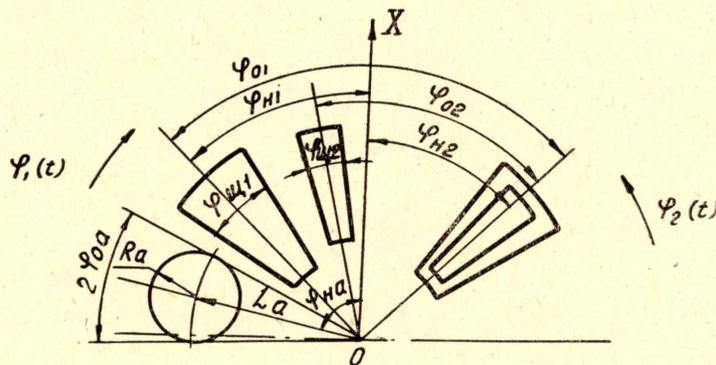


ОЦЕНКА СИНУСОИДАЛЬНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИИ ЛУЧИСТОГО ПОТОКА

В. И. ЛУКОВНИКОВ

(Представлена научно-техническим семинаром кафедры электрооборудования АЭМФ)

В работе [1] рассматривается спектр лучистого потока, промодулированного двумя решетками, движущимися прямолинейно и равномерно навстречу друг другу. В настоящей статье описывается более общий случай колебательной модуляции, часто встречающейся в оптико-электронных устройствах [2], когда решетки (растровые диски или маски) колеблются вокруг общей оси относительно друг друга по синусоидальному закону.



Как известно, при колебательной модуляции двумя растрами выражение для промодулированного потока $\Phi(t)$ можно записать в виде:

$$\Phi(t) = \iint_{(S)} p(\rho, \varphi) \cdot f_1(t, \varphi) \cdot f_2(t, \varphi) dS, \quad (1)$$

где $p(\rho, \varphi)$ — плотность лучистого потока в точке с полярными координатами $\rho\varphi$ (за полярную ось принят вертикальный диаметр дисков) на апертуре площадью S произвольной формы; $f_1(t, \varphi)$ и $f_2(t, \varphi)$ — функции пропускания соответственно первого и второго растровых дисков. Обозначая согласно рисунку $\tau_i = \varphi_{mi}/\varphi_{oi}$, $N_i = 2\pi/\varphi_{oi}$, где $i=1, 2$, для закона движения дисков $\varphi_i(t) = \varphi_{mi} \cdot \sin(\omega_{\text{кол}} t + \gamma_{\varphi i})$, следуя методике [1], можно получить выражение для функции модуляции $h(t)$ равномерно распределенного потока по круглой апертуре радиуса R с центром, удаленным на расстояние L_a от оси дисков, в следующем виде:

$$\begin{aligned}
h(t) = & \Phi(t) \cdot \Phi_0^{-1} = \tau_1 \tau_2 + 2\pi^{-2} \tau_2 \sum_{m=1}^{\infty} m^{-1} \sin(\pi m \tau_1) \cdot \\
& \cdot Q_0(mN_1) \cdot \cos \{mN_1 [\varphi_{m1} \sin(\omega_{\text{кол}1} t + \gamma_{\varphi 1}) - (\varphi_{\text{н}1} - \varphi_{\text{н}a})]\} + \\
& + 2\pi^{-2} \tau_1 \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \sin(\pi n \tau_2) \cdot Q_0(nN_2) \cdot \cos \{nN_2 \cdot \\
& \cdot [\varphi_{m2} \sin(\omega_{\text{кол}2} t + \gamma_{\varphi 2}) - (\varphi_{\text{н}a} - \varphi_{\text{н}2})]\} + 2\pi^{-2} \cdot \\
& \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (mn)^{-1} \sin(\pi m \tau_1) \cdot \sin(\pi n \tau_2) \cdot Q_0(mN_1 + \\
& + nN_2) \cdot \cos \{mN_1 [\varphi_{m1} \sin(\omega_{\text{кол}1} t + \gamma_{\varphi 1}) - (\varphi_{\text{н}1} - \\
& - \varphi_{\text{н}a})] - nN_2 [\varphi_{m2} \sin(\omega_{\text{кол}2} t + \gamma_{\varphi 2}) - (\varphi_{\text{н}a} - \varphi_{\text{н}2})]\} + \\
& + 2\pi^{-2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (mn)^{-1} \sin(\pi m \tau_1) \sin(\pi n \tau_2) \cdot Q_0(mN_1 - nN_2) \cdot \\
& \cdot \cos \{mN_1 [\varphi_{m1} \sin(\omega_{\text{кол}1} t + \gamma_{\varphi 1}) - (\varphi_{\text{н}1} - \varphi_{\text{н}a})] + nN_2 \cdot \\
& \cdot [\varphi_{m2} \sin(\omega_{\text{кол}2} t + \gamma_{\varphi 2}) - (\varphi_{\text{н}a} - \varphi_{\text{н}2})]\}, \quad (2)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Phi_0 = & \iint_{(S)} p(\rho, \varphi) dS, \quad Q_0(q) = 2\pi \cdot \int_0^1 \cos[q \cdot \\
& \cdot \arcsin(\sqrt{x_0} \sin \varphi_{0a})] x_0^{-0,5} (1-x_0)^{0,5} dx_0,
\end{aligned}$$

причем

$$q = mN_1; nN_2; mN_1 + nN_2; mN_1 - nN_2.$$

Для частного случая, который технически просто реализуется, когда $\tau_1 = \tau_2 = 0,5$; $N_1 = N_2 = N$; $\varphi_{m1} = \varphi_m$; $\omega_{\text{кол}1} = \omega_{\text{кол}}$; $\gamma_{\varphi 1} = \gamma_{\varphi}$; $\varphi_{m2} = \varphi_{\text{н}2} = 0$, по соотношению (2) получим, что спектр функции модуляции состоит из постоянной составляющей:

$$\begin{aligned}
h_0 = & 0,25 + \pi^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} (2m-1)^{-1} Q_0[(2m-1)N] \cdot \{\cos[N \cdot \\
& \cdot (2m-1)(\varphi_{\text{н}1} - \varphi_{\text{н}a})] \cdot I_0[N(2m-1)\varphi_m] + \cos[N(2m-1)\varphi_{\text{н}a}]\} + \\
& + 2\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{m+n-2} [(2m-1)(2n-1)]^{-1} \cdot I_0[N(2m-1)\varphi_m] \cdot \\
& \cdot \{Q_0[2N(m+n-1)] \cos[N(2m-1)\varphi_{\text{н}1} - 2N(m+n-1)\varphi_{\text{н}a}] + \\
& + Q_0[2N(m-n)] \cdot \cos[N(2m-1)\varphi_{\text{н}1} - 2N(m-n)\varphi_{\text{н}a}]\} \quad (3)
\end{aligned}$$

нечетных гармоник

$$h_{2i-1} \sin [(2i-1)(\omega_{\text{кол}} t + \gamma_{\varphi})]$$

с амплитудой:

$$\begin{aligned}
h_{2i-1} = & 2\pi^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} (2m-1)^{-1} Q_0[N(2m-1)] \cdot \sin[N(2m-1) \cdot \\
& \cdot (\varphi_{\text{н}1} - \varphi_{\text{н}a})] \cdot I_{2i-1} [(2m-1)N\varphi_m] + 4\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{m+n-2} \cdot \\
& \cdot [(2m-1)(2n-1)]^{-1} \{Q_0[2N(m+n-1)] \cdot \sin[N(2m-1) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \varphi_{n1}] - 2N(m+n-1) \varphi_{na}] + Q_0 [2N(m-n)] \cdot \sin [N \cdot \\ & \cdot (2m-1) \varphi_{n1} - 2N(m-n) \varphi_{na}] \cdot I_{2i-1} [(2m-1) N \varphi_m], \end{aligned} \quad (4)$$

а также четных гармоник

$$h_{2i} \cos [2i(\omega_{\text{кол}} t + \gamma_\varphi)]$$

с амплитудой:

$$\begin{aligned} h_{2i} = & 2\pi^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m-1} (2m-1)^{-1} Q_0 [(2m-1) N] \cdot \cos [(2m-1) N \cdot \\ & \cdot (\varphi_{n1} - \varphi_{na})] \cdot I_{2i} [(2m-1) N \varphi_m] + 4\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{m+n-2} \cdot \\ & \cdot [(2m-1)(2n-1)]^{-1} \{ Q_0 [2N(m+n-1)] \cdot \cos [N(2m-1) \cdot \\ & \cdot \varphi_{n1} - 2N(m+n-1) \varphi_{na}] + Q_0 [2N(m-n) \cdot \cos [2m-1) \cdot \\ & \cdot N \varphi_{n1} - 2N(m-n) \varphi_{na}] \} \cdot I_{2i} [(2m-1) N \varphi_m], \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$I_{2i-1} [(2m-1) N \varphi_m] \text{ и } I_{2i} [(2m-1) N \varphi_m]$$

— функции Бесселя первого рода.

В случае совпадения центра апертуры с началом координат (центр модулирующих дисков) $L_a = 0$, соотношения (3), (4), (5) преобразуются к виду:

$$h_0 = 0,25 + 2\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m-1)^{-2} I_0 [(2m-1) N \varphi_m] \cdot \cos [(2m-1) N \varphi_{n1}], \quad (6)$$

$$h_{2i-1} = 4\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m-1)^{-2} \sin [(2m-1) N \varphi_{n1}] \cdot I_{2i-1} [(2m-1) N \varphi_m], \quad (7)$$

$$h_{2i} = 4\pi^{-2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m-1)^{-2} \cos [(2m-1) N \varphi_{n1}] \cdot I_{2i} [(2m-1) N \varphi_m]. \quad (8)$$

Расчет по соотношениям (3)—(8) не представляет принципиальных трудностей, отметим только, что интеграл $Q_0'(q) = \frac{1}{2\pi} Q_0(q)$ — табличный и его можно согласно [3] вычислить в виде суммы

$$Q_0'(q) \approx \sum_{k=1}^r A_k' \cos [q \cdot \arcsin (\sqrt{x_k} \sin \varphi_{0a})]. \quad (9)$$

Ограничение ряда первыми четырьмя членами дает погрешность около 0,1%. В таблице приведены значения A_k' , x_k , $\sqrt{x_k}$ для рассматриваемого случая.

Т а б л и ц а 1

№№ п/п	Обозначения величин	Номер индекса			
		$\kappa=1$	$\kappa=2$	$\kappa=3$	$\kappa=4$
1	A'_κ	0,6771	0,5236	0,2885	0,0817
2	x_κ	0,0302	0,2500	0,5868	0,8830
3	x_κ	0,1736	0,5000	0,7660	0,9397

Проведенные расчеты спектров $h(t)$ для различных $\varphi_m^0 = \varphi_m / \varphi_{01}$ и $\varphi_{n1}^0 = \varphi_{n1} / \varphi_{01}$ позволили получить ряд выводов:

1. «Ассортимент» гармоник в спектре тем выше, чем больше φ_m^0 и чем ближе $\varphi_{н1}^0$ к 0,1250.

2. Номер гармоники, амплитуда которой в спектре наибольшая, увеличивается с ростом φ_m^0 .

3. Форма $h(t)$ тем ближе к синусоидальной, чем меньше φ_m^0 и чем ближе $\varphi_{н1}^0$ к 0,2500.

Эти выводы справедливы для случая совпадения апертуры с началом координат (соотношения (6), (7) и (8)). Если же центр апертуры находится на периферии модулирующих дисков (соотношения (3), (4) и (5)), то п. п. 1 и 2 выводов остаются в силе и, кроме того, появляются дополнительные:

4. Если угловой размер светового пятна на дисках мал, $\varphi_{0a}^0 \leq 0,5$, то при $\varphi_{на}^0 \leq 0,25 \div 0,5 \varphi_{0a}^0$ модуляции не происходит, поскольку пятно «терется».

5. В случае $0,25 \div 0,5 \varphi_{0a}^0 \leq \varphi_{на}^0 \leq 0,25 + 0,5 \varphi_{0a}^0$ для малого пятна $\varphi_{0a}^0 \leq 0,5$ при $\varphi_{н1}^0 = 0$ с изменением $\varphi_{на}^0$ амплитуда гармоник меняется почти по линейному закону.

6. При $\varphi_{н1}^0 \neq 0$ в кривой $h(t)$ появляются характерные экстремумы, которые наиболее четко прослеживаются при $\varphi_{н1}^0 = 0,25$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Любимов, В. В. Дронов. Оптико-механическая промышленность, 3, 18, 1968.

2. П. И. Госьков, В. А. Кочегуров, В. П. Иванченков, В. И. Луковников. Авторское свидетельство СССР № 241029, ОИПОТЗ, 13, 94, 1969.

3. В. И. Крылов, В. В. Лугин, А. А. Янович. Таблицы для численного интегрирования функций со степенными особенностями $\int_0^1 x^3(1-x)^\alpha f(x) dx$. АН БССР, Минск, 1963.