

О СИСТЕМАХ С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДОВ

О. С. ВАДУТОВ

(Представлена научно-техническим семинаром автоматики и телемеханики)

Как известно [1], широтно-импульсная модуляция (ШИМ) может быть двух родов: первого рода — ШИМ I и второго рода — ШИМ II. При ШИМ I длительность выходных импульсов модулятора изменяется в зависимости от значений входной величины в равностоящие дискретные моменты времени. При ШИМ II длительность выходных импульсов модулятора изменяется в соответствии с текущим значением входной величины.

Импульсные системы с ШИМ II, нашедшие широкое применение в практике, можно считать неисследованными. Это объясняется тем, что разностные уравнения, описывающие поведение этих систем, являются нелинейными и трансцендентными. По этой причине методы, предложенные для исследования систем с ШИМ I, не могут быть распространены на системы с ШИМ II. Насколько нам известно, исследованию замкнутых систем с ШИМ II посвящена единственная работа [2], в которой предложен метод построения переходных процессов в таких системах.

В настоящей работе предлагается графический метод исследования замкнутых систем с ШИМ II первого порядка и делается сравнение систем с модуляцией первого и второго родов. Заметим, что в целях упрощения в данной работе рассматриваются только системы, в которых выходные импульсы модулятора могут иметь только одну полярность и все координаты системы записываются в относительных единицах (в качестве единицы измерения принята амплитуда выходных импульсов модулятора).

Структурная схема исследуемой системы показана на рис. 1. Уравнение широтно-импульсного модулятора имеет вид



Рис. 1

$$y(\bar{t}) = \begin{cases} 1 & \text{при } n < \bar{t} \leq n + \gamma_n; \\ 0 & \text{при } n + \gamma_n < \bar{t} \leq n + 1, \end{cases} \quad (1)$$

где зависимость относительной длительности импульсов γ_n от входной величины модулятора может быть записана

$$\gamma_n = \begin{cases} \alpha x [n] & \text{при } 0 \leq x [n] \leq \frac{1}{\alpha} \\ 1 & \text{при } x [n] \geq \frac{1}{\alpha} \\ 0 & \text{при } x [n] \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

для модуляции I рода и

$$\gamma_n = \begin{cases} \alpha x [n + \gamma_n] & \text{при } 0 \leq x [n + \gamma_n] \leq \frac{1}{\alpha} \\ 1 & \text{при } x [n + 1] \geq \frac{1}{\alpha} \\ 0 & \text{при } x [n] \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

для модуляции II рода. Здесь

$$x(\bar{t}) = f_0 - z(\bar{t}). \quad (4)$$

Очевидно, что процессы в системе описываются уравнениями

$$\frac{dz(\bar{t})}{d\bar{t}} + \beta z(\bar{t}) = \beta \quad \text{при } n < \bar{t} \leq n + \gamma_n; \quad (5)$$

$$\frac{dz(\bar{t})}{d\bar{t}} + \beta z(\bar{t}) = 0 \quad \text{при } n + \gamma_n < \bar{t} \leq n + 1, \quad (6)$$

где $\beta = \alpha T$, а T — период повторения импульсов.

Решение уравнения (5) можно найти, применяя обычное преобразование Лапласа при начальных условиях $z[n]$. В результате получим

$$z(\bar{t}) = z[n] e^{-\beta(\bar{t}-n)} + 1 - e^{-\beta(\bar{t}-n)}. \quad (7)$$

При $\bar{t} = n + \gamma_n$ будем иметь

$$z[n + \gamma_n] = z[n] e^{-\beta\gamma_n} + 1 - e^{-\beta\gamma_n}. \quad (8)$$

Решение уравнения (6) при начальных условиях $z[n + \gamma_n]$ запишется

$$z(\bar{t}) = z[n + \gamma_n] e^{-\beta(\bar{t}-n-\gamma_n)}. \quad (9)$$

Отсюда при $\bar{t} = n + 1$

$$z[n + 1] = z[n + \gamma_n] e^{-\beta(1-\gamma_n)}. \quad (10)$$

Из уравнений (8) и (10) ясно видно отличие систем с ШИМ I и ШИМ II. Если в системе с ШИМ I, в которой закон изменения γ_n определяется выражением (2), возможно исключить $z[n + \gamma_n]$ и получить рекуррентное соотношение, связывающее значения переменной $z(t)$ в дискретные моменты времени (предложенный в работе [3] метод и основан на графическом решении этого рекуррентного соотношения), то в системе с ШИМ II этого сделать нельзя.

Однако можно предложить следующий путь решения уравнений (8) и (10), позволяющий миновать исключение $z[n + \gamma_n]$. Построим в плоскости, по оси абсцисс которой будем откладывать значения $z[n]$ и $z[n + 1]$, а по оси ординат — $z[n + \gamma_n]$, по уравнениям (8) и

(10) с учетом законов модуляции (2) и (3) и уравнения замыкания системы (1) кривые, которые позволяли бы находить последовательно значения выходной координаты системы $z[n]$, $z[n + \gamma_n]$, $z[n + 1]$, $z[n + 1 + \gamma_{n+1}]$ и т. д.

Для системы с ШИМII по уравнениям (8), (3) и (4), задаваясь значениями $z[n + \gamma_n]$, можно построить кривую, которая по известному значению выходной координаты системы в момент начала импульса $z[n]$ позволит находить значение ее в момент окончания импульса $z[n + \gamma_n]$ (кривые 2 на рис. 2, 3 и 4). По уравнениям (10), (3) и (4) можно построить кривую, определяющую зависимость между $z[n + 1]$ и $z[n + \gamma_n]$ (кривые 2' на рис. 2, 3 и 4).

Для того, чтобы иметь возможность сравнить системы с ШИМИ и ШИМII, будем строить аналогичные кривые и для системы с ШИМИ. По уравнениям (8), (2) и (4), задаваясь значениями $z[n]$, находим значения $z[n + \gamma_n]$ (кривые 1 на рис. 2, 3 и 4). Кривую, которая позволит находить $z[n + 1]$ по известному значению $z[n + \gamma_n]$, строим по уравнениям (10), (2) и (4), задаваясь теми же значениями $z[n]$ и учитывая полученные выше значения $z[n + \gamma_n]$ (кривые 1' на рис. 2, 3 и 4).

Для системы, имеющей параметры: $\beta = 0,5$; $\kappa = 2$ и $f_0 = 0,8$, кривые показаны на рис. 2. Как видно из рисунка, установившиеся зна-

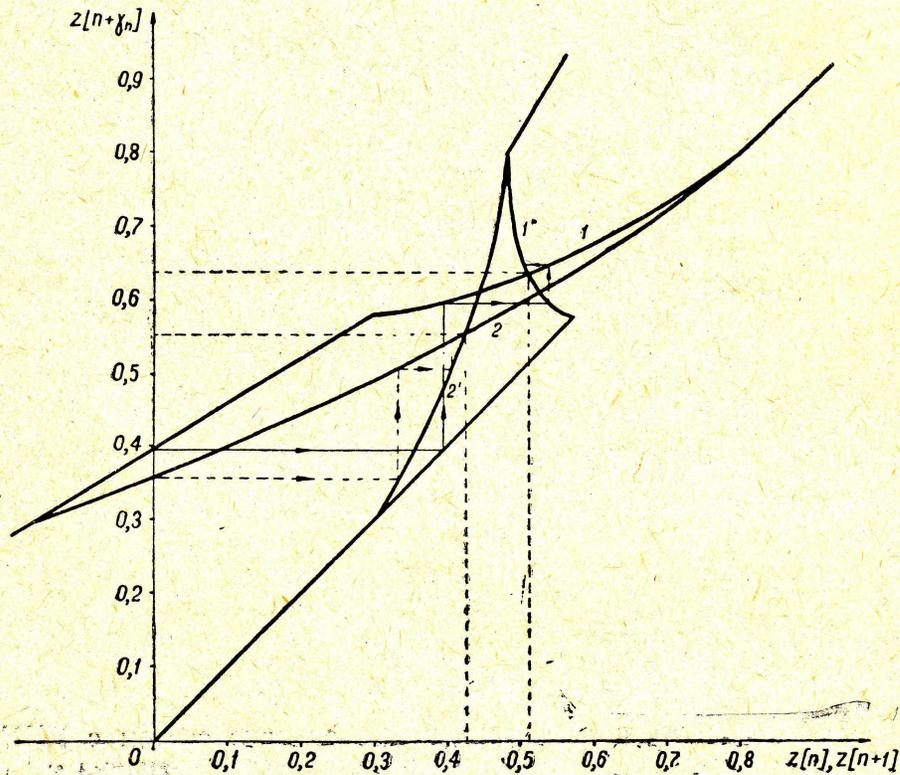


Рис. 2

чения выходной координаты систем с ШИМИ и ШИМII, определяемые, соответственно, координатами точек пересечения кривых 1 и 1', 2 и 2', отличаются. Можно показать также, что установившиеся значения относительной длительности импульсов на выходе модулятора в системе с ШИМII меньше, чем в системе с ШИМИ.

На рис. 2 показан пример нахождения переходного процесса при начальном условии $z[0] = 0$ в системе с ШИМИ (сплошная линия)

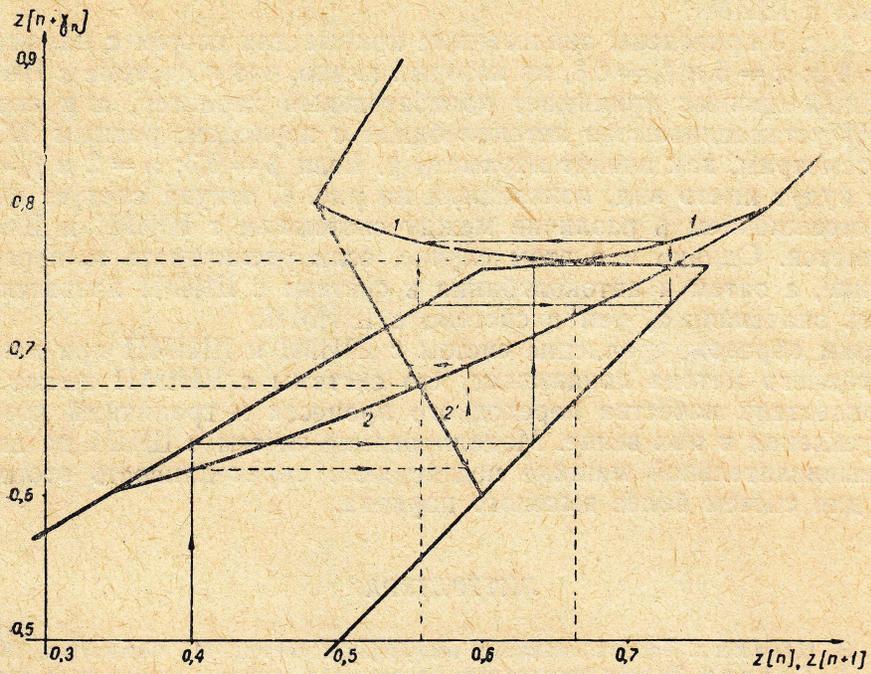


Рис. 3

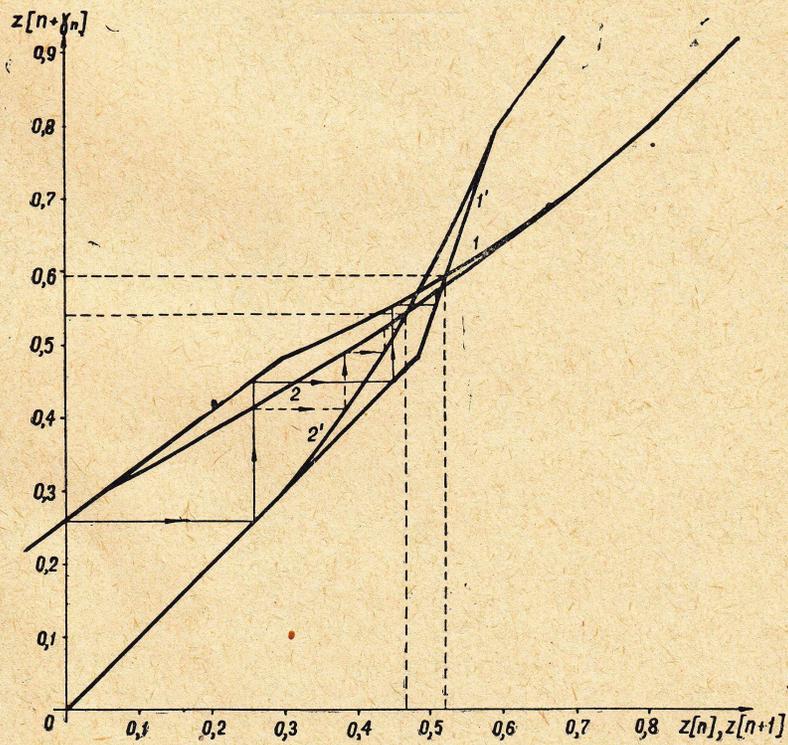


Рис. 4

и в системе с ШИМІІ (штрих-пунктирной линией). Можно видеть, что переходные процессы в рассматриваемых системах имеют различный характер: аperiodический в системе с ШИМІІ и колебательный в системе с ШИМІ.

На рис. 3 приведены аналогичные кривые для систем с параметрами: $\beta = 0,5$; $\kappa = 5$ и $f_0 = 0,8$, из которых видно, что в системе с ШИМІІ переходный процесс принимает колебательный характер, а в системе с ШИМІ устанавливаются автоколебания с периодом, равным $2T$.

Рассмотрим, как влияет параметр β . Если $\beta = 0,3$; $\kappa = 2$ и $f_0 = 0,8$, кривые будут иметь вид, показанный на рис. 4, откуда следует вывод, что с уменьшением β различие между системами с ШИМІ и ШИМІІ уменьшается. Однако и в этом случае, если увеличивать κ , перерегулирование, а затем и автоколебания в системе с ШИМІ появятся при меньших значениях κ , чем в системе с ШИМІІ.

Таким образом, сравнение систем с ШИМІ и ШИМІІ при помощи предлагаемого метода показывает, что системы с ШИМІІ имеют лучшие показатели качества переходного процесса и граничный коэффициент усиления в них выше. Моделирование систем с ШИМ на аналоговой вычислительной машине подтвердило справедливость этого вывода и для систем более высокого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963.
 2. И. А. Гончар. Расчет переходных процессов в широтно-импульсных системах второго рода. Изв. ТПИ, т. 139, 1965.
 3. E. Polak. Stability and Graphical Analysis of First-Order Pulse-Width-Modulated Sampled-Data Regulator Systems. «IRE Transactions on Automatic Control», vol. AC—6, № 3, 1961.
-