

ПРОСТЕЙШИЕ КОМПОНОВОЧНЫЕ ПРОСТРАНСТВА
ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ВАРИАЦИИ ПУТИ ПОТОКА

П. П. ГАЛИНСКИЙ, В. С. СОКОЛОВ

(Представлена научным семинаром теоретических основ электротехники
и лаборатории роторных ЭСГ НИИ ЯФ)

Чтобы сделать удобным практическое использование вариаций пути потока [1] в графоаналитическом методе расчета проводимостей или емкостей, необходимо иметь набор готовых решений для часто встречающихся конфигураций пространств, занимаемых отдельными частями потока.

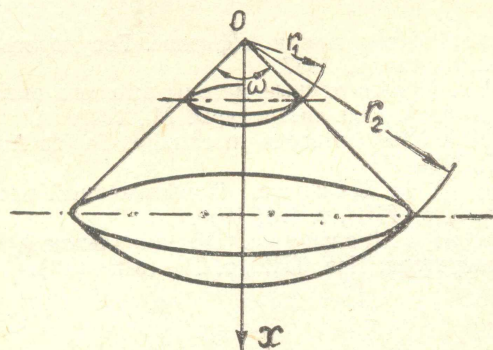


Рис. 1

В дальнейшем будет подразумеваться стационарное поле в проводящей среде с заданными постоянными потенциалами электродов.

Наиболее просто частичные проводимости выражаются для образцовых полей сферического и цилиндрического конденсаторов.

Выделим сектор сферического конденсатора с центральным объемным углом ω и радиусами внутренней и внешней обкладок r_1 и r_2 (рис. 1).

Дифференциальное сопротивление на элементе dx длины потока равно

$$dR = \frac{dx}{\gamma S(x)} = \frac{dx}{\gamma \omega x^2}, \quad (1)$$

x — переменный радиус,
 γ — удельная проводимость.

Проинтегрировав выражение (1) в пределах от r_1 до r_2 , получим сопротивление на пути потока, от которого нетрудно перейти к проводимости

$$G = \frac{\gamma \omega r_1 r_2}{r_2 - r_1} = \frac{\gamma \omega r_1^2}{l} \cdot \frac{r_2}{r_1} = \frac{\gamma S_1}{l} \cdot \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}, \quad (2)$$

где $l = r_2 - r_1$ — длина силовой линии между поверхностями начала потока $S_1 = \omega r_1^2$ и конца потока $S_2 = \omega r_2^2$. Здесь и в дальнейшем индекс 1 относим к меньшей поверхности, индекс 2 — к большей.

Введем новые обозначения:

$G_0 = \frac{\gamma S_1}{l}$ — проводимость равномерного (нерасширяющегося) поля, соответствующая плоскому конденсатору с площадью обкладок S_1 и той же длиной силовых линий l ;

$r_2^* = \frac{r_2}{r_1}$ — относительный радиус;

$S_2^* = \frac{S_2}{S_1}$ — относительная поверхность, характеризующая степень расширения потока, и запишем проводимость (2) для сектора сферического конденсатора в другой форме:

$$G = G_0 r_2^* = G_0 \sqrt{S_2^*} = G_0 K_c. \quad (3)$$

K_c — коэффициент, учитывающий расширение потока в сферическом конденсаторе

$$K_c = \sqrt{S_2^*}. \quad (4)$$

Проделив аналогичные операции для сектора цилиндрического конденсатора (рис. 2), получим следующее выражение для его проводимости:

$$G = \frac{\gamma \alpha h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\gamma \alpha h r_1}{r_2 - r_1} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\gamma S_1}{l} \cdot K_{ц}. \quad (5)$$

где $S_1 = \alpha r_1 h$ — поверхность меньшего электрода,

$l = r_2 - r_1$ — длина силовой линии,

α — центральный угол цилиндрического сектора,

h — высота цилиндра,

$K_{ц}$ — коэффициент, учитывающий расширение потока в цилиндрическом конденсаторе

$$K_{ц} = \frac{\frac{r_2}{r_1} - 1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{r_2^* - 1}{\ln r_2^*} = \frac{S_2^* - 1}{\ln S_2^*}. \quad (6)$$

Для цилиндра относительный радиус и относительная поверхность равны между собой

$$r_2^* = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\alpha h r_2}{\alpha h r_1} = \frac{S_2}{S_1} = S_2^*. \quad (7)$$

Окончательно для проводимости сектора цилиндрического конденсатора имеем выражение

$$G = G_0 K_{ц}, \quad (8)$$

где $G_0 = \frac{\gamma S_1}{l}$ — проводимость плоского конденсатора.

Заметим, что значения коэффициентов расширения потока (4) и (6) приближаются к единице, если радиусы электродов становятся близкими друг к другу или оба велики по сравнению с длиной силовых линий.

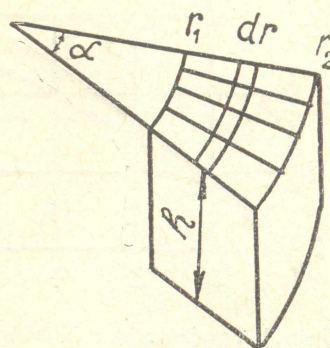


Рис. 2

Графики коэффициентов расширения потоков в функции относительной поверхности приведены на рис. 3.

Переходя к радиальным полям, близким по конфигурации к выше-рассмотренным образцовым полям сферического и цилиндрического конденсаторов, и, разделяя поток на части в соответствии с [1], будем рассчитывать проводимости этих частей по формулам, выведенным для образцовых полей. При этом за расчетную длину силовой линии принимаем среднюю для данного участка, а погрешность оцениваем по отношению разницы максимальной и минимальной длины силовых линий на участке к средней

$$\delta = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{l_{\text{ср}}} \cdot 100\%. \quad (9)$$

Следует также учитывать отличие силовых линий от прямых по отношению максимального расстояния между прямой и кривой к длине прямой или по относительной разности их длин.

В качестве примера определим проводимость на единицу длины центрированных эллиптических цилиндров (рис. 4). В силу симметрии рассмотрим одну четвертую часть сечения.

Можно указать следующий порядок действий:

1. Эскизное построение картины поля в соответствии с известными [2] принципами. При этом суммарный поток делим на трубки так, что-

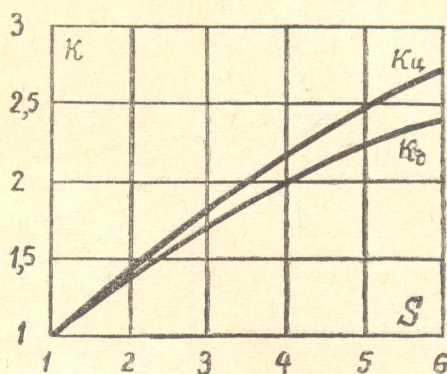


Рис. 3. Графики коэффициентов расширения пространства $K_u = (s-1) \ln^{-1}s$, $K_0 = s - 0.5$

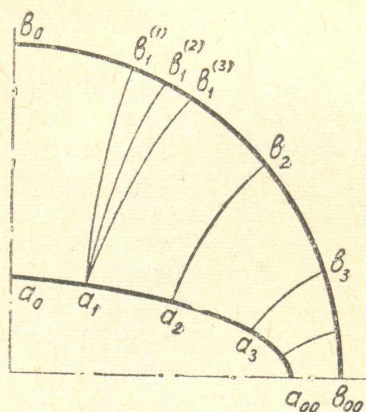


Рис. 4

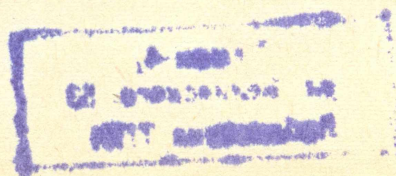
бы для каждой трубки условие (9) близости к радиальному полю оказалось приемлемым.

2. Выделение пары соседних трубок с номерами 1 и 2, расположенных вблизи вертикальной линии $a_0 b_0$ (рис. 4), и варьирование положением конца граничной линии (например, на рис. 4: b_1^1, b_1^2, b_1^3) при закреплённом начале этой линии (a_1) с целью определения истинного положения конца граничной линии по максимуму суммарной проводимости этих двух трубок.

3. Рассмотрение 2-й и 3-й трубок и повторение описанных операций для этой пары трубок и т. д.

4. Повторение процесса при встречном ходе от другой начальной силовой линии (горизонтальной $a_{00} b_{00}$ на рис. 4).

5. Положение границы линии встречи берется средним от полученных при движении с противоположных сторон. Конечно, положение каждой граничной линии зависит от положения всех остальных. Поэтому возможны поправки всех уже установленных границ при каждом следующем шаге. Но практически такие поправки целесообразны лишь при



значительных поправках и для ближайшей соседней границы.

6. После установления границ трубок осуществляется расчет проводимостей трубок и суммарной проводимости.

Для иллюстрации опишем расчет для одной пары трубок с номерами a и b . Пусть S_1 и S_2 — суммарные для этих трубок поверхности начала и конца потока вектора плотности тока (электронов):

$$S_1 = S_{1a} + S_{1b},$$

$$S_2 = S_{2a} + S_{2b}.$$

Длины средних силовых линий трубок l_a и l_b . Поле каждой трубки будем считать близким к радиальному цилиндрическому. Тогда суммарная проводимость трубок

$$\begin{aligned} G_{ab} &= G_a + G_b = G_{0a} K_a + G_{0b} K_b = \\ &= \frac{\gamma S_{1a}}{l_a} \cdot \frac{S_a^* - 1}{\ln S_a^*} + \frac{\gamma S_{1b}}{l_b} \cdot \frac{S_b^* - 1}{\ln S_b^*}, \end{aligned}$$

где
$$S_a^* = \frac{S_{2a}}{S_{1a}}, \quad G_{0a} = \frac{\gamma S_{1a}}{l_a}.$$

Аналогично определяются S_b^* и G_{0b} .

Выражение суммарной проводимости трубок можно представить в виде

$$G_{ab} = G_{0a} \left(K_a + \frac{G_{0b}}{G_{0a}} K_b \right) = G_{0a} \left(K_a + \frac{S_{1b}}{S_{1a}} \cdot \frac{l_a}{l_b} \cdot K_b \right).$$

Исходную поверхность всегда можно поделить на равные части, то есть $S_{1a} = S_{1b} = \dots S_{1k}$, тогда множитель перед K_b в последнем выражении будет равен отношению длин средних силовых линий участков $l_a/l_b = l_a^*$. Но при малых вариациях положением конца граничной силовой линии величина средних силовых линий трубок изменяется несущественно и может считаться постоянной. Тогда окончательно следует найти максимум суммарной проводимости в зависимости от S_a^*

$$G_{ab} = G_{0a} (K_a + l_a^* K_b) = \frac{\gamma S_{1a}}{l_a} \left[\frac{S_a^* - 1}{\ln S_a^*} + l_a^* \cdot \frac{(\eta - S_a^*) - 1}{\ln(\eta - S_a^*)} \right], \quad (10)$$

где $\eta = \frac{2S_2}{S_1}$ — величина постоянная.

Аналитическое нахождение максимума этой функции приводит к решению трансцендентного уравнения, поэтому в общем случае выгоднее находить максимум числовым перебором. Однако, если относительная поверхность S^* не превышает двух, то в соответствии с графиком (рис. 3) для коэффициентов расширения пространства приближенно можно заменить выражение (6) на (4), то есть положить $K = \sqrt{S^*}$, тогда элементарно просто аналитически находится значение S_a^* , соответствующее максимуму суммарной проводимости двух трубок,

$$S_a^* = \frac{\eta}{(l_a^*)^2 + 1} = \frac{2S_2}{S_1 [(l_a/l_b)^2 + 1]}. \quad (11)$$

И, таким образом, находится действительное положение граничной линии при заданных положениях крайних силовых линий.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. П. Галинский. Об одном из приемов деления потока в методе ожидаемых путей потока. Изв. ТПИ, т. 210 (в печати).
2. В. А. Говорков. Электрические и магнитные поля. ГЭИ. М.—Л., 1960.

