

ОДИН ИЗ ИНЖЕНЕРНЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ФЕРРОРЕЗОНАНСНОЙ ЦЕПИ

В. Н. СТАНЕВКО, Е. И. ГОЛЬДШТЕЙН

(Представлена научно-техническим семинаром факультета автоматических систем)

В настоящее время известен ряд путей исследования и расчета феррорезонансных цепей, но большинство из них не доведены до инженерных методов расчета [1].

На рис. 1, а, приведена феррорезонансная цепь, состоящая из активного сопротивления, индуктивности и емкости.

На рис. 1, б показана хорошо известная зависимость $U=f(I)$, которая может быть получена, например, экспериментально. Здесь же

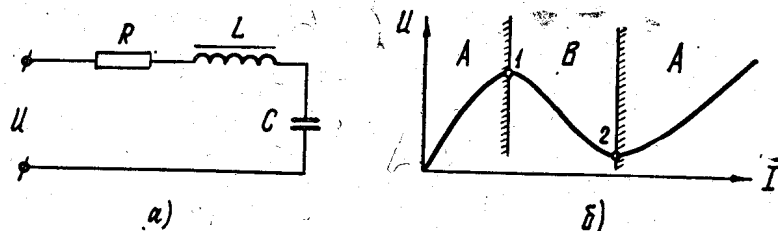


Рис. 1. а — устойчивая область, б — неустойчивая область

показаны области устойчивого и неустойчивого равновесия. Точки 1 и 2 находятся на границе между зонами устойчивого и неустойчивого равновесия. При проведении практических расчетов нелинейных электрических цепей, схемы замещения которых сводятся к последовательной феррорезонансной цепи типа (рис. 1, а), часто возникает задача определить связь параметров цепи со значениями U и I для критических точек 1 и 2.

Для решения поставленной задачи можно воспользоваться результатами работы [2], в которой для уравнения феррорезонансной цепи

$$\omega L \frac{dI}{d\tau} + rI + \frac{1}{\omega C} \int Id\tau = U \quad (1)$$

получен определитель системы, описывающей поведение рабочей точки исследуемой цепи.

Определитель имеет вид

$$D(p) = -(r + 2\omega L_0 p)^2 - \frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI} \quad (2)$$

Корни уравнения (2) определяются из выражения

$$p_{1,2} = \frac{1}{2\omega L_0} \left(-r \pm \sqrt{-\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI}} \right), \quad (3)$$

где I_0 — значение тока в цепи (рис. 1, а) при одном из устойчивых состояний,

$$U_x = I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = I \cdot X,$$

$$U_{x0} = I_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Для того, чтобы точка с координатами U, I (рис. 1, б) находилась в зоне устойчивого состояния, необходимо, как отмечалось в [2], выполнение условия:

$$\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI} > 0. \quad (4)$$

Следует добавить, что для устойчивой области справедливым является и условие

$$\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI} = 0. \quad (5)$$

Кроме того, при выполнении условия

$$\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI} < 0 \quad (6)$$

возможно состояние устойчивого равновесия при

$$\left(\sqrt{-\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI}} \right) < r \quad (7)$$

и состояние неустойчивого равновесия при

$$\left(\sqrt{-\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI}} \right) > r. \quad (8)$$

Из теории устойчивости движения известно, что система будет находиться на границе устойчивости, если хотя бы один из корней будет либо чисто мнимым, либо нулевым. Первое возможно при выполнении условия (4) и $r = 0$. В силу того, что в реальных системах равенства $r = 0$ добиться невозможно, этот случай интереса не представляет. Нулевой корень может иметь место в случае выполнения условия (6) и одновременно условия (9), вытекающего из условия равенства нулю выражения (3)

$$\frac{1}{I_0} U_{x0} \frac{dU_x}{dI} = -r^2. \quad (9)$$

Если учесть, что величина r^2 всегда больше нуля, то левая часть выражения (9) будет совпадать с (6), т. е. можно сказать, что условие (9) является не только необходимым, но и достаточным для характеристики границы устойчивости (рис. 1, б).

Используя обозначения для записи (3), выражение (9) можно представить в виде

$$\frac{1}{I_0} \left(U_{L0} - \frac{I_0}{\omega C} \right) \frac{d}{dI} \left(U_L - \frac{I}{\omega C} \right) = -r^2, \quad (10)$$

где

$$U_{L0} = I_0 \omega L, \quad U_L = I \omega L.$$

Для аппроксимации зависимости $U_L(I)$ нами предлагается выражение

$$U_L(I) = \frac{U_{Lн} SI}{IS - 1}, \quad (11)$$

где $U_{Lн}$ — напряжение насыщения,
 S — параметр аппроксимации.

Данное выражение позволяет вести расчет по действующим значениям тока и напряжения для электрической цепи (рис. 1, а).

Используя выражение (11) и обращая внимание на то, что $\frac{dU_x}{dI}$ есть производная при $I = I_0$, выражение (10) после несложных преобразований примет вид

$$\left[\frac{U_{Lн} S}{SI_0 - 1} - \frac{1}{\omega C} \right] \left[-\frac{U_{Lн} S}{(SI_0 - 1)^2} - \frac{1}{\omega C} \right] = -r^2. \quad (12)$$

Выражение (12) определяет условия нахождения системы на границе устойчивости. Справедливость этого выражения была нами проверена и подтверждена экспериментально.

Приведем выражение (12) к виду

$$[U_{Lн} S \omega C - (SI - 1)] [U_{Lн} S \omega C + (SI - 1)^2] = (r \omega C)^2 (SI - 1)^3. \quad (13)$$

Для решения задачи, поставленной выше, необходимо решать уравнение (13), что является достаточно затруднительным; кроме того, уравнение (13) не дает четкой связи параметров и электрических величин цепи (рис. 1, а).

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} U_{Lн} S \omega C &= A, \\ (SI - 1) &= B, \\ (r \omega C)^3 &= D. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда уравнение (13) примет вид

$$(A - B)(A + B^2) = -DB^3. \quad (15)$$

Представим, что параметры A, B, D являются координатами по осям трехмерного пространства (рис. 2).

Уравнению (15) будет соответствовать определенная поверхность. Если при фиксированном значении $A = A_i$ произвести сечение пространства плоскостью, параллельной плоскости $ВОД$, то в сечении этой плоскости получим кривую, уравнение которой имеет вид:

$$D = 1 - \left(\frac{A_i}{B} - \frac{A_i}{B^2} + \frac{A_i^2}{B^3} \right). \quad (16)$$

Производя множество сечений при различных значениях A_i , можно получить семейство кривых, описываемых уравнением (16). При

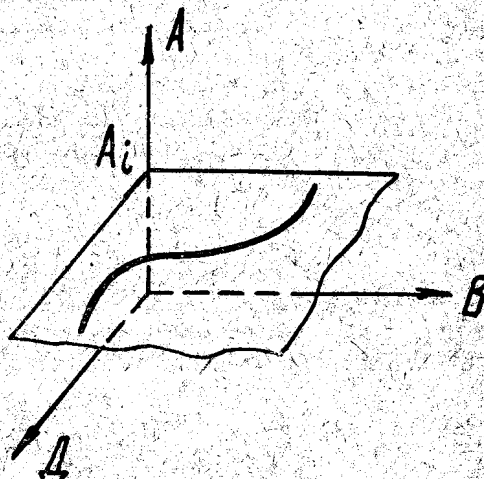


Рис. 2

наличии такого семейства возможен расчет феррорезонансной цепи, не требующий громоздких вычислений. Так, если заданы параметры цепи, определяется величина A_i по (14), затем для полученного A_i выбирается соответствующая кривая в плоскости $ВОД$. По найденному D определяется B_i и затем находится величина I_i по формуле:

$$I_i = \frac{B_i + 1}{S}. \quad (17)$$

Предлагаемая методика расчета была опробована при анализе последовательной феррорезонансной цепи. Результаты расчета и эксперимента сведены в табл 1.

Таблица 1

Определяемая величина	Результаты эксперимента	Результаты расчета	Величина ошибки, %	Исходные данные
I_1	0,041	0,0418	1,71	$C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ ф}; R = 100 \text{ ом}$
I_2	0,202	0,203	0,5	$U_{LH} = 185 \text{ в}; S = -33,5$
I_1	0,05	0,0516	3,2	$C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ ф}; R = 6,63 \text{ ом}$
I_2	0,135	0,141	4,7	$U_{LH} = 36 \text{ в}; S = -9,47$

Выводы

1. Предлагаемый метод обеспечивает достаточную точность для инженерных расчетов.

2. Используя ЭЦВМ, можно составить номограмму семейства кривых $D = f(B)$ для множества значений A . Такая номограмма сделает удобным применение предлагаемого метода для анализа и синтеза электрических цепей (рис. 1, а).

3. Для получения хороших результатов по предлагаемой методике необходимо учитывать потери в стали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Бессонов. Нелинейные электрические цепи. «Высшая школа», М., 1964.
2. К. М. Поливанов. Определение устойчивых точек равновесия при феррорезонансе. Изв. вузов, «Электромеханика», М., № 11, 1965.