\vartheta = 0{,}0547 \frac{qr_0}{\lambda}. \tag{10}$$

Превышение температуры по (1) для полуограниченного тела в этих условиях

$$\vartheta^* = 0{,}0558 \frac{qr_0}{\lambda}, \tag{11}$$

что отличается от (10) на 1,9%.

Используя соотношение (8), можно определить ошибку, получающуюся из-за пренебрежения теплообменом с поверхности образца, либо подобрать размеры последнего так, чтобы погрешность лежала в допустимых пределах.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Вержинская, Л. Н. Новиченок. ИФЖ, № 9, 1960.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.